Теплофизика и аэромеханика, *2017*, *том 24*, *№ 2*

УДК 532.13. 533.16 +536.71

Единое малопараметрическое уравнение для расчета коэффициента вязкости аргона

А.Б. Каплун, А.Б. Мешалкин, О.С. Дутова

Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, *Новосибирск*

E-mail: kaplun@itp.nsc.ru

С помощью установленной ранее зависимости избыточной вязкости от плотности внутренней энергии и малопараметрического единого уравнения состояния для расчета термодинамических свойств жидкости, газа и флюида получено уравнение для расчета избыточной вязкости аргона в области «смешанного» механизма передачи импульса при сдвиговом течении. Проведено сопоставление различных вариантов аппроксимации зависимости избыточной вязкости от плотности энергии взаимодействия и установлен оптимальный вариант этой зависимости. Получено простое единое малопараметрическое уравнение для описания коэффициента вязкости аргона в широкой области параметров состояния. Показано, что предложенное малопараметрическое уравнение для расчета коэффициента вязкости жидкости и газа позволяет производить надежную экстраполяцию за пределы изученного участка.

Ключевые слова: вязкость, плотность, температура, давление, газ, жидкость, уравнение состояния, аргон.

Введение

Вязкость является важнейшей физико-химической и технической характеристикой вещества в жидком и газообразном состояниях и одним из самых труднодоступных для высокоточного эксперимента параметров, особенно в областях низких и высоких температур и давлений. Однако теоретически обоснованных, полученных из первых принципов, простых уравнений для расчета и описания экспериментальных данных, а также для их экстраполяции в малоизученную и труднодоступную области измерений нет, за исключением молекулярной теории вязкости разреженного и умеренно плотного газа. Что касается молекулярной теории вязкости жидкости и плотного газа (см., например, работы [1, 2]), полученные расчетные формулы настолько сложны и неудобны, что оказываются по существу непригодными для практического использования. В связи с этим для описания экспериментальных данных по вязкости жидкостей используются грубые модельные теории для получения расчетных формул, такие как активационная теория жидкости и теория свободного объема [3]. Как правило, расчетные формулы, полученные в этих моделях, описывают зависимость коэффициента вязкости от параметров состояния на весьма ограниченных участках термодинамической поверхности. Для описания экспериментальных данных по вязкости в достаточно широком интервале параметров состояния в настоящее время широко используются эмпирические зависимости вязкости как функции температуры и плотности, в то время как измеряемая в эксперименте вязкость зависит, как правило, от температуры и давления, что приводит к необходимости привлечения уравнений состояния жидкости и газа для расчета плотности.

В продолжение ранее выполненных исследований возобновляются попытки получения простых, физически обоснованных уравнений состояния и уравнений для расчета вязкости жидкости, газа и флюида, пригодных для аппроксимации и экстраполяции экспериментальных данных в неизученную область (см, например, работы [3–9]).

Известно, что в строгой кинетической теории [1] коэффициент динамической вязкости может быть представлен в виде суммы $\eta = \eta_{\text{kin}} + \eta_{\varphi}$, где первый член обусловлен переносом импульса при столкновениях частиц, а второй дает вклад в перенос импульса за счет межмолекулярного взаимодействия; при малых плотностях η_{kin} стремится к вязкости разреженного газа $\eta_0(T)$. Однако современное состояние кинетической теории (см., например, [2]) не позволяет надеяться на получение сравнительно простых уравнений для описания коэффициента вязкости с малым количеством подгоночных коэффициентов в достаточно широкой области параметров состояния. В связи с этим для описания вязкости флюидов широко используются модельные теории и эмпирические уравнения. Так, уравнение для расчета вязкости, полученное в работе [10], является комбинацией теоретической модели для разреженного газа и эмпирического уравнения для «избыточной» функции (остаточного вклада), связанного с взаимодействием между молекулами. Для расчета вязкости разреженного газа η_0 используется теория Чепмена–Энскога. Избыточная вязкость, как изложено в исследовании [10], в широком интервале параметров описывается уравнением $\sum_{i=1}^{n} N_i (T_C/T)^{t_i} (\rho/\rho_C)^{d_i} \exp(-\gamma_i (\rho/\rho_C)^{l_i})$, которое содержит 30 подгоночных коэффициентов. Расхождение между данными по вязкости, рассчитанными по уравнениям работы [10] и полученными в экспериментах других авторов, в основном не превышает 2 %, за исключением критической области, где оно выше. В работе [5] для расчета вязкости жидкости сжатого газа и использовалось уравнение вида $\eta/\eta_0 \exp[\Phi(T, \rho)]$, где $\eta_0(T)$ — вязкость разреженного газа. В качестве функции $\Phi(T, \rho)$ был использован двойной ряд по приведенной плотности и обратной приведенной температуре.

Различные варианты уравнений для расчета вязкости позволяют описывать экспериментальные данные в широкой области параметров состояния. Однако они содержат большое число коэффициентов, которое существенно увеличивается при попытке одновременного описания вязкости газа и жидкости.

