

УДК 532.546:550.820.7

## МЕТОД ВЕРОЯТНОСТНЫХ СВЕРТОК ИНТЕРПРЕТАЦИИ ДАННЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ЗОНДИРОВАНИЯ ПЛАСТОВ

М. И. Эпов, В. И. Пеньковский\*, Н. К. Корсакова\*, И. Н. Ельцов

Институт геофизики СО РАН, 630090 Новосибирск

\* Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск

Предлагается новый метод обработки данных электромагнитных зондирований в скважинах, основанный на гидродинамическом анализе процесса проникновения фильтра бурового раствора в пласт, определении поля электрических сопротивлений прискважинной зоны с последующим его усреднением с помощью сверток с ядром в виде логарифмически нормального распределения чувствительностей зондов.

Ключевые слова: электромагнитное зондирование, несмешивающаяся фильтрация, солеобмен, нефтенасыщенность, фильтр бурового раствора.

**Введение.** Приборы высокочастотного индукционного каротажного изопараметрического зондирования используются для определения физических параметров пластов. Регистрируемая фокусирующими сигналами информация зависит от электрического сопротивления относительно небольшой по размерам прискважинной зоны и нетронутой части пласта. В свою очередь пространственное распределение сопротивления зависит от сложных взаимосвязанных гидродинамических и физико-химических процессов, сопровождающих бурение скважины. Интерпретация данных каротажа представляет собой сложную задачу, решение которой часто приводит к неоднозначным результатам.

При электромагнитном каротаже пластов приборами высокочастотного индукционного каротажного изопараметрического зондирования (ВИКИЗ) или высокочастотного электромагнитного каротажного зондирования (ВЭМКЗ) [1, 2] используются зонды с соблюдением следующих условий на их конструктивные параметры:

$$\sqrt{f_i}L_i = \sqrt{3,5} \cdot 10^3, \quad \Delta L_i/L_i = 0,2. \quad (1)$$

Здесь  $f_i$  — частота излучения, Гц;  $\Delta L_i$  — расстояние между измерительными катушками, м;  $L_i$  — расстояние между генераторной катушкой и центром дальней измерительной катушки, м;  $i = 1, 2, \dots$  — номер зонда.

Условия (1) позволяют рассматривать отклики среды, а следовательно, ограничиться их измерениями каждым зондом на кольцевой площадке пласта, окружающей скважину. По сути, каждое измерение зондом в осесимметричном и однородном по вертикали пласте представляет собой некоторую интегрально усредненную электромагнитную характеристику этой площадки, радиус которой обозначим  $r_i$ . С удалением от нее вклады откликов и точность измерения  $i$ -м зондом уменьшаются. Вычисляемые по измеренным зондами разностям фаз электромагнитных колебаний удельные электрические сопротивления называются “кажущимися”, они могут существенно отличаться от истинных сопротивлений. Введем обозначения  $x_i = r_i^2$ ,  $x = r^2$  для квадратов характерных радиусов

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 03-05-64210).

и квадрата текущего радиуса соответственно. Предположим, что вычисленные по измерениям “кажущиеся” удельные электрические сопротивления (УЭС) наиболее близки к истинным (омическим) УЭС при  $r = r_i$ , т. е. соответствуют некоторым модам случайного распределения ошибок измерений для соответствующих площадей, пропорциональных  $x_i = r_i^2$ . Предположим также, что функции  $\rho_i$  распределения чувствительности каждого зонда имеют вид логарифмически нормального распределения

$$\rho_i = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sigma_i x_i} \exp\left(-\frac{\sigma_i^2}{2}\right) \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_i^2} \ln^2 \frac{x}{x_i}\right). \quad (2)$$

Эти функции имеют максимум в точке  $x = x_i$  и стремятся к нулю при  $r \rightarrow 0$  и  $r \rightarrow \infty$ . В (2)  $\sigma_i$  — дисперсии отклонений измерений кажущихся УЭС. Учитывая условия (1) на конструктивные характеристики аппаратуры ВИКИЗ или ВЭМКЗ, можно предположить, что параметры дисперсии  $\sigma_i$  всех зондов примерно одинаковы и равны  $\sigma$ , а моды  $x_i$  равны квадратам их полудлин. Это предположение было подтверждено при обработке экспериментальных данных. Плотность распределения вероятности нормирована так, что выполняется равенство

$$\int_0^\infty \rho_i r dr = \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma x_i} \exp\left(-\frac{\sigma^2}{2}\right) \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \ln^2 \frac{x}{x_i}\right) dx = 1.$$

