

РАЗРУШЕНИЕ ТОНКИХ ОБОЛОЧЕЧНЫХ СТРУКТУР, СТИМУЛИРОВАННОЕ ГАЗОВОЙ ДЕТОНАЦИЕЙ: ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ

Ч. Гато, И.-Л. Ши

Харбинский машиностроительный университет, Колледж машиностроения, Харбин, Китай
yshie@ymail.com

Быстрое повышение давления за фронтом детонации, которое сопровождается газовый взрыв, может привести к серьезному разрушению тонкостенных структур, особенно если их материал содержит маленькие внутренние трещины. Взрывное разрушение таких структур исследовано с использованием трехмерного метода со свободными сетками. Проведено сравнение результатов численного анализа с данными экспериментов.

Ключевые слова: разрушение, детонация, горение, взрыв, оболочка, численный анализ.

ВВЕДЕНИЕ

Анализ процесса разрушения тонкостенных структур, вызванного детонацией, представляет значительный интерес для технологии трубопроводов и сосудов [1–5]. Особенно критичны подобные разрушения в случае хранения опасных газов (здесь и ниже в авторском тексте используется термин «fluid», который мы переводим как «газ». — *Примеч. пер.*). Для предсказания надежности тонкостенных структур часто используется численный анализ [6]. Однако полноценный численный анализ всех взаимосвязанных процессов, включающих взрыв газа, разрушение тонкостенной структуры и взаимодействие между структурой и газом, чрезвычайно сложен и до сих пор успешно реализован не был. Развитию достоверных численных методик препятствовали большие деформации и усложненные контактные алгоритмы. Метод свободных сеток [7–13] является, по видимому, единственной численной методикой, перспективной для такого типа приложений. Этот метод обычно использует формулировку Лагранжа [14–21] как для газов, так и для элементов структуры и не имеет недостатков метода конечных элементов, также основанного на формулировке Лагранжа. Метод свободных сеток позволяет описывать большие деформации и разрушения наиболее естественным образом. Мы будем использовать его для моделирования разрушения тонкостенных структур,

обусловленного газовой детонацией.

Численное моделирование тонких оболочечных структур в течение многих лет является сложной проблемой в прикладной механике и других приложениях. Существует три основных подхода. Один базируется на теории оболочек, другой — на теории вырожденного континуума, а последний является прямым трехмерным континуальным подходом. Первые два подхода приводят к усложненным численным методикам, которые трудно реализовать, особенно для сложных явлений, включающих взаимодействие структурных элементов с газом. Поэтому мы выбрали прямой трехмерный континуальный подход. Основной его недостаток — часто требуется введение множества узлов (по сравнению с расчетами по модели оболочек или вырожденного континуума) на свободных сетках по толщине тонкой оболочки для адекватного описания градиентов полей деформации и напряжения. Кроме того, этот подход приводит к ухудшению качества дискретной системы и точности численного решения.

Большинство предлагаемых до настоящего времени методов со свободными сетками основано на континуальном подходе. В работе [22] метод для тонкой оболочки, основанный на теории Кирхгофа — Лява и методе свободных элементов Галёркина [7], был развит для случая малой деформации и упругого поведения материала. В работе [23] этот метод был расширен до рассмотрения конечной деформации, нелинейной упругости и динамического разрушения материала. В работе [24] рассмотрение трещин в тонкой оболочке было

Choi Gato, Yinling Shie.

Harbin Engineering University, College of Mechanical Engineering, Harbin, HLJ, P. R. China.

