

УДК 536.48

**Численное исследование влияния
длительности периода на эволюцию
интенсивных волн второго звука***

Л.П. Кондаурова, С.К. Немировский

Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск

E-mail: theory@itp.nsc.ru

На основе гидродинамики сверхтекучей турбулентности численно исследовано влияние времени повторения мощных прямоугольных импульсов на их динамику. Рассмотрены плоский, цилиндрический и сферический случаи. Расчеты проведены при отсутствии переноса массы (второй звук), что соответствует условиям проведения экспериментов. Проводится качественное сравнение полученных численных результатов с экспериментальными данными.

Ключевые слова: сверхтекучесть, теплообмен, интенсивность, длительность.

Исследования по теплопереносу в сверхтекучем гелии на сегодняшний день остаются актуальными. В ноябре 2006 года закончена сборка криогенной системы Большого адронного коллайдера (Large Hadron Collider, LHC) в ЦЕРНе. В этой системе дипольные и квадрупольные магниты будут охлаждаться до температуры 1,9 К (температура сверхтекучего гелия). На Международной конференции по квантовым жидкостям и кристаллам (Inter. Symp. on Quantum Fluids and Solids, QFS-2007, Казань) обсуждались многие явления, связанные с квантовой турбулентностью; на “Круглом столе” фирмы «Эр Продактс энд Кэмикэлс» (13 сентября 2007 г., г. Алентаун, штат Пенсильвания, США — Round Table of Air products and Chemicals’ Inc., Allentown, PA, USA) говорилось о преимуществах охлаждения больших сверхпроводящих систем сверхтекучим гелием по сравнению с альтернативными методами охлаждения низкотемпературным гелием.

Большинство экспериментальных методов изучения и создания сверхтекучей турбулентности (совокупности квантованных вихревых нитей — вихревого клубка) связано с зондированием первого и второго звуков, измерением потоков тепла, массы, гидродинамических параметров и т. д. В начале восьмидесятых годов появилась серия работ по изучению взаимного влияния гидродинамических величин и параметров вихревого клубка друг на друга. Несоответствие с теорией нелинейных волн было обнаружено, например, в работах [1–3]. Полученные в них результаты косвенно указывали на возникновение вихревой структуры. В работе [4] показано, что вихревая структура возникает в объеме жидкого гелия, а не на ударном фронте, как считалось ранее. В эксперименте, проведенном в [5], наблюдалось,

* Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты № 07-02-01124, № 05-08-01375).

что форма первого теплового импульса, распространяющегося по невозмущенной среде, в которой отсутствуют квантованные вихревые нити, очень сильно отличалась от формы следующих за ним импульсов. Эти импульсы, кроме первого, распространялись уже по возмущенной жидкости, в которой присутствует вихревой клубок, сгенерированный предыдущими тепловыми импульсами, а также другими источниками, находящимися в экспериментальном объеме. Аналогичное влияние вихревого клубка на эволюцию мощных тепловых импульсов наблюдали также в работе [6].

Целью настоящей работы является проведение численных исследований влияния длительности периода на эволюцию интенсивных волн второго звука. Ограниченные машинные ресурсы не позволяют нам провести численные расчеты для интервалов времени, которые задавались в экспериментах. Кроме того, в расчетах, по сравнению с экспериментами, не учтены такие факторы, как отражения от стенок канала и других деталей, находящихся в рабочем объеме. Поскольку тепловыделения могут происходить на поверхностях разной конструкции, в данной работе рассмотрены случаи плоской, цилиндрической и сферической геометрий.

