

УДК 583.4+533.95

ПРЕДЕЛЬНЫЕ КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КОМПОЗИТНЫХ ТЕЛ, УСКОРЯЕМЫХ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

С. В. Станкевич, Г. А. Швецов

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск

Анализируются предельные по условиям нагрева кинематические характеристики композитных проводящих тел, ускоряемых давлением нестационарного магнитного поля. Ускоряемый лист состоит из двух слоев: слоя композитного материала, представляющего собой смесь двух материалов с различными электротермическими свойствами, и слоя однородного материала. Изменение электротермических свойств композитного слоя в зависимости от координаты достигается изменением объемной концентрации компонентов. Для случая экспоненциально нарастающего магнитного поля получено аналитическое решение задачи определения оптимальных распределений объемных концентраций компонентов в композитном слое, при которых происходит максимальное увеличение предельной скорости листа. На основе численного моделирования показано, что вычисленное по аналитическим соотношениям распределение объемной концентрации близко к оптимальному и при формах импульса ускоряющего магнитного поля, отличных от экспоненциальной. Аналитически и численно показана возможность существенного увеличения предельной скорости композитных листов по сравнению с предельной скоростью листов из однородных материалов, образующих композит.

Введение. Одним из факторов, ограничивающих максимальные скорости при электромагнитном ускорении твердых тел, является нагрев проводников протекающими в них токами до температуры выше температуры плавления материала, в результате чего возможна потеря механической прочности проводников, изменение их формы и в конечном счете разрушение. Требование отсутствия плавления проводников в процессе ускорения устанавливает определенные ограничения на максимально допустимые амплитуды ускоряющих магнитных полей и тем самым ограничивает максимальную скорость, до которой может быть ускорен проводник заданной массы на заданной дистанции ускорения [1].

В ряде работ (см., например, [1–4]) отмечено, что использование неоднородных проводников с дискретно или непрерывно увеличивающейся при удалении от поверхности электропроводностью позволяет существенно уменьшить их локальный нагрев.

В связи с вышесказанным представляет интерес определить предельные кинематические характеристики листов, в которых имеется слой с непрерывно увеличивающейся в направлении диффузии поля электропроводностью. Естественным условием, позволяющим найти оптимальный закон изменения электропроводности в этом слое, является условие достижения в каждой точке слоя к моменту окончания ускорения некоторой критической температуры. Близкая по постановке задача о возможности увеличения критических магнитных полей при использовании композитных материалов рассмотрена в работе [2], в которой найден оптимальный профиль изменения электропроводности слоя, контактирующего с однородным проводящим полупространством. Однако в этой работе теплоемкость (в отличие от электропроводности) полагалась постоянной в каждой точке слоя. Изменение электропроводности, например за счет изменения объемной концентрации хорошо и плохо проводящих частиц, в общем случае приводит к тому, что в материале усредненные тепловые свойства также будут изменяться от точки к точке. Кроме того, в задачах

ускорения проводников магнитным полем, в отличие от задач, связанных с генерацией магнитных полей, необходимо учитывать конечность размеров проводников и изменение средней плотности материала, а также задавать амплитуду и длительность ускоряющего магнитного поля, так чтобы максимальная скорость достигалась на заданной дистанции ускорения.

Постановка задачи. Рассмотрим ускорение плоского проводящего листа давлением нестационарного магнитного поля. На поверхности листа зависимость магнитного поля от времени $H_0(t)$ считаем известной и заданной соотношением

$$H_0(t) = H_s h_0(\tau), \quad \tau = t/t_0,$$

где H_s, t_0 — произвольные параметры, задающие амплитуду и характерную длительность импульса ускоряющего магнитного поля; $h_0(\tau)$ — произвольная функция. Если считать, что в начальный момент времени скорость листа $V = 0$, то в произвольный момент времени скорость и расстояние L можно найти, используя соотношения

$$V = \frac{\mu H_s^2 t_0}{2\bar{\rho}d} v(\tau), \quad L = \frac{\mu H_s^2 t_0^2}{2\bar{\rho}d} l(\tau), \quad (1)$$

где $v(\tau) = \int_0^\tau h_0^2(\tau) d\tau$, $l(\tau) = \int_0^\tau v(\tau) d\tau$, $\bar{\rho} = \frac{1}{d} \int_0^d \rho(x) dx$ — безразмерные скорость, дистанция ускорения и средняя плотность листа соответственно.

