УДК 593.376-539.4

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ВАРИАНТ МОДЕЛИ РЕОЛОГИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ И РАЗРУШЕНИЯ МЕТАЛЛОВ ПРИ СОВМЕСТНОМ ДЕЙСТВИИ СТАТИЧЕСКИХ И ЦИКЛИЧЕСКИХ НАГРУЗОК

В. П. Радченко, Е. К. Кичаев, А. В. Симонов

Самарский государственный технический университет, 443010 Самара

Предложена одноосная феноменологическая модель энергетического типа для описания неупругого деформирования и разрушения металлов при совместном действии статических и циклических нагрузок. Амплитудное значение циклической компоненты напряжения в экспериментах составляло не более 10 % статического напряжения. Выполнена тщательная экспериментальная проверка предложенной модели для сплава ЭП742 при T = 650; 750 °C. Наблюдается хорошее соответствие расчетных и опытных данных.

1. Энергетический [1, 2] и примыкающий к нему термодинамический [3, 4] подходы для описания неупругого реологического деформирования и разрушения металлов в условиях нестационарного нагружения дают хорошие результаты, и целесообразность их применения в расчетной практике не вызывает сомнений. Целью настоящей работы является обобщение подхода [2] для описания класса явлений, происходящих в материале при совместном действии статических σ_0 и циклических нагрузок с амплитудным значением циклической компоненты σ_{a_0} . Ограничимся рассмотрением так называемого многоциклового нагружения при частоте f > 10 Гц и коэффициенте амплитуд $A = \sigma_0 / \sigma_{a_0}$, не превышающем некоторого критического значения $A_{\rm kp}$, имеющего порядок 0,10–0,15 (в отличие от малоциклового нагружения при частоте f > 10 Гц и числе циклов до разрушения, не превышающем 10⁴). В рассматриваемом случае циклическая нагрузка приводит к двум основным эффектам [5]: 1) ускорению (или даже инициированию) процесса ползучести при заданном статическом напряжении σ_0 ; 2) уменьшению накопленной неупругой деформации в момент разрушения по сравнению с аналогичной величиной при чисто статическом нагружении. Этот процесс называют циклической ползучестью [5] либо виброползучестью (при коэффициенте амплитуд 0,01–0,03) [6]. Как правило, эти явления невозможно описать ни в рамках обычных классических подходов, ни с позиций феноменологической ползучести [7], ни с позиций усталости при несимметричном цикле [8]. Из анализа работ по циклической ползучести [6, 9–11] следует, что на феноменологическом уровне условно можно выделить следующие подходы.

А. Введение приведенного напряжения, равного такому статическому, при котором долговечность в режиме статической ползучести совпадает с долговечностью в режиме циклической ползучести. При этом подходе постулируется подобие кривых статической и циклической ползучести, что является одним из его недостатков. К тому же при нестационарных режимах нагружения такие теории дают большие погрешности как по статической, так и по циклической компонентам.

Б. Описание ползучести при циклически изменяющемся напряжении. В этом случае рассматривается поведение деформации в каждом цикле. Недостатком этого подхода является неучет поврежденности от усталости и отсутствие частоты нагружения в определяющих соотношениях. В. Феноменологические модели, базирующиеся на гипотезе аддитивности параметров поврежденности от усталости и статической ползучести и принципе линейного суммирования повреждений

$$\int_{0}^{t_{*}} \frac{d\tau}{\tau_{*}(\sigma_{0})} + \int_{0}^{N_{*}} \frac{dR}{R(\sigma_{a_{0},f})} = 1,$$
(1.1)

где $\tau_*(\sigma_0)$ — время разрушения вследствие ползучести при заданном статическом напряжении σ_0 ; $R(\sigma_{a_0}, f)$ — число циклов до разрушения при заданном значении амплитуды циклической компоненты σ_{a_0} и частоты нагружения f. Экспериментальные исследования показывают, что соотношение (1.1) справедливо лишь при последовательном нагружении статической и циклической нагрузками с небольшим градиентом. В остальных случаях значения выражения в левой части равенства (1.1) могут быть существенно больше или меньше единицы. Многочисленные же попытки создания универсального принципа нелинейного суммирования повреждений до настоящего времени не привели к успеху.

