

В заключение следует отметить, что проплавление подложки дополнительно увеличивает скорость охлаждения поверхности и что существует оптимальная толщина покрытия, при которой достигается максимальная скорость закалки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Крапошин В. С. Обработка поверхности металлических материалов лазерным излучением. — Поверхность, 1982, № 3.
2. Бородина Г. Г., Копецкий Ч. В. и др. Образование аморфной структуры в сплавах на основе железа при обработке поверхности излучением лазера. — ДАН СССР, 1981, т. 259, № 4.
3. Пак Н. И. Численный метод решения многофронтной задачи Стефана с использованием подвижных сеток. — ИФЖ, 1983, т. 45, № 3.
4. Темкин А. В. Зависимость теплофизических свойств низколегированных сталей от температуры. — Изв. вузов. Энергетика, 1978, № 8.
5. Таблицы физических величин/Под ред. И. К. Кикоина. М.: Атомиздат, 1976.

Поступила 31/V 1983 г.

УДК 621.374.013.001.2

УСКОРЕНИЕ ПРОВОДНИКОВ В ИМПУЛЬСНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ МАССИВНОГО ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО МНОВИТКОВОГО ИНДУКТОРА

Г. З. БЕР, В. Н. БОНДАЛЕТОВ, А. А. ГУСАРОВ

(Москва)

Силовое воздействие импульсного магнитного поля на проводники используется в индукционно-динамическом приводе коммутационных аппаратов, при магнитно-импульсной обработке металлов и высокоскоростном индукционном металении проводников. При исследовании протекающих электромагнитных процессов проникновение электромагнитного поля (ЭМП) в проводники рассматривают обычно в квазистационарном приближении. В [1] в качестве основной электромагнитной величины выбран векторный магнитный потенциал (ВМП) A и записаны соответствующие уравнения. В [2, 3] расчет двумерных квазистационарных ЭМП проводился методом интегральных уравнений (МИУ), а в [4, 5] — методом конечных разностей (МКР). В [6] с помощью эквивалентной схемы замещения исследована «цилиндрическая» индукционно-динамическая система (ИДС), индуктор и проводник заменялись полыми цилиндрами толщиной, равной эквивалентной глубине проникновения ЭМП при частоте, соответствующей разряду емкостного накопителя энергии (ЕНЭ) на «холостой» индуктор. В [7] с помощью МИУ исследована ИДС, содержащая многовитковый индуктор в виде соленоида и якорь в виде массивного цилиндра, при этом не учитывалось проникновение ЭМП в индуктор, имеющее место в рассматриваемых системах и прежде всего при ускорении тел малой массы, когда необходимо уменьшать индуктивность индуктора для достижения оптимального преобразования энергии конденсаторной батареи в энергию ускоряемого тела. В этом случае следует применять системы, индукторы которых имеют небольшое число массивных витков. Такие индукторы предпочтительнее и с точки зрения Джоулева нагрева. Для исследования ИДС с учетом проникновения в индуктор ЭМП можно использовать МИУ [7], однако в этом случае на участки с однородными свойствами разбивается и область первичных токов, что приводит к значительному увеличению числа неизвестных в системе разностных уравнений. Порядок полученной по МИУ системы дифференциальных уравнений меньше, чем по МКР, однако матрица коэффициентов полностью заполнена, а по МКР матрица ленточная. В некоторых случаях благодаря наличию экономичных схем расчета большие преимущества в скорости счета и требуемой памяти имеет МКР [5]. Однако при использовании МКР для систем с многовитковыми индукторами необходимо не только производить расчет распределения векторного потенциала в пространстве, но и определять зависимость напряжений на витках индуктора от времени.