В общем случае будем предполагать, что ускоряемый лист толщиной d состоит из композитного слоя толщиной d_c , представляющего собой смесь двух материалов (первого и второго) с различными электротермическими свойствами, и контактирующего с ним однородного слоя толщиной d_2 из второго материала (рис. 1). Далее индексы 1, 2 соответствуют первому и второму материалам. Пусть электропроводность второго материала больше электропроводности первого ($\sigma_2 > \sigma_1$) и изменение электропроводности в различных точках композитного слоя достигается в результате изменения объемной концентрации $\varepsilon(x)$ второго материала (координата x отсчитывается от поверхности листа, контактирующей с полем). При этом считаем, что характерные размеры частиц, составляющих композит, настолько малы, что можно пренебречь изменениями магнитного и теплового полей, обусловленными дискретной зависимостью электротермических свойств композитного материала от координат. Заметим, что скачки плотности тока и джоулева тепловыделения на границах частиц с различной электропроводностью могут оставаться конечными при любых их размерах, однако при уменьшении размеров частиц за счет

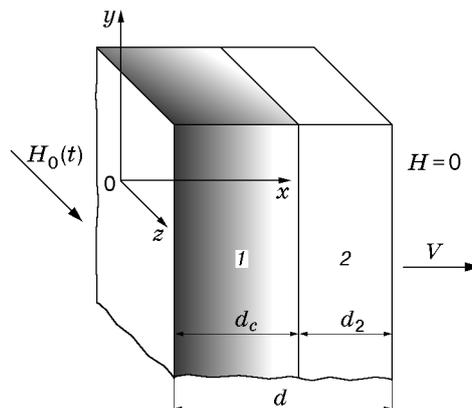


Рис. 1

теплопроводности обеспечивается локальное выравнивание температуры. Таким образом, усредненные свойства композитного материала будем считать непрерывно зависящими от координаты x в соответствии с распределением объемной концентрации $\varepsilon(x)$. При этом на границе между композитным и однородным слоями будем считать $\varepsilon = 1$.

Плотность ρ и объемную теплоемкость C для произвольного композитного материала можно найти, используя соотношения

$$\rho(x) = \rho_1(1 - \varepsilon(x)) + \rho_2\varepsilon(x), \quad C(x) = \rho_1c_1(1 - \varepsilon(x)) + \rho_2c_2\varepsilon(x). \quad (2)$$

В то же время зависимость усредненной электропроводности σ от объемной концентрации ε может быть определена только исходя из структуры конкретного композитного материала либо экспериментально. Далее предполагаем, что зависимость $\sigma(\varepsilon)$ известна.

Зависимостью электротермических свойств материалов от температуры, сжимаемостью материалов и теплообменом с окружающей средой будем пренебрегать. Тогда распределения магнитного поля и температуры в листе могут быть найдены в результате решения уравнений диффузии магнитного поля и теплопроводности

$$\lambda^2 \frac{\partial h}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{1}{\tilde{\sigma}} \frac{\partial h}{\partial \xi}, \quad \lambda^2 \tilde{C} \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \gamma \frac{\partial}{\partial \xi} \tilde{k} \frac{\partial \theta}{\partial \xi} + \frac{2}{\tilde{\sigma}} \left(\frac{\partial h}{\partial \xi} \right)^2 \quad (3)$$

с начальными и граничными условиями

$$\theta(\xi, 0) = 0, \quad h(\xi, 0) = 0, \quad h(0, t) = h_0(\tau), \quad h(\xi_d, t) = 0, \quad \left. \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right|_{\xi=0} = \left. \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right|_{\xi=\xi_d} = 0. \quad (4)$$

В (3), (4) $\tau = t/t_0$, $\xi = x/x_s$, $h = H/H_s$, $\theta = 2\rho_2c_2\Delta T/(\mu H_s^2)$, $\tilde{\rho} = \rho/\rho_2$, $\tilde{C} = C/(\rho_2c_2)$, $\tilde{\sigma} = \sigma/\sigma_2$ — безразмерные переменные; $\xi_d = d/x_s$; $\gamma = \mu\sigma_2k_2/(\rho_2c_2)$; $\lambda^2 = \mu\sigma_2x_s^2/t_0$; $\Delta T = T - T_0$ — изменение температуры в листе; T_0 — начальная температура; k_2 — теплопроводность; масштаб длины x_s может быть задан произвольно. Так как для большинства проводников $\gamma < 10^{-2}$, то в большинстве случаев при макроописании процесса джоулева нагрева можно пренебречь переносом тепла за счет теплопроводности, полагая во втором уравнении системы (3) $\gamma = 0$.