упрощено благодаря использованию внешнего базиса. В [25] установлено преимущество приближений со свободными сетками при описании торможения сдвига в балках и пластинах типа Миндлина и сформулирован метод со свободными сетками, основанный на методе частиц с репродуцирующим ядром (РКРМ) [8]. Эта методология развита в [26] с привлечением метода Галёркина. Метод Галёркина применялся также для описания оболочечных и мембранных структур [27], при этом были введены бикубические и четвертого порядка базисные функции, чтобы исключить торможение сдвига в мембранах. В [28] показано, что мода Кирхгофа в пластине Миндлина может быть воспроизведена методами Галёркина или РКРМ, если полиномиальный базис второго порядка применяется в приближении движущихся наименьших квадратов. При выполнении этого подхода с использованием узлового интегрирования и стабилизирующей схемы авторы [28] показали, что эта формулировка устойчива и свободна от торможения сдвигов. В [29] развит метод свободных сеток, в котором дискретная теория Кирхгофа скомбинирована со смешанным подходом. В [30] на базе метода РКРМ разработан метод для описания больших нелинейных деформаций тонких оболочек в случае трехмерных континуальных моделей.

В настоящей работе используется трехмерный континуальный подход для описания как газового взрыва, так и поведения тонкой оболочки. Поскольку взаимодействие между газом и тонкой оболочкой сложное и не входит в нашу задачу, мы моделировали газовый взрыв в жесткой трубе. Полученный временной профиль давления использовался как граничное условие для нашей оболочечной модели. Разрушение оболочки моделировалось разрушением связей между частицами, как только достигался определенный критерий разрушения.

ОПРЕДЕЛЕНИЯ И МЕТОД СВОБОДНЫХ СЕТОК

Мы использовали слабую форму сохранения линейного импульса в полной системе координат Лагранжа. Это эквивалентно утверждению, что слабая форма уравнения импульса получается в начальной конфигурации и определяется выражением

$$\delta W = \delta W_{int} - \delta W_{ext} + \delta W_{kin} = 0, \quad (1)$$

где

$$\delta W_{int} = \int_{\Omega_0} \nabla_X \delta \mathbf{u} : \mathbf{P} d\Omega_0,$$

$$\delta W_{ext} = \int_{\Gamma_{0t}} \delta \mathbf{u} \cdot \bar{\mathbf{t}}_0 d\Gamma_0 + \int_{\Omega_0} \rho_0 \delta \mathbf{u} \cdot \mathbf{b} d\Omega_0,$$

$$\delta W_{kin} = \int_{\Omega_0} \rho_0 \delta \mathbf{u} \cdot \ddot{\mathbf{u}} d\Omega_0.$$

Здесь W_{int} и W_{ext} — внутренняя и внешняя энергия соответственно, W_{kin} — кинетическая энергия, X — материальные координаты, Ω_0 — область в начальной конфигурации, Γ_0 — граница в начальной конфигурации, \mathbf{b} — сила, действующая на тело, ρ_0 — начальная плотность, \mathbf{u} — перемещение, \mathbf{P} — первый тензор напряжений Пиолы — Кирхгофа, $\bar{\mathbf{t}}_0$ — приложенное усилие, ∇_X — пространственные производные по материальным координатам, точки сверху означают субстанциональные производные по времени.

Граничные условия:

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}}, \quad \mathbf{X} \in \Gamma_{0u},$$

$$\mathbf{n}_0 \mathbf{P} = \bar{\mathbf{t}}_0, \quad \mathbf{X} \in \Gamma_{0t},$$

границы — $\Gamma_{0u} \cup \Gamma_{0t} = \Gamma_0$ и $\Gamma_{0u} \cap \Gamma_{0t} = \emptyset$. Здесь индекс t относится к границам, к которым приложена нагрузка, индекс u — к перемещению границ; \mathbf{n} — единичный вектор нормали к обтекаемой границе.

Приближение свободных сеток $\mathbf{u}^h(\mathbf{X})$ для данной функции $\mathbf{u}(\mathbf{X})$ может быть записано как произведение функций формы на узловые параметры \mathbf{u}_J , как и в методе конечных элементов с n частицами:

$$\mathbf{u}^h(\mathbf{X}) = \sum_{J=1}^n N_J(\mathbf{X}) \mathbf{u}_J = \mathbf{N} \mathbf{u}. \quad (2)$$

В методе Галёркина со свободными сетками функции формы могут быть выражены приближениями движущегося метода наименьших квадратов [7]:

$$\mathbf{N}^T(\mathbf{X}) = \mathbf{p}^T(\mathbf{X}) \mathbf{A}^{-1}(\mathbf{X}) \mathbf{P} \mathbf{W}(\mathbf{X}),$$