В данной работе предлагается схема расчета и приводятся результаты математического исследования ускорения проводников в импульсном магнитном поле массивного цилиндрического многовиткового индуктора, на который разряжается ЕНЭ (фиг. 1), с учетом проникновения поля в индуктор и проводник. Ускоряемый проводник имеет форму сплошного цилиндра массой m и расположен соосно с индуктором. В общем случае рассматриваемая система не является осесимметричной и при ее исследовании необходимо рассчитывать трехмерное ЭМП. Однако чем больше диаметр индуктора и меньше ширина и шаг витка, тем больше оснований считать многовитковый индуктор осесимметричным и проводить расчет двумерного ЭМП в плоскости координат r, z . Существуют также ИДС, индуктор которых набирается из соединенных последовательно колец. Поскольку в данной работе задача рассматривается в прибли-

жении осевой симметрии, то ВМП имеет только одну отличную от нуля составляющую $A = \{0, A, 0\}$.

В качестве базисных величин выбираем

$$t_0 = \sqrt[3]{\frac{\mu_0}{\gamma_0} (2\pi C)^2},$$

$$x_0 = \sqrt[3]{\frac{2\pi C}{\mu_0 \gamma_0^2}},$$

$$E_0 = \frac{CU_0}{\gamma_0 x_0^2 t_0}, \quad v_0 = \frac{x_0}{t_0},$$

$$A_0 = \frac{t_0 U_0}{2\pi x_0}, \quad i_0 = \frac{CU_0}{t_0},$$

$$m_0 = \frac{CU_0^2}{v_0^2},$$

где μ_0 — магнитная проницаемость вакуума; C — емкость ЕНЭ; γ_0 — электропроводность материала индуктора; U_0 — начальное напряжение на ЕНЭ.

Дополняя электромагнитные уравнения из [1] уравнениями, описывающими механические процессы, связанные с перемещением проводников, как это сделано в [5], и уравнением для цепи ЕНЭ, получим следующую систему уравнений для относительных величин:

$$(1) \quad \oint_L \text{rot } A dl = \int_S \gamma E ds;$$

$$(2) \quad E = \begin{cases} -\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{U_k(t)}{r} & \text{в } k\text{-м витке, } k = 1, \dots, N, \\ -\frac{\partial A}{\partial t} - v \frac{\partial A}{\partial z} & \text{в проводнике;} \end{cases}$$

$$(3) \quad \sum_{k=1}^N U_k(t) = 1 - \int_0^t i dt - L_0 \frac{di}{dt} - R_0 i;$$

$$(4) \quad i_k = \int_{S_k} \gamma E ds;$$

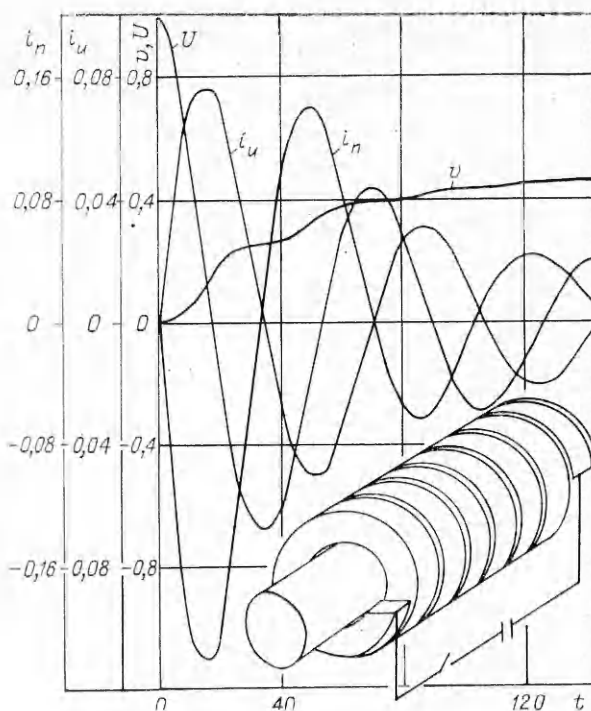
$$(5) \quad i_k = i, \quad k = 1, \dots, N;$$

$$(6) \quad m \frac{dv}{dt} = \int_{S_{II}} \gamma_{II} \left(-\frac{\partial A}{\partial t} - v \frac{\partial A}{\partial z} \right) \frac{\partial A}{\partial z} r ds;$$

$$(7) \quad \frac{dx}{dt} = v$$

с начальными $A(0, r, z) = 0$, $v(0) = 0$, $x(0) = x_0$ и граничными $A(t, 0, z) = 0$, $A_{r \rightarrow \infty} = 0$