Пусть T_* — меньшая из температур плавления материалов, составляющих композитный слой. Необходимо найти зависимость $\varepsilon(\xi)$, максимально возможную амплитуду поля H_s , длительность воздействия t_0 и толщину композитного слоя d_c , при которых на заданной дистанции ускорения L лист толщиной d имеет максимальную скорость при условии, что температура в любой точке листа за время ускорения не превысит T_* . В рассматриваемом случае на основе найденного в результате решения системы (3) распределения $\theta(\xi, \tau, \lambda)$ с учетом определения безразмерной температуры θ можно найти максимально возможную величину H_s , при которой в произвольный момент времени τ максимальная температура в некоторой точке листа достигнет T_* :

$$H_s = \sqrt{2\Delta Q_*/(\mu\theta_{\max}(\lambda, \tau))}, \quad (5)$$

где $\Delta Q_* = \rho_2c_2(T_* - T_0)$; максимальная безразмерная температура $\theta_{\max}(\lambda, \tau)$ определена выражением

$$\theta_{\max}(\lambda, \tau) = \max_{\substack{0 \leq \xi \leq \xi_d \\ 0 \leq \tau' \leq \tau}} \theta(\lambda, \xi, \tau'). \quad (6)$$

Подставляя амплитуду магнитного поля (5) в кинематические соотношения (1), получим

$$\frac{V}{d} = \frac{\mu\sigma_2\Delta Q_*}{\tilde{\rho}} \frac{v(\tau)}{(\lambda\xi_d)^2\theta_{\max}(\lambda, \tau)}, \quad \frac{L}{d^3} = \frac{(\mu\sigma_2)^2\Delta Q_*}{\tilde{\rho}} \frac{l(\tau)}{(\lambda\xi_d)^4\theta_{\max}(\lambda, \tau)}. \quad (7)$$

Соотношения (7) позволяют найти зависимость предельной скорости листа от его толщины в параметрическом виде для любой дистанции ускорения на основе решений системы уравнений (3), полученных при нескольких значениях параметра λ .

В силу независимости параметров в левых и правых частях в соотношениях (7) из зависимости $V(d)$, определенной для дистанции ускорения L , может быть получена зависимость $V'(d')$ для любой дистанции ускорения $L' = aL$ преобразованием $V' = a^{1/3}V$ и $d' = a^{1/3}d$.

Аналитическое решение. Аналитическое выражение для оптимального распределения объемной концентрации $\varepsilon(\xi)$, обеспечивающего равномерность нагрева ускоряемого листа, можно найти, используя стационарные решения системы уравнений (3), возможные при $h_0(\tau) = e^\tau$. Стационарные решения близки к истинным решениям (полученным с учетом начальных условий), если время ускорения намного превышает характерные времена переходных процессов, связанных с установлением поля, т. е. при $\tau \gg 1$. Полагая в (3) $h(\xi, \tau) = e^\tau h(\xi)$ и $\theta(\xi, \tau) = e^{2\tau} \theta(\xi)$, а также $\gamma = 0$, получим уравнения для стационарных распределений температуры и магнитного поля в листе. В этом случае распределение магнитного поля в листе может быть найдено в результате решения краевой задачи

$$(h'(\xi)/\tilde{\sigma})' = \lambda^2 h(\xi), \quad h(0) = 1, \quad h(\xi_d) = 0, \quad (8)$$