2. Базовой моделью для решения поставленной в настоящей работе задачи является модель, предложенная в [2] для квазистатического нагружения:

$$\varepsilon = e + e^{p} + p, \quad \dot{e} = \frac{\dot{\sigma}}{E}, \quad \dot{e}^{p} = \chi S'(\sigma) \dot{\sigma}, \quad p = u + v + w, \quad u(t) = \sum_{k=1}^{K} u_{k}(t),$$

$$\dot{u}_{k}(t) = \lambda_{k} \Big[a_{k} \Big(\frac{\sigma(t)}{\sigma_{*}} \Big)^{n_{1}} - u_{k}(t) \Big], \quad v(t) = \sum_{k=1}^{K} v_{k}(t),$$

$$(2.1)$$

$$\dot{v}_{k} = \begin{cases} \lambda_{k} \Big[b_{k} \Big(\frac{\sigma(t)}{\sigma_{*}} \Big)^{n_{1}} - v_{k}(t) \Big], \quad b_{k} \Big(\frac{\sigma(t)}{\sigma_{*}} \Big)^{n_{1}} > v_{k}(t), \\ 0, \qquad b_{k} \Big(\frac{\sigma(t)}{\sigma_{*}} \Big)^{n_{1}} \leqslant v_{k}(t), \\ \sigma = \sigma_{0}(1 + \omega); \end{cases} \quad (2.2)$$

$$\dot{\omega} = \gamma \sigma \dot{e}^p + \alpha \sigma \dot{p}, \tag{2.3}$$

где ε — полная деформация; e и e^p — упругая и пластическая деформации; p — деформация ползучести; u, v, w — вязкоупругая, вязкопластическая и вязкая составляющие p; σ_0 и σ — номинальное и истинное напряжения; E — модуль Юнга; $\lambda_k, a_k, b_k, c, n, m, \sigma_*$ — реологические константы материала, при помощи которых описываются первая и вторая стадии ползучести и обратимая часть деформации ползучести; ω — параметр поврежденности, который полагается пропорциональным линейной комбинации работы истинного напряжения на деформации ползучести и работы на пластической деформации; α и γ — параметры материала, контролирующие процессы разупрочнения. Значение $\chi = 1$ при $\sigma(t) > \sigma(\tau)$ ($0 \le \tau < t$) и $\chi = 0$, если можно указать такой момент τ , когда $\sigma(t) \le \sigma(\tau)$.

В общем случа
е $\gamma=\gamma(e^p),\,\alpha=\alpha(\sigma_0),$ и для них можно использовать степенную аппрок
симацию [2]

$$\gamma = \gamma_1(e^p)^{m_2}, \qquad \alpha = \alpha_1(\sigma_0)^{m_1}. \tag{2.4}$$

Для ряда материалов в частных случаях $\gamma = \text{const}, \alpha = \text{const} [2]$. Функция $S(\sigma)$, описывающая деформацию пластичности, имеет вид

$$S(\sigma) = a(\sigma - \sigma_{+})^{n}, \qquad (2.5)$$

где a и n — константы; σ_+ — предел пропорциональности.