условиями. Решая систему уравнений (1)–(7), получаем распределение векторного магнитного потенциала в плоскости r, z и во времени. Кроме того, определяем зависимость напряжений U_1, \dots, U_N на витках индуктора, скорости v проводника и его положения x от времени. С помощью этих зависимостей находим из (2) распределение плотности тока и ток из (4) в витках индуктора и проводнике. В данной работе не рассматривается джоулев нагрев проводников, поэтому электропроводности индуктора γ_0 и проводника γ_{II} в течение процесса ускорения считаются постоянными. Это допущение справедливо в том случае, когда величина индукции магнитного поля меньше критической величины h_c [8], т. е. до тех пор, пока тепловые эффекты не начинают



Ф и г. 1

оказывать значительного влияния на процесс проникновения магнитного поля в проводники. Рассматриваемая задача осесимметрична, поэтому решение проводится в полуплоскости $\{(r, z), r \geq 0\}$, в которой выделены искусственные границы $z_0 \leq z \leq z_K$ и $0 \leq r \leq R_M$ на расстоянии от проводников, позволяющем снести на них с удовлетворительной погрешностью условия из бесконечности. Таким образом, считаем, что на прямых $z = z_0, z = z_K$ и $r = R_M$ магнитный потенциал равен нулю. В расчетах границы выбирались на расстоянии пяти характерных размеров от проводников (в качестве характерного размера выбран максимальный геометрический размер системы). Расчеты показали, что погрешность такого допущения $< 1\%$. Таким образом, внешняя задача сводится к внутренней.

Рассматриваемую область в плоскости r, z разбиваем на сетку

$$\Omega = \{(z_j, r_i), z_1 = \bar{h}_1, z_{j+1} = z_j + h_{j+1}, i = 1, \dots, K-1; \\ r_1 = h_1, r_{i+1} = r_i + h_{i+1}, i = 1, \dots, M-1\}.$$

Положим $\bar{h}_i = 0,5(h_i + h_{i+1}), \bar{h}_j = 0,5(h_j + h_{j+1})$, тогда, объединяя уравнения (1) и (2) и записывая их в разностном виде, получим уравнение для ВМП

$$\gamma \frac{A_{i,j}^n - A_{i,j}^{n-1}}{\Delta t} = \Lambda_1 A^n + \Lambda_2 A^n + f_{i,j}^n,$$

где

$$\Lambda_1 A^n = \frac{1}{h_i} \left[-\frac{r_i A_{i,j}^n - r_{i-1} A_{i-1,j}^n}{r_{i-\frac{1}{2}}} + \frac{r_{i+1} A_{i+1,j}^n - r_i A_{i,j}^n}{r_{i+\frac{1}{2}}} \right], \\ \Lambda_2 A^n = \frac{1}{h_j} \left[\frac{A_{i,j+1}^n - A_{i,j}^n}{h_{j+1}} - \frac{A_{i,j}^n - A_{i,j-1}^n}{h_j} \right], \\ f_{i,j}^n = \begin{cases} U_h^n / r_i & \text{в } k\text{-м витке } (k = 1, \dots, N), \\ -v \left(\frac{\partial A}{\partial z} \right)_{i,j} & \text{в проводнике,} \\ 0 & \text{вне проводников,} \end{cases} \\ \left(\frac{\partial A}{\partial z} \right)_{i,j} = \frac{1}{2h_j} \left[\frac{h_j (A_{i,j+1}^n - A_{i,j}^n)}{h_{j+1}} + \frac{h_{j+1} (A_{i,j}^n - A_{i,j-1}^n)}{h_j} \right].$$