В предлагаемом методе вероятностных сверток измеряемые “кажущиеся” УЭС интерпретируются как усреднение истинных электрических сопротивлений среды с весовой функцией вида (2). Таким образом, при любом истинном распределении  $R(r)$   $i$ -й зонд регистрирует “кажущееся”, усредненное по всему пространству УЭС, которое можно вычислить по формуле

$$\bar{R}_i = \int_0^\infty R(r)\rho_i(r)r dr. \quad (3)$$

Пусть функция истинных УЭС имеет вид ступеньки:

$$R = \begin{cases} R_n^0, & 0 < r_n, \\ R_0^0, & r_n < r < \infty. \end{cases} \quad (4)$$

Здесь  $r_n$  — радиус зоны проникновения фильтрата бурового раствора в водоносный пласт с начальным сопротивлением  $R_0^0$ ;  $R_n^0$  — сопротивление пласта, полностью насыщенного фильтратом. Размер зоны проникновения определяется из уравнения баланса массы воды

$$m\pi(r_n^2 - r_c^2) = 2\pi r_c \int_0^t V(r_c, t) dt, \quad (5)$$

где  $V(r_c, t)$  — скорость проникновения фильтрата через стенку скважины радиусом  $r = r_c$ ;  $m$  — пористость пласта. Подставляя функцию (4) в формулу (3) и проводя интегрирование, получим

$$\bar{R}_i = \frac{R_n^0}{2} \left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{1}{\sqrt{2}\sigma} \ln \frac{x_n}{x_i} - \frac{\sigma}{\sqrt{2}}\right)\right] + \frac{R_0^0}{2} \left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{1}{\sqrt{2}\sigma} \ln \frac{x_n}{x_i} - \frac{\sigma}{\sqrt{2}}\right)\right], \quad (6)$$

где интеграл вероятности  $\operatorname{erf}(x)$  — известная табулированная функция;  $x_n = r_n^2$ .

Рассмотрим некоторые частные случаи.

1. Однородный пласт с сопротивлением  $R_0^0$  без зоны проникновения ( $x_n = 0$ ). В этом случае при  $x_n \rightarrow 0$  из (6) получаем  $\operatorname{erf}(-\infty) = -1$  и  $\bar{R}_i = R_0^0$ , т. е. “кажущееся” сопротивление становится истинным, и все зонды независимо от  $x_i$  регистрируют истинное УЭС.

2. Размер зоны проникновения очень большой ( $x_n \rightarrow \infty$ ). В этом случае из формулы (6) вновь следует  $\bar{R}_i = R_n^0$ .

3. Зона проникновения совпадает с областью высокой чувствительности  $i$ -го зонда ( $x_n = x_i$ ). Этот зонд регистрирует “кажущееся” сопротивление, которое вычисляется по формуле

$$\bar{R}_n = \frac{R_n^0 + R_0^0}{2} - \frac{R_n^0 - R_0^0}{2} \operatorname{erf}\left(\frac{\sigma_n}{\sqrt{2}}\right).$$

Из сказанного выше следует, что приемлемое приближенное среднее арифметическое УЭС на фронте резкого изменения сопротивления регистрирует зонд  $i = n$  с малым параметром дисперсии  $\sigma$ . Чем больше  $\sigma$ , тем более заниженным будет “кажущееся” УЭС по сравнению с истинным.