Ранее было показано [11], что избыточная вязкость $\delta\eta$ в широком интервале параметров состояния описывается уравнениями:

$$\delta\eta = Ax \exp\left(\alpha x_0 / (x_0 - x)\right), \tag{1}$$

$$\eta(T, P) = \eta_{\text{en}} + \delta\eta, \tag{2}$$

здесь P, V, T — давление, удельный объем и температура системы, $\eta(T, P)$ — вязкость системы в заданном состоянии, мкПа·с; $\delta\eta = \eta(P,T) - \eta_{\text{en}}(T,\rho)$ — избыточная вязкость, $\eta_{\text{en}}(T,\rho) = \eta_0(T)\Psi(b\rho)$ — вязкость системы твердых сфер по Энскогу, $\eta_0(T)$ — вязкость разреженного газа, мкПа·с, рассчитанная в [10] следующим образом:

$$\eta_0(T) = a\sqrt{M \cdot T} \Big/ \exp\left(\sum_{i=0}^{4} b_i \left(\ln\left(\frac{T}{\varepsilon}\right)\right)^i \right), \tag{3}$$

где M = 39,948 г/моль — молекулярная масса аргона; a = 0,2378775, b_0 = 0,431, b_1 = −0,4623, b_2 = 0,08406, b_3 = 0,005341, b_4 = −0,00331; ε = 143,2 K — глубина потенциальной ямы для потенциала Леннарда–Джонса [10];

$$\Psi(y)=\frac{1}{g}(1+0{,}8yg+0{,}761y^2g^2), \tag{4}$$

$$g=1+0{,}625y+0{,}287y^2+0{,}1103y^3+0{,}0386y^4+0{,}0127y^5,$$

где $y=b\rho$, $\rho=1/V$ — плотность вещества, b — подгоночный параметр, имеющий размерность объема, $x=\Delta U/V$ — плотность энергии взаимодействия, $\Delta U=U_{\text{ig}}(T)-U(P,T)$ — энергия взаимодействия, $U_{\text{ig}}(T)$ — внутренняя энергия идеального газа, $U(P,T)$ — внутренняя энергия системы в заданном состоянии; $x_0=H_0^0/V_0$, $V_0=\lim\limits_{T\to 0,P\to 0}\left(V(T,P)\right)$ — гипотетический объем переохлажденной до абсолютного нуля жидкости, $H_0^0=U_{\text{ig}}(0)-$ $-U(0,0)$ — энтальпия испарения при абсолютном нуле температуры и давлении, равном нулю; A, α, b — индивидуальные константы вещества, которые необходимо найти из данных по коэффициенту вязкости. В соответствии с (1) избыточная вязкость $\delta\eta$ является однозначной функцией плотности энергии взаимодействия $x=\Delta U/V$ (рис. 1).

Описание экспериментальных данных уравнением (2), близкое к оптимальному, достигается при $b=V_0$. Для хорошо изученных веществ, таких как инертные газы, азот, диоксид углерода и др., физические параметры V_0 и H_0^0 обычно приводятся в таблицах термодинамических свойств веществ (см., например, работы [4, 11]). В этом случае уравнения для вязкости (1) и (2) содержат всего лишь две эмпирические константы — A и α, так же, как и известное уравнение Аррениуса. В том случае, когда данные о V_0 и H_0^0 отсутствуют, количество эмпирических коэффициентов в уравнениях (1) и (2), которые надо найти из данных по вязкости, возрастает до четырех — A, α, V_0 и x_0. Уравнения (1) и (2) описывают зависимость вязкости жидкости и газа широкого круга веществ в основном в пределах погрешности экспериментальных или табличных данных в широком диапазоне параметров состояния [11]. В работе [12] было показано, что ряд известных уравнений для описания вязкости (Эйринга, Френкеля, Андраде и др.) являются частными случаями уравнений (1) и (2).

В работе [13] с помощью предложенных в [14] термического и калорического уравнений состояния реальных газов по (1), (2) было получено уравнение для расчета коэффициента вязкости реальных газов при температурах до 1000 K, давлениях до 100 МПа и плотностях до 1,5 ρ_C (ρ_C — плотность вещества в критической точке). В работе [15] расчет коэффициента вязкости диоксида углерода в жидком и газообразном состояниях проведен по (1), (2) в диапазоне до 1000 K и 100 МПа с привлечением нового единого уравнения состояния жидкости, газа и флюида [16].

Как показал анализ (см. работы [11, 13, 15]), уравнения (1), (2) вполне удовлетворительно описывают экспериментальные и табличные данные по вязкости жидкости, газа и флюида (за исключением области малых и умеренных плотностей) в широком диапазоне параметров состояния в основном

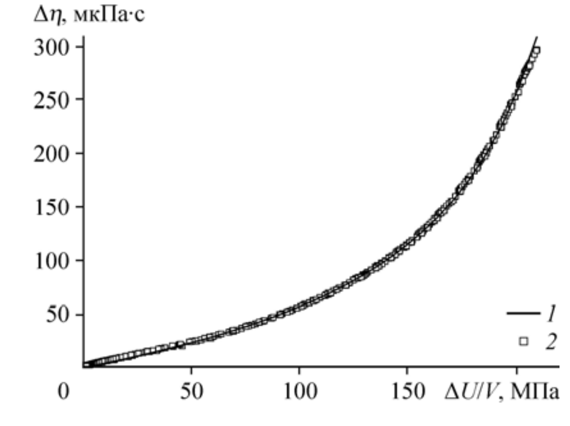

Рис. 1. Зависимость избыточной вязкости $\Delta\eta$ аргона от плотности внутренней энергии $\Delta U/V$.