3. Для обобщения модели (2.1)–(2.5) на случай совместного действия квазициклических и циклических нагрузок в параметр поврежденности введем еще одно слагаемое, связанное с необратимыми процессами при циклическом нагружении. Для этого примем гипотезу, что поврежденность от усталости за цикл нагружения пропорциональна подведенной упругой работе истинного амплитудного напряжения за цикл при постоянных σ_0 , σ_{a_0} и f. Тогда соотношение (2.1) принимает вид

$$\dot{\omega} = \gamma(e^p)\sigma \dot{e}^p + \alpha(\sigma_0)\sigma \dot{p} + g_1(\sigma_0, \sigma_{a_0}, f) \frac{\sigma_a^2}{2E} \dot{N}, \qquad (3.1)$$

где σ_a — истинное значение амплитудного напряжения:

$$\sigma_a = \sigma_{a_0}(1+\omega); \tag{3.2}$$

 $g_1(\sigma_0, \sigma_{a_0}, f)$ — функция, определяемая из эксперимента; N — число циклов нагружения. Таким образом, полная система уравнений для описания неупругой деформации при совместном действии квазистатического и циклического нагружений состоит из соотно-

совместном действии квазистатического и циклического нагружений состоит из соотношений (2.1), (2.2), (3.1), (3.2). **4.** Для получения критерия разрушения аналогично [2] воспользуемся термодинами-

4. Для получения критерия разрушения аналогично [2] воспользуемся термодинамическими соображениями, согласно которым разрушение материала происходит при достижении плотностью внутренней энергии критической величины. Выполненные в [12] теоретические и экспериментальные исследования позволяют считать, что критическая величина плотности внутренней энергии не зависит от процесса нагружения и является константой материала.

Накапливаемая в деформируемом элементе тела внутренняя энергия U_+ определяется суммой двух составляющих. Первая обусловлена накоплением в деформируемом объеме материала потенциальной (запасенной, скрытой) энергии U^e , вторая накапливается в виде теплосодержания U^T . Таким образом, исходя из принципа суперпозиции энергии [13] имеем

$$U_{+} = U^{e} + U^{T}. (4.1)$$

В соответствии с изложенным выше критерий разрушения принимает вид

$$U_{+}(t_{*}) = U_{0} + U_{1}(t_{*}) = U_{*}, \qquad (4.2)$$

где $U_0(T)$ — начальное значение удельной внутренней энергии при t = 0; U_1 — приращение внутренней энергии за счет деформирования; U_* — критическое значение внутренней энергии (константа материала); t_* — время до момента разрушения. Приращение величины $\Delta U_+ = \Delta U_1$ за время Δt складывается из двух составляющих

$$\Delta U_{+} = \Delta U^{e} + \Delta U^{T}, \quad \Delta U^{e} = \sigma \Delta e^{p} + \sigma \Delta p, \quad \Delta U^{T} = \Delta U_{1}^{T} + \Delta U_{2}^{T} + \Delta U_{3}^{T}.$$
(4.3)

Здесь приращение потенциальной энергии ΔU^e в отличие от работ [1, 3, 4] записано не для номинального, а для истинного напряжения σ , при этом влияние циклической компоненты σ_{a_0} на деформации e^p и p осуществляется через параметр поврежденности (соотношения (3.1) и (3.2)). Величины $\Delta U_1^T, \, \Delta U_2^T, \, \Delta U_3^T$ — приращения теплосодержания при образовании пластической деформации, деформации ползучести и от циклического нагружения. Дальнейшая задача состоит в определении ΔU_i^T . Непосредственное измерение этой величины (а тем более разделение ее на компоненты ΔU_i^T) при помощи калориметрирования даже в лабораторных условиях при фиксированной температуре — трудоемкая задача, поэтому необходимо найти другие способы оценки величины ΔU^T .

Некоторые экспериментальные данные [12] позволяют принять следующие гипотезы: ΔU_1^T и ΔU_2^T пропорциональны $\sigma \Delta e^p$ и $\sigma \Delta p$ соответственно, а величина ΔU_3^T при постоянных σ_0 , σ_{a_0} и f составляет за цикл нагружения некоторую часть от подведенной работы истинного амплитудного напряжения за полуцикл:

$$\Delta U_3^T = g_2(\sigma_0, \sigma_{a_0}, T, f) \, \frac{\sigma_a^2}{2E} \, N.$$
(4.4)