**1. Проникновение фильтра в водоносный пласт.** Распределение истинных сопротивлений в виде (4) при выполнении неравенства  $R_n^0 > R_0^0$  соответствует простейшему случаю проникновения относительно пресного фильтра бурового раствора в пласт, полностью насыщенный более минерализованной водой. При таком вытеснении имеет место четко выраженная граница между растворами. Действительно, ранее экспериментально показано [3, 4], что в мелкозернистом песчанике коэффициент фильтрационной дисперсии  $D_\Phi$  можно представить в виде суммы двух слагаемых:

$$D_\Phi = \lambda_l |v| + D_m m \psi.$$

Здесь  $\lambda_l$  — коэффициент продольной дисперсии;  $v$  — скорость вдоль линии тока;  $D_m$  — коэффициент диффузии в свободном растворе;  $\psi$  — коэффициент извилистости. В опытах получено  $\lambda_l \approx 10^{-3}$  м,  $\psi \approx 0,7 \div 0,8$ . При непродолжительных по времени интрузиях фильтра в пласт, что соответствует реальной ситуации при проходке скважин, вторым слагаемым можно пренебречь. Тогда для коэффициента фильтрационной дисперсии получим  $D_\Phi = \lambda_l |v|$ . В случае одномерного движения длину зоны размазывания первоначально резкого скачка минерализации  $\Delta R_\Phi$  можно оценить по формуле [5]

$$\Delta R_\Phi = 2\sqrt{2D_\Phi t/m},$$

где  $t$  — время. Подставляя в это выражение значение  $D_\Phi$  и вводя обозначение координаты фронта  $r_\Phi \approx vt/m$ , при  $r_n = 0,5$  м получим  $\Delta R_\Phi \approx 6,3 \cdot 10^{-2}$  м. В осесимметричном случае при прочих равных условиях длина зоны примерно равна  $3,6 \cdot 10^{-2}$  м, что составляет небольшую по сравнению с глубиной проникновения величину. Поэтому применение кусочно-постоянного распределения сопротивления в виде ступеньки (4) оправданно.

Расчеты показывают, что измеряемые зондами в соответствии с формулой (3) “кажущиеся” сопротивления оказываются сглаженными и совпадают с истинными только вблизи и вдали от скважины.

**2. Проникновение в нефтяной пласт.** В случае несмешивающегося вытеснения предварительно рассмотрим схему Баклея — Леверетта для двухфазной фильтрации [6]. В осесимметричном случае из законов сохранения массы нефти и воды

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv) + m \frac{\partial s}{\partial t} = 0, \quad \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv_1) - m \frac{\partial s}{\partial t} = 0$$

( $s$  — нефтенасыщенность;  $v, v_1$  — скорости нефти и воды соответственно) следуют первый интеграл

$$r(v + v_1) = r_c V(t)$$

и уравнение гиперболического типа для насыщенности

$$m \frac{\partial s}{\partial t} + \frac{r_c}{r} V(t) F'(s) \frac{\partial s}{\partial r} = 0. \quad (7)$$

Здесь  $F'$  — производная от функции Баклея — Леверетта  $F(s) = \alpha f(s)/[\alpha f(s) + f_1(s)]$ ;  $f(s), f_1(s)$  — относительные фазовые проницаемости для нефти и воды соответственно;  $\alpha = \mu_1/\mu$ ;  $\mu, \mu_1$  — вязкости флюидов. Функция  $F(s)$  обладает свойствами  $F(0) = 0, F(1) = 1, F'(s) \geq 0$  и, кроме того, потоковым свойством  $v = r_c V(t) F(s)/r, v_1 = r_c V(t)[1 - F(s)]/r$  ( $V(t)$  — суммарная скорость флюидов). При проникновении воды  $V(t) = v_1(r_c, t)$ . Вводя новые переменные

$$\tau = \frac{2}{mr_c} \int_0^t V(t) dt, \quad \xi = \frac{x}{r_c^2} = \left(\frac{r}{r_c}\right)^2,$$