Уравнения (3), (4), (6) и (7) в конечных разностях записываем в виде

$$\sum_{k=1}^N U_k^n = 1 - \sum_{l=1}^n \frac{l^l + l^{l-1}}{2} \Delta t, \\ i_h^n = \sum_{i,j \in S_h} \left(\frac{U_h^n}{r_i} - \frac{A_{i,j}^n - A_{i,j}^{n-1}}{\Delta t} \right) \bar{h}_i \bar{h}_j, \quad k = 1, \dots, N, \\ m \frac{v^{n+1} - v^n}{\Delta t} = - \sum_{i,j \in S_{II}} \gamma_{II} r_i \left[\frac{A_{i,j}^n - A_{i,j}^{n-1}}{\Delta t} + v^n \left(\frac{\partial A}{\partial z} \right)_{i,j} \right] \left(\frac{\partial A}{\partial z} \right)_{i,j} \bar{h}_i \bar{h}_j, \\ (x^{n+1} - x^n) / \Delta t = (v^{n+1} + v^n) / 2.$$

Для ВМП в проводниках имеем уравнение параболического типа, а вне проводников — эллиптического. В области с $\gamma = 0$ вводим параметр $\gamma_B \ll \gamma_0$. В [5] было показано, что такой прием позволяет использовать для расчета метод переменных направлений и решение при $\gamma_B / \gamma_0 \leq 10^{-2}$ почти не зависит от параметра γ_B . Проведенные же для рассматриваемых нами систем расчеты показали сильную зависимость результатов от величины γ_B , поэтому был использован итерационный метод со стабилизирующей поправкой [9]. В этом методе переход с шага $n-1$ на шаг n осуществляется с помощью итерационного процесса

$$(A^{v-1/2} - A^{n-1}) / \Delta t^{n-1} = \Lambda_1 A^{v-1/2} + \Lambda_2 A^{v-1} + f^{v-1}, \quad (A^v - A^{v-1/2}) / \Delta t^{v-1} = \\ = \Lambda_2 (A^v - A^{v-1}).$$

Для прекращения итераций используется выполнение закона Ампера с заданной погрешностью

$$\oint_L \text{rot } \mathbf{A} d\mathbf{l} = I_S,$$

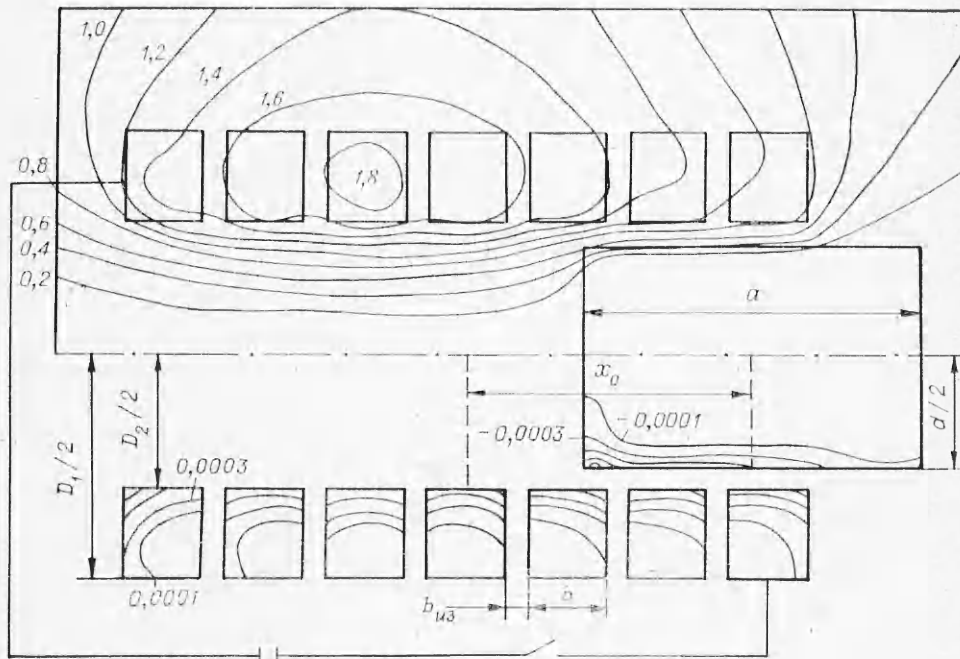
где S — площадь, ограниченная контуром L ; I_S — полный ток, текущий через поверхность S . В качестве контура L выбраны L_1 — ось z , замыкающаяся в бесконечности, и L_2 — контур, охватывающий все витки индуктора.