С учетом (4.4) приведем (4.3) к виду

$$\Delta U_{+} = \sigma \Delta e^{p} \left(1 + \frac{\Delta U_{1}^{T}}{\sigma \Delta e^{p}} \right) + \sigma \Delta p \left(1 + \frac{\Delta U_{2}^{T}}{\sigma \Delta p} \right) + g_{2}(\sigma_{0}, \sigma_{a_{0}}, T, f) \frac{\sigma_{a}^{2}}{2E} N.$$

$$(4.5)$$

На основании принятых гипотез, используя обозначения $1 + \Delta U_1^T / (\sigma \Delta e^p) = C(T), 1 + \Delta U_2^T / (\sigma \Delta p) = D(\sigma_0, T)$, выражение (4.5) запишем следующим образом:

$$\Delta U_{+} = C(T)\sigma\Delta e^{p} + D(\sigma_{0}, T)\sigma\Delta p + g_{2}(\sigma_{0}, \sigma_{a_{0}}, T, f) \frac{\sigma_{a}^{2}}{2E}\Delta N.$$
(4.6)

После интегрирования (4.6) с использованием (4.2) получаем

$$\int_{0}^{t_{*}} C(T)\sigma \, de^{p} + \int_{0}^{t_{*}} D(\sigma_{0}, T)\sigma \, dp + \int_{0}^{t_{*}} g_{2}(\sigma_{0}, \sigma_{a_{0}}, T, f) \, \frac{\sigma_{a}^{2}}{2E} \, dN = U'(T).$$

$$(4.7)$$

Здесь $U'(T) = U_* - U_0(T)$. При постоянной температуре T соотношение (4.7) можно записать в виде

$$\int_{0}^{t_{*}} \frac{\sigma \, de^{p}}{A_{*}^{p}(T)} + \int_{0}^{t_{*}} \frac{\sigma \, dp}{A_{*}^{c}(\sigma_{0}, T)} + \frac{1}{2E} \int_{0}^{t_{*}} \frac{\sigma_{a}^{2} \, dN}{A_{*}^{y}(\sigma_{0}, \sigma_{a_{0}}, T, f)} = 1, \tag{4.8}$$

где $A^p_* = U'(T)/C(T), A^c_* = U'(T)/D(\sigma_0, T), A^y_* = U'(T)/g_2(\sigma_0, \sigma_{a_0}, T, f)$. В частном случае при T = const и f = const соотношение (4.8) принимает вид

$$\int_{0}^{t_{*}} \frac{\sigma \, de^{p}}{A_{*}^{p}} + \int_{0}^{t_{*}} \frac{\sigma \, dp}{A_{*}^{c}(\sigma_{0})} + \frac{1}{2E} \int_{0}^{t_{*}} \frac{\sigma_{a}^{2} \, dN}{A_{*}^{y}(\sigma_{0}, \sigma_{a_{0}})} = 1.$$
(4.9)

Соотношение (4.8) или его частный случай (4.9) является критерием разрушения при совместном действии статических и циклических нагрузок. Таким образом, реологическая модель для описываемого явления состоит из системы уравнений (2.1), (2.2), (3.1), (3.2), (4.8) или (4.9).

Соотношения, аналогичные по структуре (4.8), (4.9), но записанные не для истинных, а для номинальных напряжений, рассматривались в [14] для малоцикловой усталости.

5. Ниже приведена методика определения параметров предложенной модели. При энергетическом подходе в качестве базовых используются следующие экспериментальные данные:

— диаграмма растяжения материала при постоянной достаточно высокой скорости деформирования;

— серия кривых ползучести от начала нагружения до момента разрушения (отмеченного на рис. 1–4 крестиками) при $\sigma_0 = \text{const}$, которые называются кривыми стационарной ползучести;

— серия кривых ползучести от начала нагружения до момента разрушения при $\sigma_0 = \text{const}, \sigma_{a_0} = \text{const},$ называемых кривыми стационарной циклической ползучести.