можно выписать неявное решение уравнения (7)

$$\xi = \tau F'(s) + 1,$$

удовлетворяющее условию  $r = r_c$  при  $t = 0$ . Отсюда следует, что переменная  $\tau$  определяется глубиной (радиусом) проникновения  $r_n$ . В соответствии с формулой (5) получаем соотношение

$$\tau = (r_n/r_c)^2 - 1. \quad (8)$$

Как известно, на фронте проникновения воды  $r = r_\Phi$  нефтенасыщенность  $s = s_\Phi$  остается постоянной, если постоянна начальная нефтенасыщенность  $s_0$  пласта [7]. Ее величина определяется из трансцендентного уравнения

$$s_0 - s_\Phi = [F(s_0) - F(s_\Phi)]/F'(s_\Phi),$$

а фронт  $r = r_\Phi$  распространяется по закону

$$r_\Phi = r_c \sqrt{1 + \tau F'(s_\Phi)}.$$

Кроме того, в работе [7] показано, что среднеинтегральная по площади нефтенасыщенность  $\langle s \rangle$  не зависит от положения фронта проникновения и определяется только постоянной  $s_\Phi$ :

$$\langle s \rangle = s_\Phi - F(s_\Phi)/F'(s_\Phi).$$

Заметим, что в отличие от примера, рассмотренного в п. 1, в данном случае  $r = r_n$ , т. е. радиус общего объемного вытеснения флюидов и координата фронта проникновения фильтра  $r = r_\Phi$  не совпадают. Поскольку  $(r_\Phi/r_c)^2 = \tau F'(s_\Phi) + 1$  и  $F'(s_\Phi) > 1$  при  $\alpha < 1$ , то с учетом (8) получим

$$(r_\Phi/r_c)^2 = 1 + [(r_\Phi/r_c)^2 - 1]F'(s_\Phi)$$

или

$$r_\Phi^2 - r_c^2 = (r_n^2 - r_c^2)F'(s_\Phi).$$

Так как обычно  $F'(s_\Phi) > 1$ , то радиус фронта проникновения  $r_\Phi > r_n$  (рис. 1). На рис. 1  $s_0 = 0,7$ . Следующая за фронтом проникновения  $r_\Phi$  так называемая окаймляющая зона

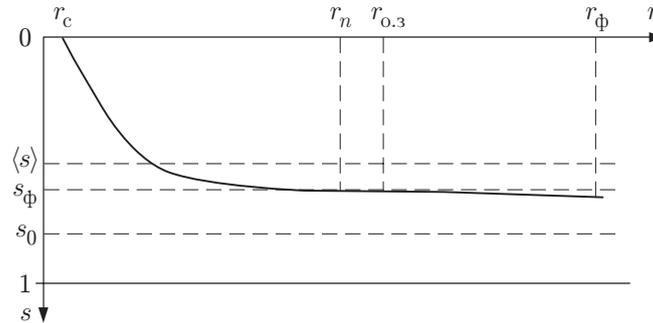


Рис. 1

идентифицируется при каротаже с областью пониженного удельного электрического сопротивления. Концентрация солей в пределах этой зоны выше, чем в водном фильтрате, и практически такая же, как в пластовой воде. Для доказательства этого факта и получения оценки размера окаймляющей зоны в области  $r_c < r < r_\phi$  будем рассматривать усредненное по площади значение нефтенасыщенности  $s = \langle s \rangle$ . На рис. 1 показана зависимость  $s(r)$ . Процесс солеобмена при вытеснении нефти или газа из прискважинной зоны фильтратом бурового раствора (в данном случае водой с относительно малым содержанием солей  $c_p$ ) в пласте с природной водонасыщенностью  $s_1 = 1 - s_0$  и некоторой минерализацией  $c_0 > c_p$  является гетерогенным. При фильтрации часть несмешивающейся с водой нефтяной фазы остается в порах пласта, а пластовая вода, как правило, малоподвижна относительно скелета породы. При описании переноса солей водной фазой в таких случаях необходимо учитывать кинетику массообмена между гетерогенными структурами, содержащими подвижную и связанную воду.

Как показано ранее в работе [8], в случае одномерного движения подходящим уравнением кинетики солеобмена является уравнение изотермы Фрейндлиха, согласно которому интенсивность обмена предполагается пропорциональной разности концентраций солей в подвижной и связанной воде. Если массообмен происходит достаточно быстро, то концентрация солей в образующейся за фронтом проникновения окаймляющей зоне оказывается равной концентрации солей в пластовой воде. Аналогичный результат получается при использовании так называемого метода эффективных тарелок, если “высоту тарелки” устремить к нулю [9].