1 — расчет по уравнению (1), *2* — табличные данные из работы [10].

в пределах погрешности исходных данных. Подчеркнем, что для того, чтобы воспользоваться уравнениями (1), (2) для расчета коэффициента вязкости, необходимо располагать достаточно точными и простыми термическими и калорическими уравнениями состояния для расчета термических и калорических свойств вещества.

Анализ альтернативных вариантов описания вязкости

Поскольку уравнения (1), (2) не имеют строгого теоретического обоснования, авторами были проанализированы некоторые альтернативные варианты уравнения для расчета коэффициента вязкости нормальных веществ в широком диапазоне параметров состояния, в том числе уравнения

$$\delta\eta_{(2)} = A\,\mathrm{sh}\left(\alpha\, x/(x_0 - x)\right), \tag{5}$$

$$\delta\eta_{(3)} = A + B\exp\left(\alpha\, x/(x_0 - x)\right), \tag{6}$$

где A и B — эмпирические коэффициенты. Сопоставление результатов расчета избыточной вязкости аргона по этим уравнениям с расчетом по (1), (2) приведено на рис. 2. Видно, что малопараметрические уравнения (5) и (6) примерно одинаково с уравнением (1) описывают вязкость аргона в диапазоне температур до 700 K и давлений до 25 МПа (см. рис. 2).

В том случае, когда качество описания экспериментальных или табличных данных различными интерполяционными уравнениями примерно одинаково и не представляется возможным отдать предпочтение по точности описания исходных данных тому или иному уравнению, необходимо принять во внимание особенности вывода уравнения, число подгоночных коэффициентов, их физический смысл и другие соображения.

В работе [11] форма уравнения (1) для расчета коэффициента вязкости выбрана из соображений размерности в соответствии с уравнением Максвелла

$$[\eta] = [P]\cdot[\tau], \tag{7}$$

здесь τ — характерное время релаксации. В уравнениях (1)–(6) в качестве независимой переменной, имеющей размерность давления, использована плотность внутренней энергии $\Delta U/V$, но только в (1) коэффициент A имеет смысл некоторого характерного времени релаксации. В работе [11] показано также, что коэффициент A для ряда веществ вполне удовлетворительно согласуется с характерными микроскопическими временами релаксации: $\tau_Д = 1/\nu_Д$ — обратная дебаевская частота, $\tau_М = \eta/G$ — максвелловское время релаксации, G — мгновенный модуль сдвига. Кроме того, знаменатель в экспоненте в уравнении (1) обеспечивает стремление вязкости к бесконечности при $T \to 0$, что соответствует невозможности трансляционного движения при абсолютном нуле. Невыясненным остается только физический смысл коэффициента α в показателе экспоненты в (1).

Таким образом, из числа возможных альтернативных вариантов для расчета коэффициента вязкости (1)–(6) однозначно следует отдать предпочтение уравнениям (1), (2).

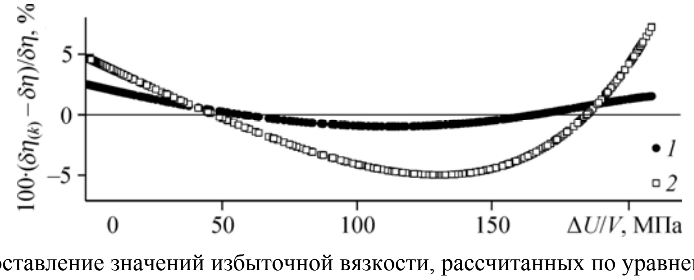

Рис. 2. Сопоставление значений избыточной вязкости, рассчитанных по уравнениям (5), (6), с полученными при решении уравнения (1) для аргона в области давлений до 25 МПа и температур до 700 K.

1 — $\delta\eta_{(5)}$, расчет по (5), *2* — $\delta\eta_{(6)}$, расчет по (6).

Уточнение уравнения для расчета вязкости в области смешанного механизма переноса импульса

Детальный анализ уравнения (1) позволил установить, что наибольшие систематические отклонения рассчитанных по нему значений вязкости от исходных табличных данных находятся в переходной области от разреженного до умеренно плотного газа. На рис. 3 показаны абсолютные отклонения рассчитанных по (1) и (2) значений вязкости от табличных данных [10]. Можно полагать, что в переходной области, в которой уже необходимо учитывать зависимость коэффициента вязкости от плотности, задействованы оба механизма переноса импульса: путем столкновений и за счет межмолекулярного взаимодействия («полевой» механизм). Из рис. 3 видно также, что с возрастанием плотности энергии взаимодействия $\Delta U/V$ преимущественным механизмом переноса импульса становится полевой.