В [5] расчеты проводились на подвижной сетке. Движение сетки производилось таким образом, что граница проводника находилась посередине между узлами сетки, это позволило применить схему сквозного счета. Такую сетку не всегда можно выбрать для рассматриваемой нами системы, поэтому расчеты проводились на неподвижной сетке с учетом нерегулярных узлов на границе проводника.

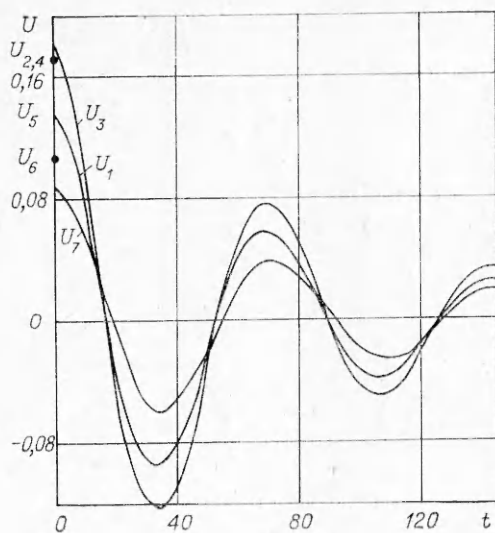
Чтобы проверить работоспособность рассмотренной разностной схемы для задачи ускорения проводников многовитковым массивным индуктором, проведен расчет разряда ЕНЭ на тонкий индуктор (толщина индуктора равна эквивалентной глубине проникновения магнитного поля) с числом витков $N = 7$. При сопоставлении результатов расчета тока в индукторе с полученными аналитически для случая индуктора с равномерным распределением плотности тока погрешность расчета составила менее 1%.

Серия расчетов ускорения проводников по описанной выше методике полностью подтвердила качественные выводы, сделанные в [6]. Получено хорошее совпадение диапазона оптимальных параметров для исследуемых систем. Однако в рассматриваемом диапазоне изменений параметров системы величина скорости ускоряемого проводника, рассчитанная с помощью эквивалентной схемы замещения, превышает величину скорости, полученную по предложенной методике при $R_0 = 0$ и $L_0 = 0$ на 20%, а при реальных значениях R_0 и L_0 на 10%. Очевидно, систематическую погрешность можно объяснить приближенным учетом распределения тока по поверхности проводников, что приводит к завышению взаимной индуктивности при расчете по эквивалентной схеме замещения. Исходя из простоты модели и небольших затрат машинного времени, что особенно важно при решении задач синтеза, приходим к выводу, что исследование «цилиндрических» ИДС можно проводить с достаточной степенью точности ($\sim +5\%$) с помощью эквивалентных схем замещения, если полученные значения скорости при расчете реальных систем ($L_0 \neq 0, R_0 \neq 0$) умножать на коэффициент 0,9. Предлагаемую методику при исследовании электромагнитных процессов следует применять для определения зависимости напряжений на витках индуктора от времени, распределения локальных характеристик по сечению проводника (например, плотности тока, радиальных и осевых усилий), а также для уточнения результатов, полученных при расчете с помощью эквивалентной схемы замещения.

Ниже приводятся результаты расчета для варианта с параметрами (фиг. 2): $x_0 = 0,025$ м, $D_1 = 0,04$ м, $D_2 = 0,024$ м, $d = 0,02$ м, $a = 0,03$ м, $b = 0,07$ м, $b_{из} = 0,002$ м, $N = 7$, $C = 0,02$ Ф, $U_0 = 2$ кВ, $m = 0,03$ кг, индуктор из латуни ($\gamma = 14,7 \cdot 10^6$ 1/(Ом·м)), проводник из хромистой меди ($\gamma = 27,2 \cdot 10^6$ 1/(Ом·м)). На фиг. 1 представлены графики зависимости от времени тока в индукторе $i_{ин}$, тока в проводнике $i_{пр}$, напряжения на индукторе U и скорости проводника v . В этом случае ускорение проводника происходит в течение почти всего процесса разряда ЕНЭ на систему.