При осесимметричном движении рассмотрим два случая (рис. 2). Случай 1 соответствует проникновению фильтрата с фронтом  $r_\phi$  без взаимодействия с пластовой водой (рис. 2,а), случай 2 — проникновению на ту же глубину, но с бесконечно быстрым взаимодействием в соответствии с описанным выше механизмом (рис. 2,б). На рис. 2 представлены соответствующие этим случаям схемы массообмена. Из закона сохранения массы растворенных в воде солей получаем уравнение

$$(r_\phi^2 - r_c^2)[(1 - s_0)c_0 + (s_0 - \langle s \rangle)c_p] = (r_\phi^2 - r_{0.3}^2)(1 - \langle s \rangle)c_0 + (r_{0.3}^2 - r_c^2)(1 - \langle s \rangle)c_p.$$

Собирая подобные члены, получим основное соотношение между радиусом окаймляющей зоны  $r_{0.3}$ , фронтом проникновения фильтрата  $r_\phi$ , начальной нефтенасыщенностью пласта  $s_0$  и средней нефтенасыщенностью зоны проникновения  $\langle s \rangle$ :

$$r_{0.3}^2 = \frac{s_0 - \langle s \rangle}{1 - \langle s \rangle} r_\phi^2 + r_c^2 \frac{1 - s_0}{1 - \langle s \rangle}.$$

Сказанное выше справедливо и в случае проникновения фильтрата в газonosный пласт. Схема вытеснения представлена на рис. 3 ( $s_0 = 0,7$ ). В отличие от схемы вытесне-

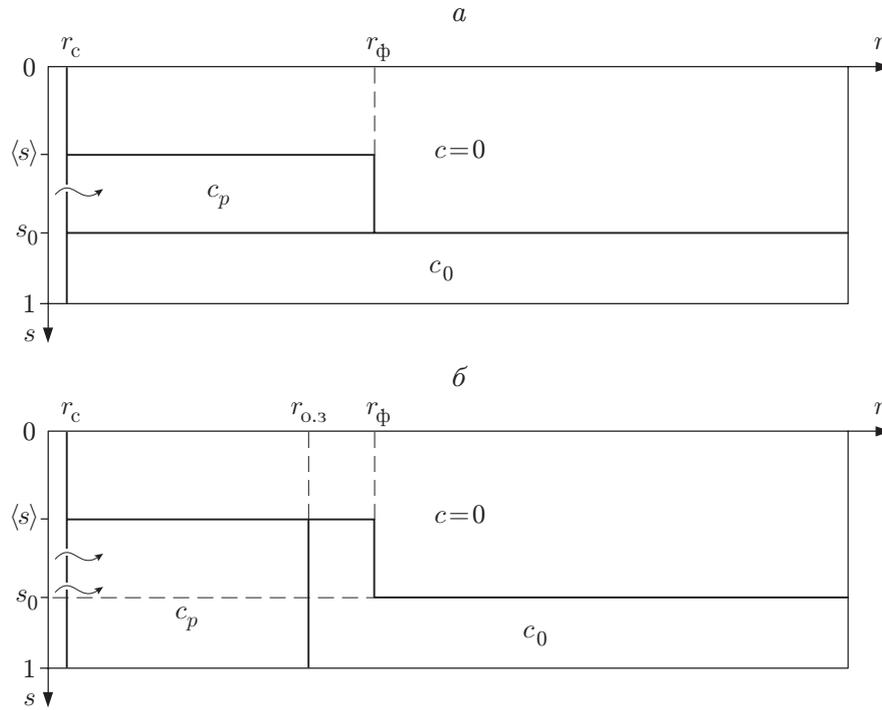


Рис. 2

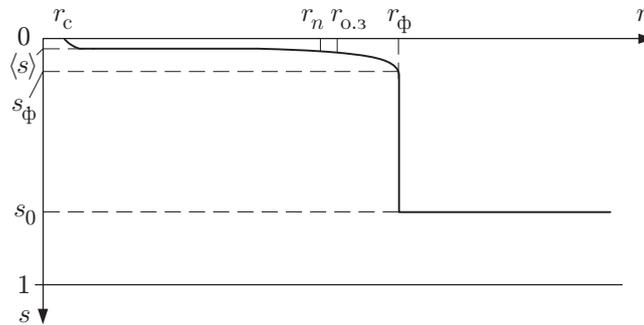


Рис. 3

ния нефти (см. рис. 1) в этом случае наблюдаются низкие значения средней газонасыщенности. Таким образом, при бурении скважин на водных глинистых растворах в нефтяных или газоносных пластах функция электрического сопротивления в прискважинной зоне представляется в виде