а распределение температуры определяется выражением

$$\theta = (h'(\xi)/\lambda)^2 / (\tilde{\sigma}\tilde{C}). \quad (9)$$

Здесь и далее штрих обозначает дифференцирование по переменной ξ . Если температура в композитном слое имеет одно и то же значение θ_c при любом $\xi \leq \xi_c$, то согласно (9)

$$h'(\xi) = \lambda \sqrt{\theta_c} \sqrt{\tilde{\sigma}\tilde{C}}. \quad (10)$$

Подставляя это выражение в (8), получим

$$h(\xi) = -\sqrt{\theta_c} y' / \lambda, \quad (11)$$

где $y = \sqrt{\tilde{C}/\tilde{\sigma}}$ — неизвестная функция. Дифференцируя (11) с учетом (10), найдем

$$y'' = \lambda^2 y \tilde{\sigma}. \quad (12)$$

Уравнение (12) может быть использовано для нахождения $y(\xi)$, если известна зависимость $\tilde{\sigma}(y)$. Используя приведенное к безразмерному виду выражение для объемной теплоемкости (2), получим

$$[\varepsilon + \tilde{C}_1(1 - \varepsilon)] / \tilde{\sigma}(\varepsilon) = y^2. \quad (13)$$

Разрешая это уравнение относительно ε (предполагается, что это возможно для некоторого диапазона значений ε), найдем зависимость $\varepsilon(y^2)$, а следовательно, зависимости $\tilde{\sigma}(y^2)$, $\tilde{C}(y^2)$, $\tilde{\rho}(y^2)$. Например, если композитный слой имеет слоистую или волокнистую структуру (направление нитей совпадает с направлением тока), то $\tilde{\sigma} = \varepsilon + (1 - \varepsilon)\tilde{\sigma}_1$. В этом случае

$$\varepsilon(y^2) = \frac{\tilde{C}_1 - y^2 \tilde{\sigma}_1}{y^2(1 - \tilde{\sigma}_1) + \tilde{C}_1 - 1}, \quad \tilde{\sigma} = \frac{\tilde{C}_1 - \tilde{\sigma}_1}{y^2(1 - \tilde{\sigma}_1) + \tilde{C}_1 - 1}. \quad (14)$$

Используя решение уравнения (8) для распределения магнитного поля в однородном слое и учитывая условия непрерывности электрического и магнитного полей на границе между композитным и однородным слоями, найдем первый интеграл уравнения (12)

$$y'^2 = \lambda^2 \left(\int_1^{y^2} \tilde{\sigma}(y^2) dy^2 + \frac{1}{\theta_{\max}^0(\lambda\xi_2)} \right), \quad (15)$$

где $\theta_{\max}^0(\lambda\xi_2) = (\operatorname{ch} \lambda\xi_2 / \operatorname{sh} \lambda\xi_2)^2$ — максимальная температура однородного листа.

Подставляя в (11) выражение для производной функции y (15) и используя граничное условие $h(0) = 1$, найдем величину безразмерной температуры в композитном слое

$$\theta_c(y_0^2, \lambda \xi_2) = \left(\frac{\lambda}{y'} \right)^2 = \left(\int_1^{y_0^2} \tilde{\sigma}(y^2) dy^2 + \frac{1}{\theta_{\max}^0(\lambda \xi_2)} \right)^{-1}, \quad (16)$$

где $y_0 = y|_{\xi=0}$.

Подставляя в интеграл, входящий в равенство (16), выражение для электропроводности в композитном слое (14), получим

$$\theta_c(y_0^2, \lambda \xi_2) = \left(\frac{\tilde{C}_1 - \tilde{\sigma}_1}{1 - \tilde{\sigma}_1} \ln \left(\frac{y^2(1 - \tilde{\sigma}_1) + \tilde{C}_1 - 1}{\tilde{C}_1 - \tilde{\sigma}_1} \right) + \frac{1}{\theta_{\max}^0(\lambda \xi_2)} \right)^{-1}. \quad (17)$$

Следует отметить, что выражения (16), (17) верны и в тех случаях, если лист состоит только из одного композитного слоя ($\xi_2 = 0$, $1/\theta_{\max}^0(\lambda \xi_2) = 0$) и если однородный слой имеет бесконечный размер ($\xi_2 \rightarrow \infty$, $1/\theta_{\max}^0(\lambda \xi_2) = 1$). Если размер однородного слоя конечен, то можно принять $x_s = d_2$. Тогда $\xi_2 = 1$, $\xi_d = \xi_c + 1$.