Количественное описание проводится на основе уравнений гидродинамики сверхтекучей турбулентности (ГСТ) [7]. Поскольку в общем случае зависимость термодинамических величин известна только во втором порядке по \mathbf{W} (относительной скорости), при проведении расчетов использовались уравнения ГСТ, в которых сохранены члены второго порядка малости по отклонениям от равновесных значений. Выпишем в предположении отсутствия потока массы ($j = \rho_n \mathbf{V}_n + \rho_s \mathbf{V}_s = 0$, что выполнялось при проведении экспериментов) эти уравнения [8]:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial T'}{\partial t} + \left[\frac{\rho_{s0}}{\rho} - \frac{\sigma_0}{\sigma_T} \frac{(\rho + \rho_n)}{\rho \rho_n} \frac{\partial \rho_n}{\partial T} \right] \mathbf{W} \frac{\partial T'}{\partial x} + \\ & + \frac{\rho_{s0}}{\rho} \left[\frac{\sigma_0}{\sigma_T} + \left(1 - \frac{\sigma_{TT} \sigma_0}{\sigma_T^2} - \frac{\sigma_0}{\rho_{s0} \sigma_T} \frac{\partial \rho_n}{\partial T} \right) T' \right] \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial x} = - \frac{i \sigma_0 \rho_{s0}}{\rho \sigma_{Tx}} \mathbf{W} - \\ & - \frac{i}{\rho \sigma_{Tx}} \left[\sigma_T \rho_{s0} - \frac{\sigma_0 \sigma_{TT} \rho_{s0}}{\sigma_T} - \sigma_0 \frac{\partial \rho_n}{\partial T} \right] T' \mathbf{W} + \frac{1}{\rho \sigma_T T_0} (\alpha_1 L \mathbf{W}^2 + \varepsilon_\beta \beta L^2), \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial t} + \left(\frac{3 \rho_{s0}}{\rho} - \frac{\sigma_0 \rho_s}{\sigma_T \rho \rho_n} \frac{\partial \rho_n}{\partial T} \right) \mathbf{W} \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial x} + \frac{\rho}{\rho_n} \left[\sigma_0 + \left(\sigma_T - \frac{\sigma_0}{\rho_n} \frac{\partial \rho_n}{\partial T} \right) T' \right] \frac{\partial T}{\partial x} = \\ & = - \frac{\rho \alpha_1}{\rho_s \rho_n} L \mathbf{W} - \frac{\rho \varepsilon_\beta \alpha}{\rho_s} L^{3/2} \frac{\mathbf{W}}{|\mathbf{W}|}, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial t} - \frac{\rho_n}{\rho} L \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial x} - \frac{\rho_n}{\rho} \mathbf{W} \frac{\partial L}{\partial x} = - \frac{i \rho_n \mathbf{W} L}{\rho x} + \chi_1 \frac{B \rho_n}{2 \rho} |\mathbf{W}| L^{3/2} - \frac{\chi_2 k L^2}{2 \pi}. \quad (3)$$

Здесь использованы следующие обозначения: L — плотность вихревых нитей, T' — отклонение от равновесного значения температуры T_0 , $\mathbf{W} = \mathbf{V}_n - \mathbf{V}_s$, \mathbf{W} , \mathbf{V}_n , \mathbf{V}_s — относительная, нормальная и сверхтекучая скорости соответственно, $\rho = \rho_n + \rho_s$, ρ , ρ_n , ρ_s — плотность жидкости, сверхтекучая и нормальная плотности жидкости соответственно, t — время, x — координата, σ_0 — энтропия на единицу массы при T_0 , $\sigma_T = \partial \sigma / \partial T$, $\sigma_{TT} = \partial^2 \sigma / \partial T^2$, $\alpha = \chi_1 B \rho_n / 2 \rho$,

$\alpha_1 = A\rho_s\rho_n\beta^2/\alpha^2$, $\beta = \kappa\chi_2/2\pi$, $\varepsilon_\beta = \rho_s\kappa^2$, $A = \chi_1^2\pi B^3\rho_n^2m_{\text{He}}/6\chi_2^2\rho^3h$ — постоянная Гортера–Меллинка, χ_1 , χ_2 — параметры в уравнении (3) (уравнение Вайнена), B — коэффициент Холла–Вайнена, $\kappa = h/m_{\text{He}}$ — квант циркуляции, m_{He} — масса атома гелия, $i = 0, 1, 2$ для случаев плоской, цилиндрической и сферической геометрии соответственно.