$$R = \begin{cases} R_n, & r_c < r \leq r_{0.3}, \\ R_{0.3}, & r_{0.3} < r < r_\phi, \\ R_0, & r_\phi < r < \infty. \end{cases}$$

Здесь  $R_{0.3}$  — удельное сопротивление окаймляющей зоны. Подставляя эти величины в формулу (3), получим

$$\begin{aligned} \bar{R}(r_i) = & \frac{R_n - R_{0.3}}{2} \left[ 1 + \operatorname{erf} \left( \frac{1}{\sqrt{2}\sigma} \ln \frac{x_{0.3}}{x_i} - \frac{\sigma}{\sqrt{2}} \right) \right] + \\ & + \frac{R_{0.3}}{2} \left[ 1 + \operatorname{erf} \left( \frac{1}{\sqrt{2}\sigma} \ln \frac{x_\phi}{x_i} - \frac{\sigma}{\sqrt{2}} \right) \right] + \frac{R_0}{2} \left[ 1 - \operatorname{erf} \left( \frac{1}{\sqrt{2}\sigma} \ln \frac{x_\phi}{x_i} - \frac{\sigma}{\sqrt{2}} \right) \right]. \end{aligned} \quad (9)$$

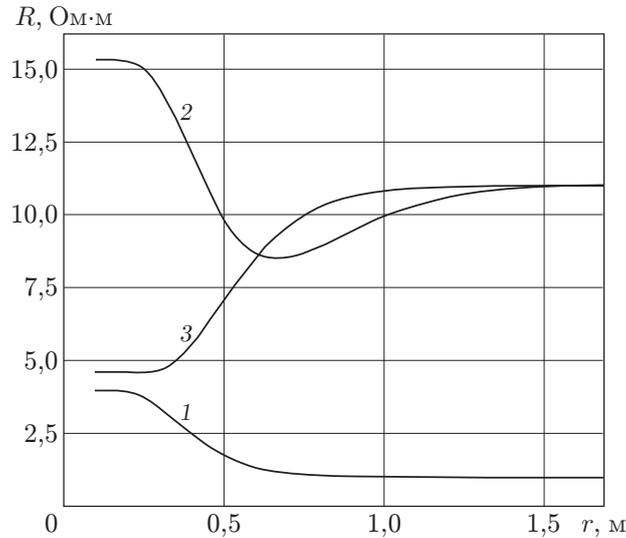


Рис. 4

Заметим, что уравнения (6) и (9) для “кажущихся” сопротивлений, регистрируемых  $i$ -м зондом, можно рассматривать как общее выражение для произвольного множества зондов, если они характеризуются одинаковой дисперсией и, кроме того, удовлетворяют изопараметрическим условиям (1).

**3. Примеры расчетов.** Рассмотрим проникновение фильтрата в водоносный, нефтяной и газоносный пласты с одинаковыми по глубине зонами проникновения  $r_n = 0,5$  м, одинаковыми концентрациями и количеством связанной воды  $s_1^0 = 1 - s_0$ ,  $s_0 = 0,7$  (для нефтегазового пласта). Для водоносного пласта примем  $R_n^0 = 4$  Ом·м,  $R_0^0 = 1$  Ом·м. На рис. 4 этому случаю соответствует кривая 1, полученная по формуле (6).