Для дальнейшего анализа выделим вклад в избыточную вязкость, обусловленную смешанным механизмом передачи импульса, — столкновительным (по Энскогу) и полевым. Для этого из исходных данных для избыточной вязкости $\delta\eta_{\text{tab}} = \eta(T, P) - \eta_{\text{en}}$, где $\eta(T, P)$ — табличные данные [10], η_{en} — расчет по уравнениям (3), (4), вычтем значения $\delta\eta$, найденные аппроксимацией этих исходных данных уравнением (1), коэффициенты которого рассчитаны методом наименьших квадратов. Будем считать, что полученная разность $\delta\eta_1 = \delta\eta_{\text{tab}} - \delta\eta$ обусловлена смешанным — столкновительным и полевым — механизмом взаимодействия.

Поскольку с возрастанием плотности внутренней энергии полевой механизм переноса импульса становится превалирующим и смешанным механизмом переноса импульса можно пренебречь, то уравнение, описывающее вязкость по смешанному механизму, необходимо дополнить некоторой кроссоверной функцией, которая должна обеспечить переход от одного механизма передачи импульса при сдвиговом течении к другому. Для оценки общего — столкновительного и полевого — вклада в перенос импульса в коэффициент вязкости авторы воспользовались известным приемом и описали суммарный вклад в вязкость по этим механизмам как среднегеометрическое значение от обоих вкладов. В результате проведенных уточнений избыточную вязкость в переходной области

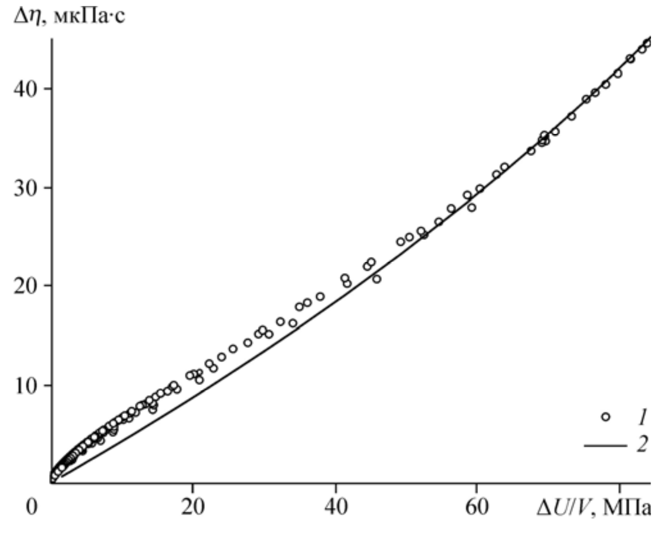

Рис. 3. Отклонение избыточной вязкости $\delta\eta$, рассчитанной по уравнению (1), от табличных данных из работы [10] в смешанной области для аргона.
1 — табличные данные из работы [10], *2* — расчет по уравнению (1).

от столкновительного к полевому механизму передачи импульса при сдвиговом течении можно записать в виде

$$\delta\eta_1 = \delta\eta_{\text{tab}} - \delta\eta = \sqrt{\tilde{B}\frac{x}{x_0}\sqrt{\frac{T}{T_{\text{C}}}}\exp(-\tilde{\beta}x/x_0)} = B\left(\frac{T}{T_{\text{C}}}\right)^{0,25}\left(\frac{x}{x_0}\right)^{0,5}\exp(-\beta x/x_0), \tag{8}$$

здесь учтено, что в области сравнительно малых плотностей вязкость практически не зависит от плотности, но зависит от температуры пропорционально $\sqrt{T}$ (вклад в перенос импульса за счет упругих столкновений), а при малых плотностях внутренней энергии $\Delta U/V$ можно ограничиться линейным приближением в полевом механизме переноса импульса; множитель $\exp\left(-\beta x/x_0\right)$ — кроссоверная функция, которая обеспечивает переход к расчету коэффициента вязкости по полевому механизму (уравнение (1)).

Таким образом, уравнение для расчета коэффициента вязкости в широкой области параметров состояния запишется в виде

$$\eta_{\text{cal}}(T,P) = \eta_{\text{en}} + \delta\eta + \delta\eta_1. \tag{9}$$

Подставив $\delta\eta_1$ из (8) в уравнение (9), получим выражение для коэффициента вязкости, которое будет иметь вид:

$$\eta_{\text{cal}}\left(T,P\right) = Ax\exp\left(\alpha\frac{x_0}{x_0-x}\right) + B\left(\frac{T}{T_{\text{C}}}\right)^{0,25}\left(\frac{x}{x_0}\right)^{0,5}\exp(-\beta x/x_0) + \eta_{\text{en}}. \tag{10}$$

Расчет коэффициента вязкости аргона

Ниже приводятся результаты расчета коэффициентов вязкости жидкости, газа и флюида по уравнению (10) для аргона. Единое малопараметрическое уравнение состояния аргона, необходимое для расчета плотности и внутренней энергии в широком диапазоне параметров при заданных температуре и давлении, а также таблица эмпирических коэффициентов этого уравнения приведены в Приложении.