В работе решалась задача при граничных и начальных условиях, которые соответствуют условиям проведения экспериментов: на нагреватель, погруженный в невозмущенный гелий, в периодическом режиме подаются тепловые импульсы. На другой границе поддерживается температура, соответствующая температуре невозмущенного гелия.

$$T'(x) = 0, W(x) = 0, L(x) = 0 \quad \text{— при } t = 0, x_{\text{int}} \leq x \leq x_{\text{ext}},$$

$$W(t) = Q/\rho_s\sigma_0T_0 \quad \text{— при } x = x_{\text{int}}, \text{ в течение времени } \Delta t_H,$$

$$W(t) = 0 \quad \text{— при } x = x_{\text{int}}, \text{ в течение времени } \Delta t_P,$$

$$T'(x = x_{\text{ext}}) = 0, \quad \partial L/\partial x (x = x_{\text{ext}}) = 0 \quad \text{при } t \geq 0,$$

где Δt_H — продолжительность прямоугольного теплового импульса, Δt_P — время между окончанием предыдущего и началом следующего импульсов, x_{int} , x_{ext} — границы области распространения импульсов. Длительность периода $\tau = \Delta t_H + \Delta t_P$. В проведенных вычислениях оставались неизменными продолжительность импульса $\Delta t_H = 1$ мс, подаваемая мощность теплового потока на нагреватель $Q = 6$ Вт/см², температура невозмущенного сверхтекучего гелия $T_0 = 1,4$ К для всех геометрий нагревателей. При этой температуре коэффициент нелинейности второго звука принимает положительное значение, т. е. разрыв образуется на переднем фронте волны. Радиусы цилиндрического и сферического нагревателей $x_{\text{int}} = 0,25$ см, что соответствует радиусу цилиндрического нагревателя в экспериментах [6].

Согласно начальным условиям задачи, первый импульс распространяется по невозмущенной среде, в которой отсутствуют квантованные вихревые нити. Отметим, что уравнение Вайнена (3) в работах [9, 10] не описывает возникновение вихревых нитей в объеме жидкого гелия. Это уравнение является условием баланса между ростом и распадом уже существующего вихревого клубка. Поэтому при расчетах динамики первого импульса в уравнение (3) в правую часть, следуя Вайнену, введем добавочное слагаемое (затравочный член), которое описывает механизм начального зарождения вихревых нитей. Согласно экспериментам [9, 10], этот затравочный член имеет вид $\gamma_v|\mathbf{W}|^{5/2}$, где γ_v — это величина, которая сильно зависит от температуры. Таким образом, уравнение (3) приобретает следующий вид:

$$\frac{\partial L}{\partial t} - \frac{\rho_n}{\rho}L\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial x} - \frac{\rho_n}{\rho}\mathbf{W}\frac{\partial L}{\partial x} = -\frac{i\rho_n\mathbf{W}L}{\rho x} + \chi_1\frac{B\rho_n}{2\rho}|\mathbf{W}|L^{3/2} - \frac{\chi_2kL^2}{2\pi} + \gamma_v|\mathbf{W}|^{5/2}.$$

Импульсы большой амплитуды в случае плоской геометрии хорошо описываются (см. [11]) при увеличении значения γ_v в 25 раз. Это соответствует уменьшению в три раза времени развития вихревого клубка τ_v , предложенного для умеренных