величина

$$\mathbf{A}(\mathbf{X}) = \mathbf{P}(\mathbf{Y}) \mathbf{W}(\mathbf{X}) \mathbf{P}^T(\mathbf{Y})$$

называется моментом матрицы, матрица $\mathbf{P}^T(\mathbf{Y})$ содержит полиномиальный базис \mathbf{p} , который включает полиномы порядка до двух

(т. е. квадратичные полиномы). Отметим, что линейная полиномиальная полнота необходима для сходимости в методе Галёркина. Матрица

$$\mathbf{W}(\mathbf{X}) = \text{diag}\{W_I(\mathbf{X} - \mathbf{X}_I, h)V_I\}, \quad I = 1, \dots, n,$$

содержит kern-функции $W_I(\mathbf{X} - \mathbf{X}_I, h)$, иногда называемые также вырезающими функциями. Эти kern-функции имеют компактный носитель, и размер носителя определяется параметром дилатации h (например, радиус кольцевого носителя). Мы использовали сплайн-функции четвертого порядка, обычно применяемые в методах со свободными сетками:

$$W(\mathbf{X} - \mathbf{X}_I, h) = w(s) = \begin{cases} 1 - 6s^2 + 8s^3 - 3s^4, & s \leq 1, \\ 0, & s > 1, \end{cases}$$

где $s = (\mathbf{X} - \mathbf{X}_I)/2h$ для размера кругового базиса. Более детальное изложение можно найти, например, в [7, 8].

Тестовая и основная функции имеют структуру уравнения (2). Их введение в слабую формулировку с методом Бубнова — Галёркина приводит к выражению

$$\begin{aligned} & \sum_{I=1}^n \delta \mathbf{u}_I \left\{ \sum_{J=1}^n \left(- \int_{\Omega_0} \nabla_X N_I(\mathbf{X}) \mathbf{P} d\Omega_0 + \right. \right. \\ & \left. \left. + \int_{\Omega_0} N_I(\mathbf{X}) \mathbf{b} d\Omega_0 + \int_{\Gamma_{0t}} N_I(\mathbf{X}) \bar{\mathbf{t}}_0 d\Gamma_0 + \right. \right. \\ & \left. \left. + \int_{\Omega_0} \rho_0 N_I(\mathbf{X}) N_J(\mathbf{X}) \mathbf{u} d\Omega_0 \right) \right\} = 0. \end{aligned}$$

После некоторых алгебраических преобразований матричная форма приведенных уравнений принимает вид

$$\mathbf{M}_{IJ} \ddot{\mathbf{u}}_J = - \mathbf{f}_I^{ext} + \mathbf{f}_I^{int},$$

где

$$\mathbf{M}_{IJ} = \int_{\Omega_0} \rho_0 N_I(\mathbf{X}) N_J^T(\mathbf{X}) d\Omega_0,$$

$$\mathbf{f}_I^{ext} = \int_{\Gamma_{0t}} N_I^T(\mathbf{X}) \bar{\mathbf{t}}_0 d\Gamma_0 + \int_{\Omega_0} N_I^T(\mathbf{X}) \mathbf{b} d\Omega_0,$$

$$\mathbf{f}_I^{int} = \int_{\Omega_0} \nabla_X N_I^T(\mathbf{X}) \mathbf{P} d\Omega_0.$$

МОДЕЛЬ МАТЕРИАЛА И КРИТЕРИЙ РАЗРУШЕНИЯ

Мы использовали термоупругую вязкопластическую модель для твердого тела из [31] для оценки члена напряжений в уравнении (1). В предварительных исследованиях мы установили, что термоэффекты играют значительную роль в разрушении оболочки. Модель материала основана на формулировке в скоростной форме:

$$\tau^\nabla = \mathbf{C} : (\mathbf{D} - \mathbf{D}^{vp} - \alpha \dot{T} \mathbf{I}).$$