Для расчета коэффициентов, входящих в уравнения для вязкости аргона, использовались параметры, имеющие следующий диапазон значений: по температурам — до 700 К, по давлениям — до 25 МПа, по плотности — от 0 до плотности в тройной точке ρ_{tr}. В качестве исходных данных для расчета коэффициентов A, B и α, β в уравнении (10) были использованы расчетные (усредненные экспериментальные) данные из работы [10]. В расчетах использовались значения H_0^0 и V_0, полученные в работах [4, 11]. Результаты расчета вязкости аргона приведены в таблице и на рис. 3–7. В таблице даны физические параметры аргона (параметры характерных точек) и значения коэффициентов A, B, α, β, H_0^0, V_0, и x_0, необходимые для расчета вязкости по уравнениям (1), (2) и (10), диапазоны параметров описания, а также среднеквадратичное σ % $= 100\sqrt{\sum\left(\eta_{\text{cal}}-\eta_{\text{tab}}\right)/\eta_{\text{tab}}\right)^2/(N-4)}$ и средневзвешенное AAD, % = $= 100\sum\left|(\eta_{\text{cal}}-\eta_{\text{tab}})/\eta_{\text{tab}}\right| \big/ \left(N-4\right)$ отклонения рассчитанных значений вязкости аргона от табличных [10].

На рис. 4 изображены рассчитанные по формуле (10) значения коэффициента вязкости в зависимости от температуры и давления на изобарах в сопоставлении с табличными данными из работы [10]. На рис. 5 приведено отклонение рассчитанных по (10) значений вязкости аргона от табличных данных [10]. Как показал анализ, расхождения между рассчитанными по (10) и табличными (усредненными экспериментальными) значениями вязкости из [10] в основном не превышают примерно 1–1,5 %, что не превосходит расхождений между экспериментальными данными других авторов по вязкости. Как видно из рис. 5, заметное возрастание расхождений между рассчитанными по (10) и табличными значениями вязкости из [10] (до 4–5 %) имеет место как в области критических температур и давлений, так и при низких температурах (вблизи температуры плавления аргона) и высоких давлениях. Однако в этой области существенно расходятся и экспериментальные и табличные данные, полученные другими авторами. Так, в частности, из рис. 6, на котором приведены отклонения табличных (из работ [4, 10]) от рассчитанных по (10) значений вязкости, видно, что табличные значения вязкости аргона при больших плотностях и давлениях из работы [10] расходятся с табличными данными по вязкости из [4] на четыре и более процентов.

Таблица

Физические параметры аргона; коэффициенты A, α, B, β, H_0^0 и V_0 уравнений (1), (2) и (10) для расчета вязкости аргона; диапазоны параметров описания: по температуре ΔT, давлению ΔP, плотности $\Delta\rho$; среднеквадратичное σ и средневзвешенное AAD отклонения рассчитанных значений вязкости от исходных данных [10]

T_C, K	150,687
P_C, МПа	4,863
ρ_C, кг/м^3	535,6
Z_C	0,289499
T_{tr}, K	83,806
ρ_{tr}, кг/м^3	1416,7
A, 10^{-12} с	0,182468
α	0,8076
B	15,78
β	12,52
$x_0 = H_0^0/V_0$, МПа	341,32
H_0^0, Дж/г	192,675
$b = V_0$, см^3/г	0,5645
ΔT, K	83,81…700
ΔP, МПа	0,1…25
$\Delta\rho$, г/см^3	0,00069… 1,444
σ, %	0,68
AAD, %	0,47

* Индекс C обозначает, что значения параметров соответствуют критической точке, индекс tr — значения параметров в тройной точке; $Z_C = P_C/\rho_C R T_C$ — фактор сжимаемости в критической точке.

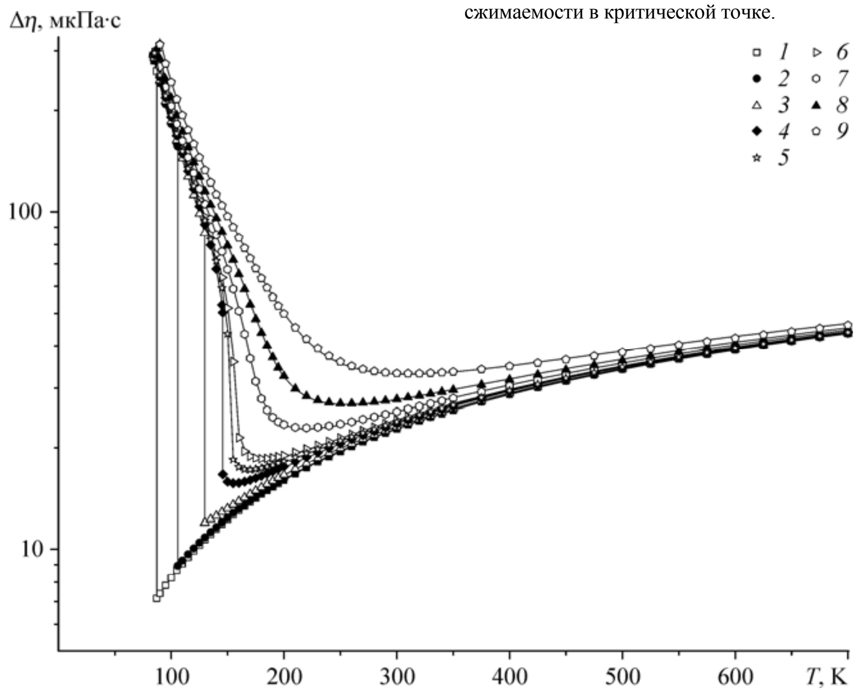

Рис. 4. Сопоставление рассчитанных по формуле (10) значений вязкости аргона (линии) с данными таблицы из работы [10] (символы) на изобарах.
0,1 (*1*), 0,5 (*2*), 2 (*3*), 4 (*4*), 5 (*5*), 6 (*6*), 10 (*7*), 15 (*8*), 25 (*9*) МПа.