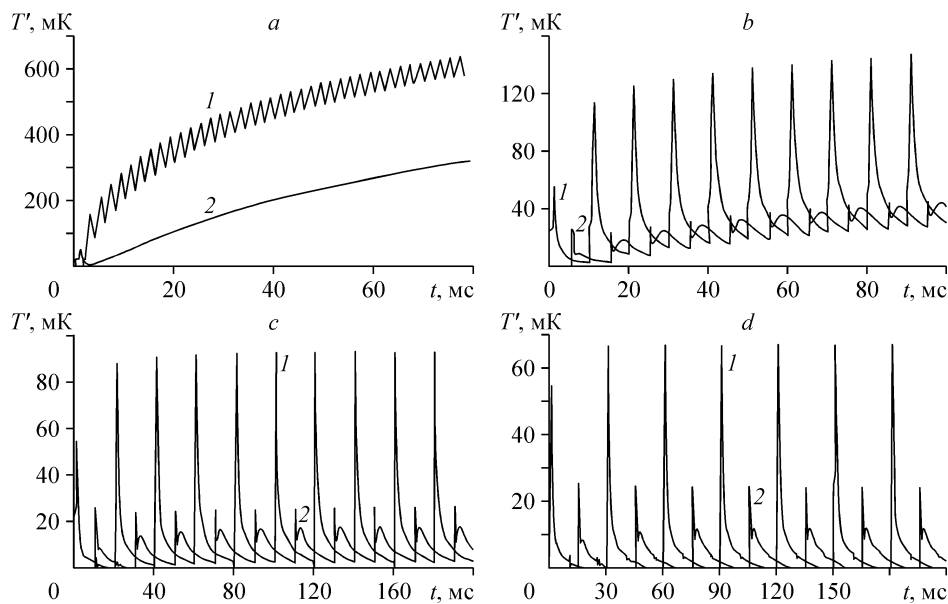


Рис. 1. Эволюция волн второго звука в случае плоского нагревателя.
 $\tau = 2$ (a), 10 (b), 20 (c), 30 (d) мс.

подаваемых плотностей теплового потока в работах [9, 10]. После прохождения первого импульса среда становится возмущенной, и в ней уже присутствует некоторая фоновая плотность вихревых нитей. Таким образом, при расчетах динамики последующих импульсов использовалось балансное уравнение для плотности вихревых нитей (3). В работе [8] показано, что представленные в работе [6] экспериментальные данные по изучению динамики мощных тепловых импульсов хорошо описываются с увеличенным в полтора раза коэффициентом в присутствии члена $L^{3/2}$, ответственного за рост вихревых нитей. В процессе проведения вычислений учитывалась данная поправка. Система уравнений (1)–(3) численно решалась методом распада разрывов [12] второго порядка точности (рис. 1).

На рис. 1–3 приведены полученные расчетные зависимости возмущения температуры T' от времени в точках, расположенных на расстояниях 1 (кривые, обозначенные цифрой 1) и 10 мм (кривые, обозначенные цифрой 2) от нагревателя в случаях его различных форм.

СЛУЧАЙ ПЛОСКОГО НАГРЕВАТЕЛЯ

Рассмотрим эволюцию волн второго звука в случае плоского нагревателя (см. рис. 1). Как видно из приведенных графиков, форма первого импульса, который распространяется по невозмущенной среде, сильно отличается от формы импульсов, следующих за ним, что также наблюдалось в экспериментах [5, 6]. Обратим внимание на то, что максимумы и минимумы температурных кривых при длительностях периодов τ , равных 2, 10, 20 мс (см. рис. 1, a, b, c), монотонно растут со временем. Это может привести к вскипанию гелия на нагревателе. Так, при длительности периода $\tau = 2$ мс (см. рис. 1, a) температура гелия в точке, расположенной на расстоянии 1 мм от нагревателя, при времени, приближающемся к 80 мс, близка температуре фазового перехода T_λ , которую можно считать температурой, при которой происходит вскипание гелия. Действительно, при проходе через λ точку гелий II переходит в гелий I, который уже является обычной жидкостью