С использованием двух первых базовых экспериментов по методике, изложенной в [2], определяем все параметры уравнений (2.1)–(2.5), а также величины γ , α , A_*^p , A_*^c , при этом величина A_*^c имеет аппроксимацию вида $A_*^c = \alpha_*(\sigma_0)^{m_*}$. Для определения $g_1(\sigma_0, \sigma_{a_0})$ и $A_*^y(\sigma_0, \sigma_{a_0})$ используются кривые стационарной циклической ползучести. Численный расчет по (2.1), (2.2), (3.1), (3.2) осуществляется при различных значениях g_1 до достижения функционалом (характеризующим близость расчетной и экспериментальной кривых неупругой деформации) минимального значения. В качестве критерия близости расчетной и экспериментальной кривых используется расстояние между ними по некоторому выбранному направлению φ ($0 \leq \varphi \leq \pi/2$) (рис. 1), а в качестве меры близости — безразмерный функционал вида

$$\sum_{j=1}^{M} \left\{ \left[\frac{p_j^{\mathrm{T}} - p_j^{\mathrm{s}}}{p_*} \right]^2 + \left[\frac{t_j^{\mathrm{T}} - t_j^{\mathrm{s}}}{t_*} \right]^2 \right\} \to \min,$$
(5.1)

где t_j^{T} , p_j^{T} — расчетные, а $t_j^{\mathfrak{d}}$, $p_j^{\mathfrak{d}}$ — экспериментальные значения времени и неупругой деформации, соответствующие точкам пересечения кривых ползучести с прямой *a*, имеющей угол наклона φ к оси *t* (рис. 1); t_* , p_* — экспериментальные значения времени и неупругой деформации, соответствующие точке разрушения образца; *M* — количество точек, используемых для минимизации функционала (5.1).

В частном случае критерий (5.1) включает традиционные методы определения близости кривых по деформации. При $\varphi = \pi/2$ имеем метод определения близости по деформации, а при $\varphi = 0$ — по времени достижения заданного значения неупругой деформации. Вместе с тем критерий (5.1) свободен от их недостатков. Например, критерий близости по деформации не применим на третьей стадии, а близость по времени может дать существенные погрешности для материалов с малой скоростью на второй стадии ползучести.

После определения g_1 при заданных σ_{a_0} , σ_0 вновь осуществляется численный расчет по модели до достижения расчетной неупругой деформацией экспериментального значения в момент разрушения и определяется значение A^y_* из соотношения

$$A_*^y = \frac{1}{2E} \int_0^{t_*} \sigma_a^2 f \, dt \bigg/ \bigg(1 - \int_0^{t_*} \frac{\sigma \, de^p}{A_*^p} - \int_0^{t_*} \frac{\sigma \, dp}{A_*^c(\sigma_0)} \bigg).$$
(5.2)

После определения g_1 и A^y_* при нескольких постоянных σ_{a_0} , σ_0 строится двумерная аппроксимация этих величин. Анализ экспериментальных данных показывает, что в качестве аппроксимации можно использовать выражения

$$g_1(\sigma_0, \sigma_{a_0}) = G_f \exp\left[\alpha_f \frac{\sigma_0}{\sigma_*}\right] \left(\frac{\sigma_{a_0}}{\sigma_{a_0}^*}\right)^{n_f}, \qquad A_*^y = A^y \exp\left[\alpha_y \frac{\sigma_0}{\sigma_*}\right] \left(\frac{\sigma_{a_0}}{\sigma_{a_0}^*}\right)^{n_y}.$$
(5.3)

6. Экспериментальная проверка справедливости предложенных уравнений выполнена на материале ЭП742 при T = 650; 750 °C при частоте нагружения f = 50 Гц и синусоидальной циклической компоненте напряжения. Детальная проверка уравнений (2.1)–(2.5) и критерия разрушения (4.9) в условиях квазистатической ползучести (циклическая компонента $\sigma_{a_0} = 0$) при различных режимах нагружения σ_0 для этого материала выполнена в [2].