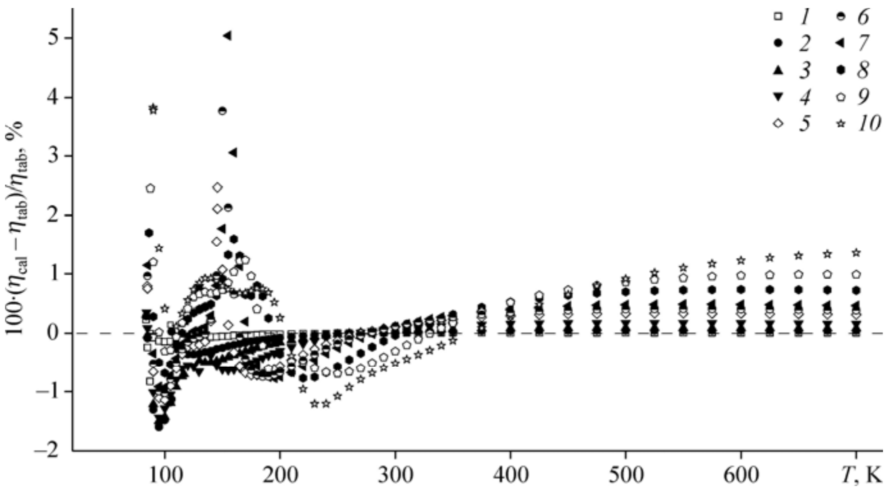

Рис. 5. Относительные отклонения рассчитанных по формуле (10) значений вязкости $\Delta\eta/\eta$ (%) от данных таблицы из работы [10] для аргона в зависимости от температуры на изобарах.
0,1 (*1*), 0,5 (*2*), 1 (*3*), 2 (*4*), 4 (*5*), 5 (*6*), 6 (*7*), 10 (*8*), 15 (*9*), 25 (*10*) МПа.

Представляет интерес оценка экстраполяционных возможностей уравнения (10) для расчета коэффициента вязкости в малоизученной или неизученной областях состояний. На рис. 7 в качестве примера приведено сопоставление экспериментальных данных по вязкости аргона [17], которые относятся к числу самых достоверных, с рассчитанными по соотношению (10) значениями вязкости, коэффициенты которого определены по табличным данным [10] в интервале давлений до 25 МПа. Сопоставление рассчитанных по (10) с экспериментальными из [17] значений вязкости проведено в диапазоне давлений до 400 МПа, то есть интервал экстраполяции в 15 раз превышает размер «опорного» участка по давлению. Как видно из рис. 7, согласование расчетных и экспериментальных данных следует признать вполне удовлетворительным, за исключением расхождений между расчетными экстраполированными и экспериментальными данными [17] на некоторых изохорах при высоких давлениях.

Кроме того, следует принять во внимание, что погрешность расчета коэффициента вязкости, выполненного по уравнению (10), включает в себя все погрешности расчета входящих в (10) уравнений и соотношений. В частности, эта погрешность включает в себя погрешности, обусловленные как приближенным характером единого уравнения состояния жидкости и газа, с помощью которого рассчитываются плотность и внутренняя энергия (см. Приложение), так и приближенным характером уравнений (1), (9), (10). В тех случаях, когда в расчетные формулы (1), (10) закладываются независимо полученные

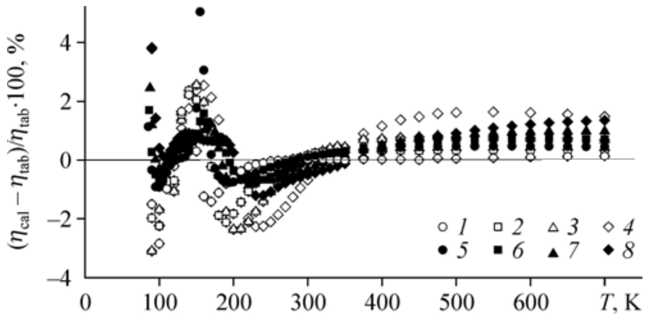

Рис. 6. Отклонение табличных данных по вязкости из работ [10, 4] от рассчитанных по формуле (10).
Данные работы [4]: 6 (*1*), 10 (*2*), 15 (*3*), 25 (*4*) МПА, данные работы [10]: 6 (*5*), 10 (*6*), 15 (*7*), 25 (*8*) МПа.