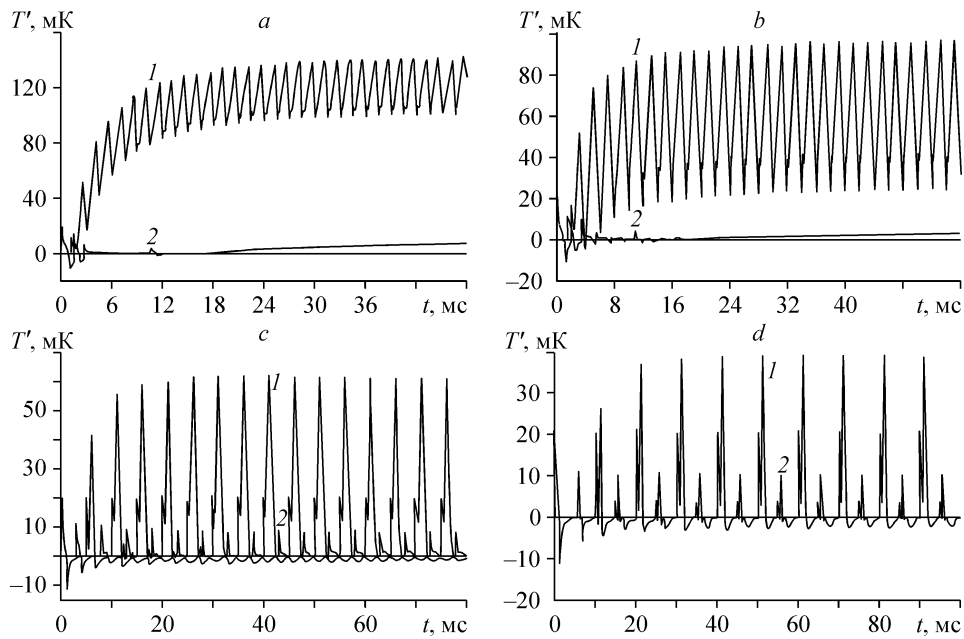


Рис. 2. Эволюция волн второго звука в случае цилиндрического нагревателя.
 $\tau = 1,5$ (a), 2 (b), 5 (c), 10 (d) мс.

и где уже работает обычный механизм теплопроводности, который менее эффективен в сравнении с волновым механизмом передачи тепла в гелии II. Для достижения температуры предельного перегрева нужно в области гелия I достичь значения перегрева ΔT (рис. 4). Время Δt прохождения этой области можно оценить из уравнения нестационарной теплопроводности с постоянными коэффициентами [13]: $\Delta T = (\chi t)^{1/2} Q / \kappa$, где $\chi = \kappa / \rho c_p$, κ — коэффициент теплопроводности,

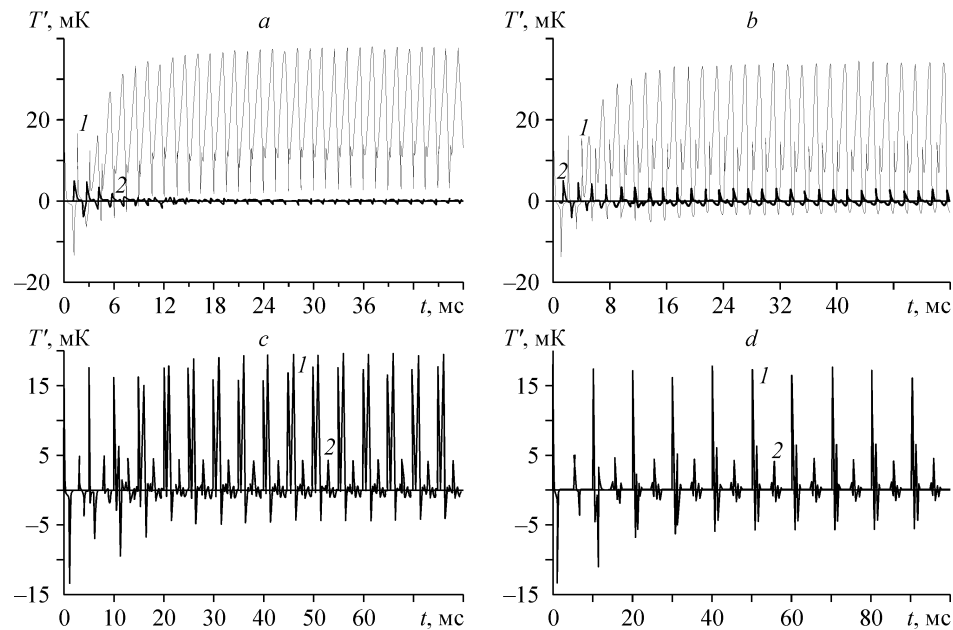


Рис. 3. Эволюция волн второго звука в случае сферического нагревателя.
 $\tau = 1,5$ (a), 2 (b), 5 (c), 10 (d) мс.