Здесь \mathbf{C} — тензор упругости первого порядка, \mathbf{D} — симметричная часть градиента скорости \mathbf{L} , $\tau^\nabla = \dot{\tau} - \mathbf{W} \cdot \tau - \tau \cdot \mathbf{W}$ — скорость изменения тензора напряжений Кирхгофа по Яуману, где \mathbf{W} — антисимметричная часть градиента скорости, α — коэффициент теплового расширения, \mathbf{I} — единичная матрица второго порядка. Вязкопластическая модель перенапряжений основана на модели Мизеса:

$$\mathbf{D}^{vp} = \frac{3\bar{\varepsilon}}{2\bar{\sigma}} \bar{\mathbf{s}},$$

где

$$\bar{\mathbf{s}} = \mathbf{s} - \mathbf{a}, \quad \mathbf{s} = \tau - 1/3 \text{tr}(\tau) \mathbf{I}, \quad \bar{\sigma} = 3/2 \bar{\mathbf{s}} : \bar{\mathbf{s}},$$

\mathbf{a} — предварительное напряжение, равное нулю в нашем исследовании. Термовязкопластическое течение определяется следующим степенным законом:

$$\bar{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_0 \left(\frac{\bar{\sigma}}{g(\bar{\varepsilon}, T)} \right)^m,$$

$$g(\bar{\varepsilon}, T) = \bar{\sigma} \left(1 + \frac{\bar{\varepsilon}}{\varepsilon_0} \right)^n \left(1 - \delta \left[\exp \frac{T - T_0}{\kappa} - 1 \right] \right).$$

Здесь $\dot{\varepsilon}_0$ — начальная скорость деформирования, m — параметр, определяющий скоростную чувствительность, σ_0 — напряжение текущей деформации, $\varepsilon_0 = \sigma_0/E$ — соответствующая начальная деформация, E — модуль Юнга, n — показатель деформационного упрочнения, T_0 — начальная температура, δ и κ — параметры термического размягчения. Зависимость напряжения от деформации $g(\bar{\varepsilon}, T)$ измерена при квазистатической скорости деформирования $\dot{\varepsilon}$ и температуре T . Эквивалентная пластическая деформация $\bar{\varepsilon}$ определяется по формуле

$$\bar{\varepsilon} = \int_0^t \dot{\bar{\varepsilon}} dt = \int_0^t \sqrt{\frac{2}{3} \mathbf{D}^{vp} : \mathbf{D}^{vp}} dt.$$

Размягчение материала, обусловленное температурой, учитывается с помощью переменных параметров материала:

$$E(T) = E_0 - 1.6 \cdot 10^6 (T - T_0) - 10^5 (T - T_0)^2 \text{ [Па]},$$

$$\nu = \nu_0 + 5 \cdot 10^{-5} (T - T_0),$$

$$\sigma_0(T) = \sigma_0 - 1.5 \cdot 10^3 (T - T_0)^2 \text{ [Па]},$$

$$\alpha(T) = [2.2 + 0.0016(T - T_0)] \cdot 10^{-5} \text{ [K}^{-1}\text{]},$$

где ν — коэффициент Пуассона при температуре T .

Усовершенствованная схема для термоупругой вязкопластической модели материала основана на приближении касательного модуля, развитом в [32]. Сущность метода скорости касательного модуля заключается в приближении любой функции времени на интервале $t_{n+\theta} \in [t_n, t_{n+1}]$, $\theta \in [0, 1]$ как

$$f_\theta = (1 - \theta)f_n + \theta f_{n+1}.$$

Таким образом, из предсказанного поля скоростей $\mathbf{v}_{n+1}^{trial} \mathbf{v}_n + \Delta t \mathbf{a}_n$ вытекает, что

$$\mathbf{v}_\theta = (1 - \theta)\mathbf{v}_n + \theta \mathbf{v}_{n+1}^{trial} = \mathbf{v}_n + \theta \Delta t \mathbf{a}_n,$$

$$\mathbf{u}_\theta = (1 - \theta)\mathbf{u}_n + \theta \mathbf{u}_{n+1} = \mathbf{u}_n + \theta \Delta t \mathbf{v}_n + \theta^2 \Delta t^2 \mathbf{a}_n,$$