Ф и г. 2



Фиг. 3

сечениям проводника и витков индуктора для момента первого максимума тока ($t/t_0 = 17$). Из фиг. 2 видно, что центр силовых линий магнитного поля благодаря наличию проводника смещается и приходится на 3-й виток. Этим объясняется то, что напряжения на 1-м и 5-м витках совпадают и мало отличаются напряжения на 2, 3 и 4-м витках. Смещение центра силовых линий ЭМП аналогичным образом сказывается и на распределении плотности тока по сечениям витков. Кроме того, из фиг. 2 следует, что ток распределяется практически только по внутренней стороне индуктора, что объясняется наложением двух эффектов: эффекта близости и «катушечного» эффекта. Поэтому в отличие от «плоских» систем в этом случае более ярко выражено перераспределение плотности тока только на «рабочую» поверхность индуктора. Расчеты для различных значений толщины индуктора при постоянстве ускоряемой массы показали, что при толщине индуктора, превышающей две эквивалентные толщины скин-слоя (частота разряда определялась в предположении разряда на «холостой» индуктор), конечная скорость проводника практически не изменяется. При уменьшении толщины индуктора менее двух эквивалентных толщин скин-слоя скорость проводника уменьшается. Это вызвано уменьшением тока в индукторе, что, в свою очередь, происходит из-за увеличения его сопротивления. Величина скорости проводника при толщине индуктора, равной эквивалентной толщине скин-слоя, составляет $\sim 75\%$ от предельного значения.

Проводник практически не испытывает отрицательных ускорений, но есть участки движения проводника с постоянной скоростью. На фиг. 3 в относительных единицах приведены кривые зависимости напряжений на витках от времени. Напряжения на витках отличаются друг от друга, причем это отличие связано не только с положением витков относительно плоскости симметрии индуктора, но и с расположением проводника относительно индуктора. Для удобства на фиг. 3 приведены кривые только для трех витков. Качественная картина для остальных витков аналогична. Значения напряжений в начальный момент времени для 2, 4 и 6-го витков приведены на оси ординат. Величины напряжений на 2, 3 и 4-м витках незначительно отличаются друг от друга.

На фиг. 2 показаны силовые линии магнитного поля (линии уровня магнитного потока, соответствующие значения которого указаны на фиг. 2) и распределение плотности тока по

ЛИТЕРАТУРА

1. Колесников Э. В. Квазистационарные электромагнитные поля в осесимметричных системах с кольцевым полем тока.— Изв. вузов. Электромеханика, 1971, № 1.
2. Михайлов В. М. Двумерное импульсное магнитное поле массивных проводников.— Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1977, № 3.
3. Балтаханов А. М., Бондалетов В. П. Расчет двумерных импульсных магнитных полей с движущимися проводниками.— Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1980, № 3.
4. Юрченко В. П. Расчет двумерных квазистационарных полей на ЭВМ.— ЖТФ, 1974, т. 44, вып. 8.
5. Бондалетов В. П., Гусаров А. А., Балтаханов А. М. Сравнение двух численных методов расчета двумерных импульсных магнитных полей с движущимися проводниками.— Электричество, 1982, № 7.
6. Бондалетов В. П., Иванов Е. И. и др. Исследование эффективности ускорения проводников в импульсном магнитном поле соленоида.— ПМТФ, 1983, № 2.
7. Чемерис В. Т., Подольцев А. Д. Исследование магнитноимпульсного взаимодействия проводящих контуров на ЭЦВМ с учетом движения вторичного контура.— ТЭД, 1979, № 1.
8. Кноффель Г. Сверхсильные импульсные магнитные поля. М.: Мир, 1972.
9. Гаджиев А. Д., Писарев В. Н., Шестаков А. А. Метод расчета двумерных задач теплопроводности на неортогональных сетках.— ЖВММФ, 1982, № 2.

Поступила 24/VI 1983 г.