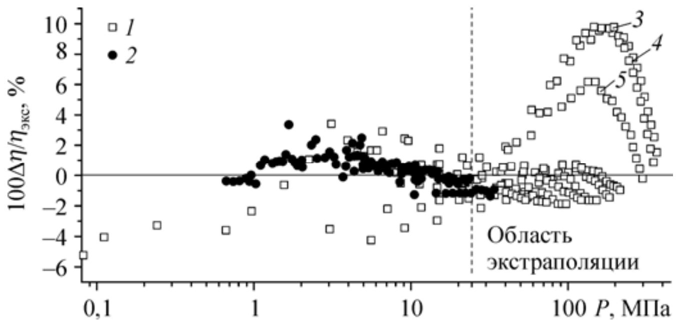

Рис. 7. Относительные отклонения $\Delta\eta/\eta$ (%) экспериментальных данных из работы [17] для аргона от рассчитанных по формуле (10) значений вязкости в однофазной области на изохорах при температурах от 85,4 до 300 K.

При P < 25 МПа — расчет вязкости по (10); коэффициенты определены по табличным данным из работы [10]; при P > 25 МПа — экстраполяция рассчитанных по (10) значений вязкости до 400 МПа; штриховая линия — изобара 25 МПа; символы: жидкость (*1*), газ (*2*); данные работы [17] на изохорах: 1,4 (*3*), 1,384 (*4*), 1,34 (*5*) г/см^3.

численные значения энтальпии испарения H_0^0 (например, путем экстраполяции энтальпии жидкости и газа на нуль Кельвина) и удельного объема вещества при абсолютном нуле V_0 (например, рассчитанные по правилу Филиппова–Тиммерманса), также необходимо учитывать вклад расчетных погрешностей этих величин в общую погрешность расчета вязкости. Кроме того, при сопоставлении рассчитанных значений вязкости с экспериментальными данными других авторов следует принять во внимание, что экспериментальные погрешности измерения вязкости существенно возрастают как при очень низких (криогенных) температурах, так и при высоких температурах и давлениях.

Заключение

С помощью установленной ранее зависимости избыточной вязкости от плотности внутренней энергии и малопараметрического единого уравнения состояния для расчета термодинамических свойств жидкости, газа и флюида получено уравнение для расчета избыточной вязкости аргона в области смешанного (столкновительного и «полевого») механизма передачи импульса при сдвиговом течении. Проведено сопоставление различных вариантов аппроксимации зависимости избыточной вязкости от плотности энергии взаимодействия и установлен оптимальный вариант этой зависимости. Получено малопараметрическое единое уравнение для расчета коэффициента вязкости аргона в жидком и газообразном состояниях, которое описывает вязкость аргона в области температур до 700 K и давлений до 25 МПа. Это уравнение содержит четыре индивидуальных эмпирических коэффициента, которые необходимо найти из экспериментальных или табличных данных по вязкости. Уравнение для расчета значений ΔU и V, необходимых при расчете вязкости аргона, содержит десять подгоночных коэффициентов.

Показано, что рассчитанные по уравнению (10) значения вязкости согласуются с экспериментальными и табличными данными в пределах экспериментальных погрешностей, кроме, возможно, указанных выше «выбросов» (аномально больших отклонений) в окрестности тройной и критической точек. Среднеквадратичное отклонение полученных по уравнению (10) значений вязкости аргона от стандартных табличных данных [10] по всему массиву исходных данных составляет σ = 0,7 %, а средневзвешенное отклонение AAD = 0,5 %.

Установлено, что предложенное уравнение (10) позволяет с удовлетворительной точностью осуществлять экстраполяцию коэффициента вязкости далеко за пределы опорного участка, по которому найдены коэффициенты данного уравнения.

Приложение

Уравнение для фактора сжимаемости $Z = PV/RT$ в приведенных переменных $\omega = \rho/\rho_C$ и $\tau = T_C/T$ имеет вид (ρ_C, T_C, P_C — параметры критической точки):

$$Z = 1 + a_1\left(e^{\tau} - 1 - \tau\right)\left(\omega_{tr} - \omega\right)^2\left(4\omega - \omega_{tr}\right)\omega - a_2\omega\left(e^{-\tau} - 1\right) - a_3\omega\left(e^{-3\cdot\tau} - 1\right) - a_4\omega\tau +$$
$$+ a_5\left(e^{3\tau} - 1 - 3\tau\right)\left(\omega_{tr} - \omega\right)^4\left(6\omega - \omega_{tr}\right)\omega + a_6\left(e^{6\cdot\tau} - 6\cdot\tau\right)\left(\omega_{tr} - \omega\right)^3\left(3\omega - \omega_{tr}\right)\omega^2 +$$
$$+ \frac{a_7\omega}{1 - Z_C\omega} + \frac{a_8\omega^2}{\left(1 - Z_C\omega\right)^2} + \frac{a_9\omega^3}{\left(1 - Z_C\omega\right)^3} + \frac{a_{10}\omega^4}{\left(1 - Z_C\omega\right)^4}$$

где Z_C — фактор сжимаемости в критической точке, $\omega_{tr} = \rho_{tr}/\rho_C$ — приведенная плотность жидкости в тройной точке. Уравнение содержит десять эмпирических подгоночных коэффициентов, которые приведены в таблице.