Для нефтеносного пласта примем  $f(s) = s^{3,5}$ ,  $f_1(s) = (1 - s)^{3,5}$ ,  $\alpha = 0,16$ . Тогда для  $s_0 = 0,7$  получим [7]  $s_\Phi = 0,607$ ,  $\langle s \rangle = 0,489$ ,  $r_\Phi = 0,93$  м,  $r_{0,3} = 0,59$  м. В соответствии с известным законом Арчи [10] отношение электрического сопротивления пористой среды при полном насыщении порового пространства электролитом к сопротивлению при неполном насыщении тем же электролитом обратно пропорционально степени насыщения  $s_1 = 1 - s$  с некоторым показателем  $n \approx 2$ . Для рассматриваемого нефтяного пласта можно положить  $R_n = R_n^0 / (1 - \langle s \rangle)^2$ ,  $R_0 = R_0^0 / (1 - s_0)^2$ ,  $R_{0,3} = R_0^0 / (1 - \langle s \rangle)^2$ . Тогда по формуле (9) определим зависимость, графиком которой является кривая 2 на рис. 4.

В случае газоносного пласта можно принять  $\alpha = 50$ . Соответствующая схема вытеснения представлена на рис. 3. В расчетах получены следующие значения параметров:  $s_\Phi = 0,12$ ,  $F'(s_\Phi) = 1,6$ ,  $\langle s \rangle = 0,07$ ,  $x_\Phi = 0,27$ ,  $x_{0,3} = 0,397$ ,  $R_n = 4,62$ ,  $R_{0,3} = 1,16$ ,  $R_0 = 11,1$ . Зависимость, соответствующая этим данным, представлена кривой 3 на рис. 4. Во всех рассмотренных примерах для дисперсии  $\sigma$  использовано полученное в результате решения обратных задач по данным зондирования водонасыщенных пластов значение 0,68.

На рис. 4 видно, что кривая зондирования средненасыщенных нефтью пластов (кривая 2) за счет наличия окаймляющей зоны имеет локальный минимум. Как показывают исследования, он практически отсутствует для пластов с достаточно большим содержанием нефти из-за невысокой разрешающей способности зондов при больших значениях  $\sigma$ . Аналогичная картина наблюдается для газоносных пластов: наличие окаймляющих зон в них можно обнаружить только теоретически.

**Заключение.** На основе фокусирующих свойств зондов в приборах типа ВИКИЗ (5 зондов) или ВЭМКЗ (9 зондов) с использованием аналитических решений задач несме-

шивающейся фильтрации с быстрым солеобменом между фильтратом бурового раствора и природной пластовой водой выведены простые инженерные формулы, пригодные для интерпретации диаграмм зондирования. Полученные формулы позволяют эффективно решать обратные задачи определения физических свойств пластов и содержащихся в них флюидов по данным электромагнитного каротажа.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Антонов Ю. Н.** Изопараметрическое каротажное зондирование (обоснование ВИКИЗ) // Геология и геофизика. 1981. № 6. С. 81–91.
2. **Петров А. Н., Каюров К. Н., Эпов М. И. и др.** Новый программно-аппаратурный девятизондовый комплекс высокочастотного электромагнитного каротажа // Электрические и электромагнитные методы исследования в нефтегазовых скважинах. Новосибирск: Объед. ин-т геологии, геофизики и минералогии СО РАН, 1999. С. 122–130.
3. **Day P. R.** Dispersion of moving salt-water boundary advancing through saturated sands // Trans. Amer. Geophys. Union. 1956. V. 37, N 5. P. 595–601.
4. **Aronofsky J., Heller J.** A diffusion model to explain mixing of flowing miscible fluids in porous media // Trans. AIME. 1957. V. 210, N 12. P. 345–349.
5. **Bear J.** Dynamics of fluids in porous media. N. Y.: Amer. Elsevier Publ. Co., 1972.
6. **Чарный И. А.** Подземная гидрогазодинамика. М.: Гостехтеоретиздат, 1963.
7. **Корсакова Н. К., Пеньковский В. И.** Приток нефти к галерее затампонированных водой скважин // ПМТФ. 2001. Т. 42, № 6. С. 86–92.
8. **Пеньковский В. И.** К вопросу о математическом моделировании процесса рассоления грунтов // ПМТФ. 1975. № 5. С. 186–191.
9. **Рачинский В. В.** Введение в общую теорию динамики сорбции и хроматографии. М.: Наука, 1964.
10. **Коллинз Р.** Течение жидкостей через пористые материалы. М.: Мир, 1964.

*Поступила в редакцию 4/IV 2003 г.*

---