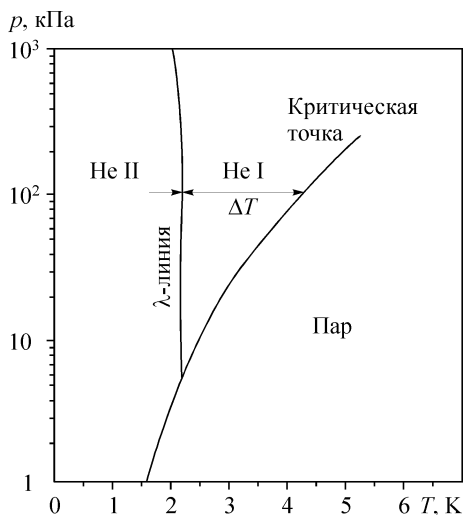


Рис. 4. Фазовая диаграмма гелия.

ρ — плотность, c_p — теплоемкость жидкости гелия I, Q — плотность теплового потока, подаваемая на нагреватель. Для плотности теплового потока $Q = 6 \text{ Вт/см}^2$ температурная область размером $\Delta T = 2 \text{ К}$, тогда получаем $\Delta t \cong 0,3 \text{ мс}$, что существенно меньше времени одного периода, и тем более значительно меньше времени длительности всего процесса. В работе [14] проводилось исследование по вскипанию сверхтекучего гелия на проволочном нагревателе при температурах

невозмущенного гелия от 1,8 до 2,1 К. Было показано, что, если температура невозмущенного гелия существенно ниже температуры фазового перехода T_λ , жидкость He I в образовавшемся слое, окружающем нагреватель, является неустойчивой и в течение времени порядка мс превращается в пар. То есть время достижения температуры фазового перехода T_λ можно считать временем ожидания вскипания.

Из приведенных на рис. 1 расчетных зависимостей возмущения температуры от времени для разных длительностей периода видно, что при увеличении длительности периода существенно уменьшаются абсолютные максимальные и минимальные значения возмущения температуры, а также наклоны огибающих кривых. Очевидно, что при этом времена вскипания гелия увеличиваются на порядки.

Характерной особенностью практически для всех зависимостей температуры от времени является то, что в течение длительности импульса температура сначала уменьшается, а затем увеличивается. В точке, расположенной на расстоянии 1 мм от нагревателя, при рассмотренных длительностях периода максимум температуры больше амплитуды переднего фронта импульса. Подобные температурные зависимости от времени наблюдали в экспериментах [6].

Отметим, что при длительности периода, равной 30 мс (см. рис 1, d), практически происходит выход на регулярный режим: эволюция следующего импульса повторяет эволюцию предыдущего. При меньших значениях периода этого не наблюдается.

ПРОСТРАНСТВЕННЫЙ СЛУЧАЙ

Рассмотрим теперь распространение импульсов второго звука, когда нагреватели имеют форму цилиндра и сферы. Как и в случае плоской геометрии, динамика первого импульса существенно отличается от динамики импульсов, следующих за ним. Обратим внимание, что в случаях цилиндрической и сферической геометрий наблюдаются как положительные, так и отрицательные возмущения температуры (см. рис. 2, 3) и что отрицательные возмущения температуры наблюдаются после выключения нагревателя. Напомним, что нормальная скорость всегда направлена от нагревателя, а сверхтекучая — к нагревателю. Направление теплового потока $Q = \rho_s \sigma_0 T_0 W$ определяется знаком относительной скорости W . На рис. 5

приведена зависимость изменения относительной скорости W от времени в точке, расположенной от нагревателя на расстоянии 10 мм, в случае сферической геометрии при длительности периода $\tau = 10$ мс. Как можно видеть, относительная скорость меняет свой знак, это означает, что тепловой поток направлен к нагревателю. Изменение его направления приводит к появлению отрицательного возмущения температуры, что в свою очередь приводит к существенному уменьшению амплитуды переднего фронта последующего импульса (в случае плоской геометрии возрастает), а также к изменению формы импульса. Аналогичное изменение картины поведения теплового потока и зависимостей относительной скорости и возмущения температуры во времени наблюдается в экспериментах и расчетах, приведенных в работе [15].