Уравнение для расчета энергии взаимодействия $\Delta U\left(T, \rho\right)$:

$$\Delta U = R \cdot T_C \cdot \Big\{-a_1\left(e^{\tau} - 1\right)\left(\omega_{tr} - \omega\right)^3\omega - a_2\omega e^{-\tau} - 3\cdot a_3\omega e^{-3\cdot\tau} + a_4\omega -$$
$$-3\cdot a_5\left(e^{3\tau} - 1\right)\left(\omega_{tr} - \omega\right)^5\omega + 6\cdot a_6\left(e^{6\cdot\tau} - 1\right)\left(\omega_{tr} - \omega\right)^4\omega^2\Big\}.$$

В расчетную формулу для энергии взаимодействия ΔU в уравнения для расчета вязкости входят только шесть из десяти эмпирических коэффициентов, входящих в уравнение для фактора сжимаемости Z.

Таблица

Константы единого уравнения состояния для аргона

a_1	$1{,}34711\cdot10^{-2}$
a_2	$2{,}10766\cdot10^{-1}$
a_3	$3{,}15121\cdot10^{-1}$
a_4	1,76985
a_5	$6{,}79744\cdot10^{-6}$
a_6	$1{,}54205\cdot10^{-5}$
a_7	$3{,}93766\cdot10^{-1}$
a_8	$8{,}22990\cdot10^{-3}$
a_9	$1{,}53144\cdot10^{-3}$
a_{10}	$-9{,}87187\cdot10^{-5}$
R, Дж/г·К	0,208133
Z_C	0,289499
ω_{tr}	2,645202

Список литературы

1. **Hirschfelder J.O., Curtiss C.F., Bird R.B.** Molecular theory of gases and liquids. New York: Wiley, 1954. 1219 p.
2. **Temperley H.N.V., Rowlinson J.S., Rushbrooke G.S.** Physics of simple liquids. Amsterdam: North-Holland, 1968. 713 p.
3. **Фабелинский И.Л.** О макроскопической и молекулярной сдвиговой вязкости // Успехи физических наук. 1997. Т. 167, № 7. С. 721–733.
4. **Рабинович В.А., Вассерман А.А., Недоступ В.И., Векслер Л.С.** Теплофизические свойства неона, аргона, криптона и ксенона. М.: Изд-во стандартов, 1976. 636 с.
5. **Алтунин В.В.** Теплофизические свойства двуокиси углерода. М.: Из-во стандартов, 1975. 551 с.
6. **Безверхий П.П, Мартынец В.Г., Станкус С.В.** Описание теплоемкости C_V простых жидкостей с помощью термического уравнения состояния, включающего регулярную и масштабную части // Теплофизика высоких температур. 2015. Т. 53, № 3. С. 356–366.
7. **Одинаев С., Абдурасулов А.А.** Изучение закона соответственных состояний вязких свойств классических жидкостей // Теплофизика высоких температур. 2013. Т. 51, № 4. С. 524–531.
8. **Фокин Л.Р.** О достоверности данных о теплофизических свойствах веществ. Три примера // Теплофизика высоких температур. 2015. Т.53. № 2. С. 212 – 220.
9. **Байдаков В.Г.** Коэффициенты переноса вблизи границы термодинамической устойчивости // Теплофизика высоких температур. 2013. Т. 51, № 5. С. 692–696.
10. **Lemmon E.W., Jacobsen R.T.** Viscosity and thermal conductivity equations for nitrogen, oxygen, argon, and air // Intern. J. of Thermophysics. 2004. Vol. 25, No. 1. P. 21–69.
11. **Каплун А.Б.** Единое уравнение для коэффициента вязкости жидкости и газа // Теплофизика высоких температур. 1989. Т. 27, № 5. С. 884–888.
12. **Kaplun A.B., Meshalkin A.B.** Dependence of liquid and gas viscosity on the state parameters // High Temperature — High Pressure. 2001. Vol. 331. P. 365–369.
13. **Kaplun A.B., Meshalkin A.B.** The calculation of middle-dense fluids viscosity // J. Mol. Liquid. 2005.Vol. 120. P. 103–105.
14. **Каплун А.Б., Мешалкин А.Б.** Уравнение состояния плотных газов однокомпонентных систем // Докл. АН. 2003. Т. 392. С. 48–53.
15. **Каплун А.Б.** Единое уравнение для расчета коэффициента вязкости диоксида углерода // Тр. 14 Росс. конф. по теплофизическим свойствам веществ, Казань. 2014. Т. 1. С. 368–371.
16. **Каплун А.Б., Мешалкин А.Б.** Малопараметрическое уравнение состояния для расчета термодинамических свойств веществ в жидком и газообразном состояниях // Журнал физической химии. 2013. Т. 87, № 8. С. 1294–1300.
17. **Слюсарь В.П., Руденко Н.С., Третьяков И.С.** Вязкость элементов нулевой группы на линии насыщения и под давлением до 5000 атм. // Теплофизические свойства веществ и материалов. М.: Изд-во стандартов, 1973. Вып. 7. С. 50–70.

Статья поступила в редакцию 12 мая 2016 г.,
после доработки — 30 мая 2016 г.