Разделяя переменные в (15) и интегрируя, найдем зависимость $y(\xi)$ в виде обратной функции

$$\xi(y, y_0, \lambda \xi_2) = \int_y^{y_0} \frac{dy}{y'(y, \lambda \xi_2)}. \quad (18)$$

Толщину композитного слоя можно определить, полагая в (18) $y = 1$ ($\xi_c(y_0, \lambda \xi_2) = \xi(1, y_0, \lambda \xi_2)$). Распределение объемной концентрации второго материала в композитном слое $\varepsilon(\xi, y_0)$ определяется в параметрическом виде соотношениями (13), (18) при изменении y от 1 до y_0 .

Используя (18), можно найти среднюю плотность листа

$$\bar{\rho}(y_0, \lambda \xi_2) = \frac{1}{\xi_d} \int_0^{\xi_d} \rho d\xi = \frac{\rho_2}{\xi_c + \xi_2} \left(\int_1^{y_0} \frac{\rho(y) dy}{y'(y, \lambda \xi_2)} + \xi_2 \right). \quad (19)$$

В однородном слое максимальная температура достигается на его границе с композитным слоем. Так как функция $\tilde{\sigma}$ непрерывна на границе слоев (на границе $\varepsilon = 1$), то и температура θ будет непрерывной функцией на этой границе. Следовательно, θ_c является максимальной температурой в листе и в соответствии с определением (6) $\theta_{\max} = \theta_c e^{2\tau}$.

Подставляя в ранее полученные кинематические соотношения (7) выражения для максимальной температуры θ_{\max} с учетом (16), средней плотности листа (19) и размеров листа (18), а также $v(\tau) = e^{2\tau}/2$, $l(\tau) = e^{2\tau}/4$, получим зависимость предельной скорости листа $V(y_0, \lambda \xi_2)$ от его толщины $d(y_0, \lambda \xi_2)$ в параметрическом виде

$$V(y_0, \lambda \xi_2) = \left(\frac{\mu \sigma_2 L}{2} \left(\frac{\Delta Q_*}{\bar{\rho}(y_0, \lambda \xi_2) \lambda \xi_d(y_0, \lambda \xi_2) \theta_c(y_0, \lambda \xi_2)} \right)^2 \right)^{1/3}, \quad (20)$$

$$d(y_0, \lambda \xi_2) = \left(\frac{4L \bar{\rho}(y_0, \lambda \xi_2) \lambda^4 \xi_d^4(y_0, \lambda \xi_2) \theta_c(y_0, \lambda \xi_2)}{(\mu \sigma_2)^2 \Delta Q_*} \right)^{1/3}.$$

Как показывает анализ соотношений (16)–(20), для листа, состоящего из композитного и однородного слоев ($\xi_2 > 0$), зависимость $V(d)$ ($L = \text{const}$) можно получить, изменяя параметр λ от 0 до ∞ при любой допустимой для данной пары материалов величине y_0

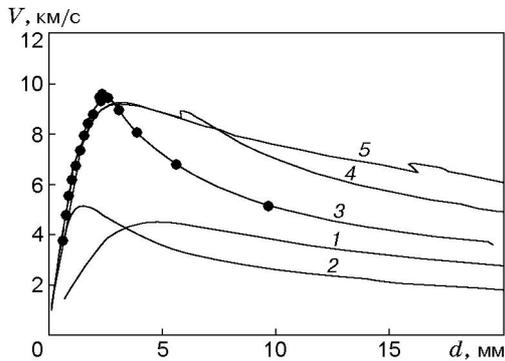


Рис. 2

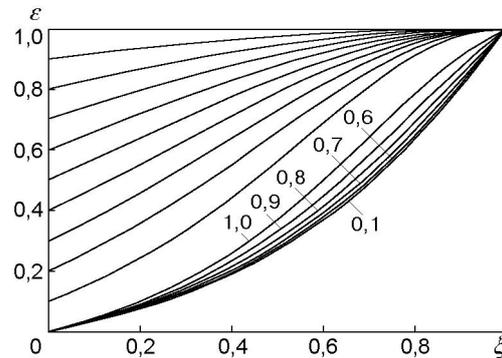


Рис. 3

($1 \leq y_0 \leq \sqrt{\tilde{C}_1/\tilde{\sigma}_1}$), однако максимальная скорость для листа с фиксированной толщиной d будет достигаться при максимальной величине $y_{\max} = \max_{0 \leq \varepsilon \leq 1} y_0 = y_0|_{\varepsilon=0} = \sqrt{\tilde{C}_1/\tilde{\sigma}_1}$, т. е. при нулевой концентрации второго материала на поверхности композитного слоя.