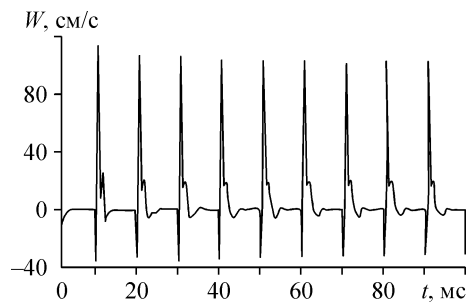
Следует отметить, что при одних и тех же значениях длительности импульса и плотности теплового потока, подаваемых на нагреватель, но при изменении его геометрии максимальные значения температурных зависимостей существенно уменьшаются. Это связано с тем, что при изменении геометрии нагревателя (плоская, цилиндрическая, сферическая) идет прогрев все большего объема жидкости, что и приводит к существенному понижению возмущения температуры. В связи с этим усиливается и влияние граничных условий. При отражении волны второго звука от внешней границы меняет свое направление относительная скорость движения \vec{W} , а это, в свою очередь, приводит к изменению температурного профиля. Влияние становится все более существенным при меньших температурных возмущениях. Таким образом, изменение формы импульсов в случаях цилиндрической и сферической геометрий связано не только с изменением формы нагревателя, но также и с влиянием граничных эффектов (см. рис. 1–3).

С увеличением длительности периода импульса уменьшаются максимальные значения температуры, что происходило и в случае плоской геометрии. При этом увеличиваются и абсолютные значения минимумов, что наблюдалось также в эксперименте [6].

Случай цилиндрического нагревателя

Максимумы температурных кривых в точке, расположенной от нагревателя на расстоянии 1 мм, при длительностях периодов τ , равных 1,5, 2 мс (см. рис. 2, *a, b*), начиная со второго импульса монотонно растут со временем, а с увеличением τ их значения существенно уменьшаются. В точке, расположенной на расстоянии 10 мм от нагревателя, величина амплитуды переднего фронта волны второго звука уменьшается. Однако начиная с некоторого момента времени температура в этой точке монотонно растет со временем. По сравнению с плоской геометрией, максимальные значения температурных зависимостей и их наклон становятся существенно меньше. Следовательно, вскипание гелия произойдет при значительно большем времени. При $\tau = 5$ мс практически наблюдается выход на регулярный режим. Отметим, что в случае плоской геометрии выход на такой режим происходит при значительно большем значении длительности периода, чем

Рис. 5. Изменение относительной скорости от времени в точке, находящейся на расстоянии 10 мм от нагревателя. Нагреватель имеет форму сферы, длительность периода $\tau = 10$ мс.



это происходит в случае цилиндрической геометрии. Этим можно объяснить, почему экспериментальные данные в работе [6] для плоской геометрии приведены при $T = 5$ с, в то время как для цилиндрической геометрии — при $T = 0,5$ с.

Случай сферического нагревателя

Уже при длительности периода, равной $\tau = 2$ мс, наблюдается регулярный режим. Однако при увеличении τ существенное влияние оказывают граничные условия и наблюдается более сложная зависимость температуры от времени (см. рис. 3, *d*).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведено численное исследование влияния длительности периода и геометрии нагревателя на эволюцию интенсивных волн второго звука. Полученные численные результаты показали, что геометрия нагревателя и длительность периода существенно влияют на динамику мощных тепловых импульсов. Для всех геометрий нагревателя форма первого импульса сильно отличается от формы импульсов, следующих за ним, что подтверждается экспериментальными данными, приведенными в работах [5, 6]. При увеличении длительности периода заметно уменьшаются максимальные значения температуры, что также наблюдалось в экспериментах [6], увеличивается влияние граничных условий, существенное для случаев цилиндрической и сферической геометрий.

В случае плоской геометрии нагревателя в объеме жидкости в течение длительности теплового импульса температура сначала уменьшается, а затем увеличивается. Подобную температурную зависимость от времени наблюдали в экспериментах [6]. В случаях цилиндрической и сферической геометрий наблюдаются отрицательные возмущения температуры. Их абсолютные значения с увеличением длительности между тепловыми импульсами увеличиваются.