гаолица і	Т	\mathbf{a}	б	Л	И	ц	a	1
-----------	---	--------------	---	---	---	---	---	---

$T, ^{\circ}C$	$\lambda_1, \\ \mathbf{u}^{-1}$	a_1	b_1	с	n_1	m	$\begin{array}{c} \alpha_1, \\ \mathrm{M}\Pi \mathrm{a}^{-1-m_1} \end{array}$	m_1	$\begin{array}{c} \alpha_*, \\ \mathbf{M} \Pi \mathbf{a}^{-1-m_*} \end{array}$
$\begin{array}{c} 650 \\ 750 \end{array}$	$0,022 \\ 0,2$	$\begin{array}{c} 7,32\cdot 10^{-4} \\ 6,55\cdot 10^{-4} \end{array}$	$5,37 \cdot 10^{-3} 4,804 \cdot 10^{-3}$	$\begin{array}{c} 7,22 \cdot 10^{-7} \\ 4,15 \cdot 10^{-5} \end{array}$	$3,\!29 \\ 3,\!76$	$14,3 \\ 8,9$	${3,0\cdot 10^{14}}\ {2,81\cdot 10^6}$	$-6,09 \\ -3,3$	$174,4 \\ 81,1$

Таблица 2

$T, ^{\circ}\mathrm{C}$	$ σ_+, MΠa $	$E, \mathrm{M\Pi a}$	a , M Πa^{-n}	n	$\gamma_1, \mathrm{M}\Pi\mathrm{a}^{-1}$	$A^p_*, \mathrm{M} \ensuremath{\mathrm{J}} \ensuremath{\mathrm{x}} \cdot \ensuremath{\mathrm{m}} / \ensuremath{\mathrm{m}}^3$	m_2
$650 \\ 750$	696,3 608,2	$\begin{array}{c} 1,79\cdot 10^{-5} \\ 1,70\cdot 10^{-5} \end{array}$	$\begin{array}{c} 8,614 \cdot 10^{-7} \\ 5,102 \cdot 10^{-7} \end{array}$	$1,\!854 \\ 1,\!943$	$1,776 \cdot 10^{-3} \\ 1,623 \cdot 10^{-3}$	227,5 180,0	0 0

Таблица З

$T, ^{\circ}\mathrm{C}$	$G_f, \mathrm{M}\Pi \mathrm{a}^{-1} \cdot \mathrm{y}^{-1} \cdot \Gamma \mathrm{y}^{-1}$	α_f	n_f	A^y , МДж · м/м ³	$lpha_y$	n_y	$\sigma^*_{a_0}$
650 750	$2,95 \cdot 10^{-5}$ $2,71 \cdot 10^{-10}$	$-0,087 \\ 0,153$	$0,532 \\ -1,240$	$9,58 \cdot 10^9 \\ 4,07 \cdot 10^9$	$-0,122 \\ -0,168$	$1,40 \\ 0,82$	49 49

Исходной информацией для определения параметров модели (2.1)–(2.5), (4.9) в нашем случае служили экспериментальные кривые стационарной ползучести, представленные сплошными линиями на рис. 1 (T = 650 °C) и рис. 2 (T = 750 °C) (e(0) — величина упругой деформации в момент приложения нагрузки при t = 0). Значения параметров для описания деформации ползучести приведены в табл. 1 ($\sigma_* = 490,5$ МПа, $K = 1, m_* = 0$ для обоих значений температуры), для деформации пластичности — в табл. 2. Штриховые линии на рис. 1, 2 соответствуют расчету по модели (2.1)–(2.5), (4.9). Стрелками указано начало пластической деформации. В этот момент истинное напряжение σ превышает предел пропорциональности σ_+ за счет накопления поврежденности, хотя в начальный момент t = 0 выполнялось неравенство $\sigma_0 < \sigma_+$.