Кривая зависимости $V(d)$ при $\lambda \rightarrow 0$ ($\xi_2 > 0$, $y_0 = y_{\max}$) начинается в некоторой точке $V_0 = V(y_{\max}, 0)$, $d_0 = d(y_{\max}, 0) > 0$, определяемой из соотношений (20), причем в этой точке толщина композитного слоя намного больше толщины однородного слоя ($\xi_c/\xi_d \rightarrow 1$). При размерах листа $d \leq d_0$ максимальную скорость имеет лист, состоящий только из композитного слоя ($\xi_2 = 0$). В этом случае соотношения (20) не зависят от параметра λ , и зависимость $V(d)$ может быть получена при $1 \leq y_0 \leq y_{\max}$.

На рис. 2 приведены зависимости предельной скорости от толщины листа, рассчитанные с использованием приведенных выше соотношений, для листа, состоящего из композитного слоя (смесь железа и меди) и однородного слоя из меди (кривые 3–5), а также для однородных листов из меди и железа (кривые 1, 2). Для кривых 4, 5 электропроводность железа уменьшена в 10 и 100 раз соответственно. В расчетах использовались средние (в интервале от комнатной температуры до температуры плавления меди) значения электротермических параметров материалов. Изломы кривых 3–5 имеют место в точках $d_0(y_{\max})$. Участки кривых до точек излома соответствуют листу, состоящему только из композитного слоя. Участки кривых за точками излома соответствуют листам, состоящим из композитного и однородного слоев. На кривой 3 точки соответствуют: при $d \leq d_0$ — изменению объемной концентрации меди на 0,1, при $d > d_0$ — изменению относительной толщины композитного слоя $\nu = \xi_c/\xi_d$ на 0,1. При некоторой толщине листа в окрестности точки излома может существовать до трех различных распределений $\varepsilon(x)$, обеспечивающих равномерность его нагрева. Максимальная предельная скорость листа, содержащего оптимизированный композитный слой, примерно в 2,1 и 2,3 раза превышает максимальную предельную скорость однородных листов из меди и железа соответственно.

На рис. 3 приведены оптимальные распределения концентрации меди в композитном слое, состоящем из меди и железа. Эти кривые соответствуют значениям толщины листа, отмеченным точками на рис. 2. Кривые с нулевой поверхностной концентрацией соответствуют случаю ускорения листа, состоящего из композитного и однородного медного слоев. Цифры на рис. 3 соответствуют относительным толщинам композитного слоя. Кривые с ненулевой поверхностной концентрацией меди получены для листа, состоящего только из композитного слоя. Следует отметить, что при относительной толщине композитного слоя $\nu < 0,7$ профили оптимальных распределений меди в композитном слое практически не различаются.

Из рис. 3 следует, что при уменьшении толщины листа свойства композитного слоя приближаются к свойствам однородного листа из материала с большей электропроводностью (второго материала). При этом зависимость $V(d)$ выходит на асимптотику “тонкого” листа $V/d = \text{const}$ [5] для второго материала. Однако выход на эту асимптотику предельной скорости листа из композитного материала происходит при больших значениях d , чем для однородного листа. Соответственно его максимальная предельная скорость может быть существенно выше максимальной предельной скорости однородного листа. При увеличении толщины листа, содержащего композитный слой из любой пары материалов, всегда происходит уменьшение предельной скорости, даже при искусственном уменьшении электропроводности первого материала (кривые 4, 5 на рис. 2). Однако предельная скорость листа с композитным слоем при больших d больше предельной скорости однородных листов из материалов, составляющих композитный лист. При уменьшении $\tilde{\sigma}_1$ увеличение предельной скорости становится более существенным. Отношение v_r предельной скорости листа с композитным слоем к предельной скорости однородного листа можно вычислить для листов, имеющих одинаковые массы, отнесенные к единице площади их поверхности, при одинаковой дистанции ускорения.