В случае плоской геометрии выход на регулярный режим, когда динамика следующего импульса повторяет динамику предыдущего импульса, происходит при значительно большем значении длительности периода, чем это происходит в случае цилиндрической геометрии.

Из проведенных численных исследований по эволюции волн второго звука при подаваемой на различной геометрии нагревателя прямоугольного теплового импульса длительностью 1 мс и амплитудой $Q = 6$ Вт/см², следует, что в случае плоского нагревателя при длительностях периода, меньших 20 мс, возможно вскипание гелия. При длительности периода импульса, равного 2 мс, вскипание гелия происходит в течение времени менее 0,1 с. Это может приводить к аварийным ситуациям при охлаждении им сверхпроводящих устройств. Совсем иная ситуация в случае, когда нагреватели имеют цилиндрическую или сферическую геометрии. Так, при длительности периода 1,5 мс температура возрастает, но очень медленно. То есть при одних и тех же значениях мощности теплового потока и длительности импульса и при изменении формы нагревателя (плоская, цилиндрическая, сферическая) вероятность возникновения аварийной ситуации значительно уменьшается.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Cummings J.S., Schmidt D.W., Wagner W.J. Experiments on second-sound shock waves in superfluid helium // Phys. Fluids. — 1978. — Vol. 21, No. 5. — P. 713–717.
2. Луцет М.О., Немировский С.К., Цой А.Н. Распространение нелинейных волн второго звука в He II // ЖЭТФ. — 1981. — Т. 81. — С. 249–254.

3. **Turner T.N.** Using second sound shock waves to probe the intrinsic critical velocity of liquid helium II. // *Phys. Fluids*. — 1983. — Vol. 26. — P. 3227–3241.
4. **Немировский С.К., Цой А.Н.** О генерации вихрей в He II мощным тепловым импульсом // *Письма в ЖЭТФ*. — 1982. — Т. 35, вып. 6. — С. 229–231.
5. **Torczynski J.R.** On the interection of second sound shock waves and vorticity in superfluid helium // *Phys. Fluids*. — 1984. — Vol. 27. — P. 2636–2644.
6. **Fiszdon W., Schwerdtner M. von, Stamm G., Poppe W.** Temperature overshoot due to quantum turbulence during the evolution of moderate heat pulses in He II // *J. Fluid Mech.* — 1990. — Vol. 212. — P. 663–684.
7. **Немировский С.К., Лебедев В.В.** Гидродинамика сверхтекучей турбулентности // *ЖЭТФ*. — 1983. — Т. 84. — С. 1729–1742.
8. **Кондаурова Л.П., Немировский С.К.** Численное исследование эволюции интенсивных волн второго звука в сверхтекучем турбулентном гелии // *Теплофизика и аэромеханика*. — 2008. — Т. 15, № 2. — С. 237–246.
9. **Vinen W.F.** Mutual friction in a heat current in liquid helium II. I. Experiments on steady heat currents. II. Experiments on transient effects // *Proc. Royal. Soc. London*, 1957. — Ser. A 240. — P. 114–143.
10. **Vinen W.F.** Mutual friction in a heat current in liquid helium II. III. Theory of mutual friction // *Proc. Royal. Soc., London*, 1957. — Ser. A 242. — P. 493–515.
11. **Кондаурова Л.П., Немировский С.К., Недобойко М.В.** Взаимное влияние квантованных вихрей и тепловых импульсов в сверхтекучем гелии // *Физика низких температур*. — 1999. — Т. 25, № 7. — С. 639–649.
12. **Численное решение** многомерных задач газовой динамики / Под ред. С.К. Годунова. — М: Наука, 1976. — 400 с.
13. **Карслоу Г., Егер Д.** Теплопроводность твердых тел. — М: Наука, 1964. — 487 с.
14. **Wang R.** Peak and recovery heat flux densities in bath of subcooled superfluid helium // *Cryogenics*. — 1994. — Vol. 34, No. 12. — P. 983–990.
15. **Zhang P., Murakami M.** Three dimensionality of pulsed second-sound in He II // *Phys. Rev. Ser. B*. — 2006. — No. 74. — P. 024528-3–024528-10.

Статья поступила в редакцию 10 октября 2008 г.