Данные по циклической ползучести сплава ЭП742 для модели (2.1), (2.2), (3.1), (3.2), (4.9), рассчитанные по изложенной в п. 5 методике, представлены в табл. 3. В качестве примера на рис. 3, 4 приведены экспериментальные (сплошные линии) и расчетные



Рис. 3

Рис. 4



(штриховые линии) кривые неупругой деформации при стационарной циклической ползучести. Кривые на рис. 3 соответствуют T = 650 °C и $\sigma_0 = 686.7$ МПа, на рис. 4 — T = 750 °C, $\sigma_0 = 569$ МПа, а значения циклической компоненты σ_{a_0} для каждой кривой указаны цифрами.

На рис. 5, 6 приведены экспериментальные (сплошные линии) и расчетные (штриховые линии) кривые неупругой реологической деформации при сложном нестационарном режиме как статической, так и циклической компонент нагружения. Кривые на рис. 5 соответствуют T = 750 °C, величина $\sigma_0 = 570$ МПа в ходе эксперимента постоянна, а циклическая компонента $\sigma_{a_0} = 0$ при $t \in [0, 10]$ и $\sigma_{a_0} = 49$ МПа при $t \ge 10$. На рис. 6 (T = 650 °C) показано изменение компонент σ_0 и σ_{a_0} по сложным программам нагружения, указанным в верхней части рисунка.

Приведенные примеры показывают хорошее соответствие расчетных и экспериментальных данных, при этом предложенная модель описывает два основных эффекта циклической ползучести в рассматриваемой области [5]: ускорение процесса ползучести и уменьшение накопленной неупругой деформации в момент разрушения по сравнению с квазистатической ползучестью.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Соснин О. В., Горев Б. В., Никитенко А. Ф. Энергетический вариант теории ползучести. Новосибирск: Ин-т гидродинамики СО АН СССР, 1986.
- Радченко В. П. Энергетический вариант одноосной теории ползучести и длительной прочности // ПМТФ. 1991. № 4. С. 172–179.
- Федоров В. В. Термодинамические представления о прочности и разрушении твердого тела // Пробл. прочности. 1971. № 11. С. 32–34.
- Киялбаев Д. А., Чудновский А. И. О разрушении деформируемых тел // ПМТФ. 1970. № 3. С. 105–110.
- 5. Голуб В. П. О некоторых эффектах ползучести при циклических нагружениях // Пробл. прочности. 1987. № 5. С. 20–24.
- 6. Локощенко А. М., Мякотин Е. А., Шестериков С. А. Исследование влияния малых вибраций на ползучесть // Пробл. прочности. 1985. № 5. С. 50–54.
- 7. Работнов Ю. Н. Ползучесть элементов конструкций. М.: Наука, 1966.

- 8. Трощенко В. Т. Усталость и неупругость металлов. Киев: Наук. думка, 1971.
- 9. Баренблатт Г. И., Козырев Ю. И., Малинин Н. Л. и др. О виброползучести полимерных материалов // ПМТФ. 1965. № 5. С. 68–75.
- 10. Соснин О. В., Горев Б. В., Рубанов В. В. О ползучести циклически нагружаемых элементов конструкций // Пробл. прочности. 1977. № 10. С. 66–69.
- 11. Цимбалистый Я. И., Троян И. А., Марусин О. И. Исследование виброползучести сплава ЭИ437Б при нормальных и высоких температурах // Пробл. прочности. 1975. № 11. С. 30–35.
- 12. Федоров В. В. Кинетика поврежденности и разрушения твердых тел. Ташкент: Фан, 1985.
- 13. Планк М. Принцип сохранения энергии. М.; Л.: ГОНТИ, 1938.
- 14. Романов А. Н. Энергетические критерии разрушения при малоцикловом нагружении // Пробл. прочности. 1974. № 1. С. 4–13.

Поступила в редакцию 24/III 1999 г.