Для достаточно толстых однородных листов для предельной скорости справедливо асимптотическое выражение [1]

$$V = \psi \sqrt{\Delta Q_p L / (\rho_p d_p)}, \quad (21)$$

где ψ — безразмерный параметр, зависящий только от формы импульса ускоряющего магнитного поля (при $h_0(\tau) = e^\tau$ $\psi = 1$); индекс p соответствует параметрам однородного листа. Используя соотношения (20) и полагая в (21) $\rho_p d_p = \bar{\rho} d$, имеем

$$v_r = \sqrt{\Delta Q_* / \Delta Q_p} \sqrt{1 / \theta_c}.$$

Отметим, что v_r не зависит ни от массы листа, ни от дистанции ускорения. В слоистом композитном материале величина θ_c определяется выражением (17). В этом случае, считая, что $\sigma_2 \gg \sigma_1$ и для достаточно толстых листов $1/\theta_{\max}^0(\lambda\xi_2) \approx 1$, получим

$$v_r = \sqrt{\Delta Q_* / \Delta Q_p} \sqrt{(\rho_1 c_1 / (\rho_2 c_2)) \ln(\sigma_2 / \sigma_1) + 1}. \quad (22)$$

Это соотношение позволяет оценить увеличение предельной скорости листа, содержащего оптимизированный композитный слой из любых двух материалов, по сравнению с предельной скоростью листа из любого однородного материала. Для листа с композитным слоем из железа и меди $V_{\text{Fe-Cu+Cu}}/V_{\text{Cu}} = 1,95$, $V_{\text{Fe-Cu+Cu}}/V_{\text{Fe}} = 1,38$. Из (22) следует, что отношение скоростей v_r незначительно увеличивается при уменьшении электропроводности первого материала композитного листа. Электропроводность материалов достаточно легко уменьшить введением в малых количествах различных добавок, при этом плотность и теплоемкость композитного материала могут изменяться незначительно. Так, если электропроводность железа уменьшить в 100 раз, то приведенные выше отношения будут соответственно равны 3,23 и 2,28. Из (22) следует, что $v_r \rightarrow \infty$ при $\sigma_1 \rightarrow 0$ (формула (22) получена при $d \rightarrow \infty$). Однако, как следует из рис. 2, для любой фиксированной толщины листа относительное увеличение скорости остается конечным.

Численное решение. Проведен расчет предельных по условиям нагрева кинематических характеристик листов на основе численного решения уравнений (3). Использовалась модель слоистого композитного слоя, в которой связь между усредненной электропроводностью и объемной концентрацией хорошо проводящего материала определяется соотношением (14). Для данной пары материалов и фиксированной относительной толщины композитного слоя ν находилось оптимальное распределение объемной концентрации

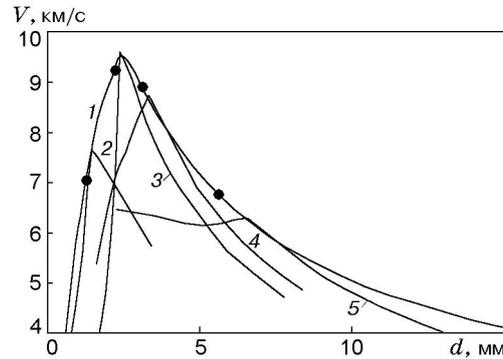


Рис. 4

хорошо проводящего материала в композитном слое $\varepsilon(\xi)$ и соответствующие зависимости $\tilde{\rho}(\xi)$, $\tilde{c}(\xi)$, $\tilde{\sigma}(\xi)$. С использованием этих зависимостей при заданной функции $h_0(\tau)$ на основе численных вычислений, проводимых при нескольких значениях параметра λ , определялась максимальная температура в листе в момент окончания ускорения τ . Затем для заданной дистанции ускорения с использованием кинематических соотношений (7) определялись предельная скорость и толщина листа.

Расчеты, проведенные для экспоненциально нарастающего ускоряющего магнитного поля, показали, что влиянием переходных процессов, связанных с установлением стационарного распределения поля в листе, можно пренебречь при $\tau \geq 3$. В этом случае погрешность расчета скорости с использованием приближенного аналитического подхода не превышает 2 %.

Численные расчеты предельной скорости проведены также для случаев, когда изменение ускоряющего поля во времени $h_0(\tau)$ задано функциями τ , $\sin(\pi\tau/2)$, $\tau e^{1-\tau}$.

На рис. 4 представлены результаты расчета предельной скорости листа, содержащего композитный слой из меди и железа, в зависимости от его толщины на базе разгона 0,1 м для случая $h_0(\tau) = \tau$. Кривая 1 получена на основе аналитического решения, кривые 2–5 — результаты численных расчетов, проведенных при относительных размерах оптимизированного композитного слоя $\nu = 1; 1; 0,5; 0,3$ соответственно. Для кривой 2 $\varepsilon(0) = 0,45$, для кривых 3–5 $\varepsilon(0) = 0$. Точки на кривой 1 соответствуют листам с теми же значениями ν и $\varepsilon(x/d)$, которые использовались в численных вычислениях. Скорость, соответствующая точкам максимума кривых 2–5, близка к аналитически рассчитанной скорости листа (кривая 1), однако максимальная скорость достигается при размерах листа на 5 ÷ 15 % больше размеров, полученных при аналитических вычислениях. Расчеты, проведенные при $h_0(\tau) = \sin(\pi\tau/2)$, $h_0(\tau) = \tau e^{1-\tau}$ и относительном времени ускорения $\tau = 1$, показали, что кривые зависимостей предельной скорости от толщины листов с точностью до нескольких процентов совпадают с представленными на рис. 4 кривыми 2–5, полученными для $h_0(\tau) = \tau$.

Заключение. Проведенный анализ показывает, что использование композитного материала с увеличивающейся в направлении диффузии магнитного поля электропроводностью может существенно повысить предельные по условиям нагрева кинематические характеристики ускорителей. Так, применение композитного слоя из железа и меди позволяет повысить предельную скорость листа примерно в два раза по сравнению с предельной скоростью однородных листов из железа и меди. При уменьшении электропроводности железа в 100 раз может быть достигнуто увеличение предельной скорости в три раза.

Для заданной пары материалов, составляющих композитный лист, оптимальный профиль распределения хорошо проводящего материала в композитном слое определяется ис-

ходя из необходимой толщины листа и заданной дистанции ускорения. Приведена методика, позволяющая найти оптимальные профиль и структуру листа для случая экспоненциально нарастающего ускоряющего магнитного поля.

Результаты численного моделирования показали, что рассчитанная по аналитическим соотношениям оптимальная структура листа заданной толщины близка к оптимальной и в том случае, если зависимость магнитного поля от времени задана другими функциями (в частности, $h_0 = \tau$, $h_0 = \sin(\pi\tau/2)$ и $h_0(\tau) = \tau e^{1-\tau}$ при $\tau = 1$), но при большей на $5 \div 15$ % толщине листа.

Анализ показал, что, увеличивая отношение электропроводностей материалов, составляющих композитный лист, можно достичь существенного по сравнению с однородным листом увеличения предельной скорости. Интересные возможности открываются при использовании комбинаций из проводящих и непроводящих материалов. Однако при этом для обеспечения микрооднородности нагрева композитного материала необходимо уменьшать характерные размеры частиц в нем и (или) в качестве изолятора использовать материал с высокой теплопроводностью.

Проведенный анализ не учитывает всех аспектов применения композитных материалов в качестве токонесущих элементов ускоряемых магнитным полем тел. В частности, термомеханические и прочностные характеристики составляющих композит материалов также должны специальным образом подбираться для обеспечения целостности тела в процессе ускорения.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Shvetsov G. A., Stankevich S. V.** Ultimate velocities of magnetically driven plates // Proc. of the 6th Intern. conf. on magnetic field generation and related topics, Albuquerque, New Mexico, Nov. 8–11, 1992. N. Y.: Nova Sci. Publ., 1994. P. 385–397.
2. **Karpova I. M., Semakhin A. N., Titkov V. V., Shneerson G. A.** Analysis of methods of lowering heating of and thermal stresses in the coils in high pulsed magnetic fields // Proc. of the 5th Intern. conf. on megagauss magnetic field generation and related topics, Novosibirsk, July 3–7, 1989. N. Y.: Nova Sci. Publ., 1990. P. 209–215.
3. **Шнеерсон Г. А.** О минимизации джоулева нагрева при диффузии магнитного поля в среду с проводимостью, зависящей от координаты // Письма в ЖТФ. 1992. Т. 18, вып. 6. С. 18–21.
4. **Зайдель Р. М.** Композитный электродинамический лайнер // ПМТФ. 1999. Т. 40, № 5. С. 11–17.
5. **Кнопфель Г.** Сверхсильные импульсные магнитные поля. М.: Мир, 1972.

Поступила в редакцию 28/1 2002 г.