$$\mathbf{L}_\theta = \nabla_X \mathbf{v}_\theta \cdot \mathbf{F}_{n+1}^{-1},$$

где \mathbf{a}_n — ускорение на n -м временном шаге, \mathbf{F} — градиент деформации. При $\theta = 0.5$ мы снова получаем центральную разностную схему. Напряжение Кирхгофа корректируем следующим образом:

$$\tau_{n+1} = \tau_n + \dot{\tau} \Delta t, \quad (3)$$

$$\dot{\tau} \approx \tau^\nabla + \mathbf{W}_\theta \cdot \tau_n + \tau_n \cdot \mathbf{W}_\theta^T.$$

Для того чтобы вычислить τ^∇ , необходимо сначала найти $\dot{\varepsilon}_\theta$. Пусть

$$\dot{\varepsilon}_\theta = (1 - \theta)\dot{\varepsilon}_n + \theta\dot{\varepsilon}_{n+1},$$

где $\dot{\varepsilon}_{n+1}$ приближается первыми членами разложения в ряд Тейлора по $\bar{\sigma}$, $\bar{\varepsilon}$ и T :

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_{n+1} = \dot{\varepsilon}_n + \\ + \Delta t_n \left(\frac{\partial \dot{\varepsilon}}{\partial \bar{\sigma}} \Big|_n \dot{\bar{\sigma}}_\theta + \frac{\partial \dot{\varepsilon}}{\partial \bar{\varepsilon}} \Big|_n \dot{\bar{\varepsilon}}_\theta + \frac{\partial \dot{\varepsilon}}{\partial T} \Big|_n \dot{T}_\theta \right). \end{aligned}$$

Предположим, что температура восстанавливается в первую очередь и величина \dot{T}_θ известна. Тогда исходя из условия пластической согласованности и уравнений, описывающих поведение материала, получаем

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_\theta \approx \frac{\dot{\varepsilon}_n}{1 + \zeta_\theta} + \\ + \frac{\zeta_\theta}{H_\theta(1 + \zeta_\theta)} \left(\mathbf{P}_\theta : \mathbf{D}_\theta + \dot{T}_\theta \left(\frac{\partial \dot{\varepsilon} / \partial T}{\partial \dot{\varepsilon} / \partial \bar{\sigma}} \right)_n \right). \end{aligned}$$

Здесь

$$\mathbf{P}_\theta = \mathbf{C} : \mathbf{p}_n, \quad \mathbf{p}_n = \frac{3\bar{\mathbf{s}}}{2\bar{\sigma}},$$

$$H_\theta \approx \frac{\partial \dot{\varepsilon} / \partial \bar{\varepsilon}}{\partial \dot{\varepsilon} / \partial \bar{\sigma}} \Big|_n + (\mathbf{p} : \mathbf{L} : \mathbf{p})_n,$$

$$\zeta_\theta \approx \theta \Delta t \left(\frac{\partial \dot{\varepsilon}}{\partial \bar{\sigma}} \right)_n H_\theta, \quad \frac{\partial \dot{\varepsilon}}{\partial \bar{\sigma}} = \frac{m \dot{\varepsilon}}{\bar{\sigma}},$$

$$\frac{\partial \dot{\varepsilon} / \partial T}{\partial \dot{\varepsilon} / \partial \bar{\sigma}} \Big|_n = - \left(\frac{\bar{\sigma}}{g(\bar{\varepsilon}, T)} \right) \frac{\partial g}{\partial T}.$$

Следуя подходу скорости касательного модуля [32], реальную скорость для напряжения Кирхгофа записываем в виде

$$\begin{aligned} \tau^\nabla = \mathbf{C}_\theta^{tan} : \mathbf{D}_\theta - \frac{\dot{\varepsilon}_n}{1 + \zeta_\theta} \mathbf{P}_\theta - \\ - \frac{\zeta_\theta}{(1 + \zeta_\theta)H_\theta} \frac{\partial \dot{\varepsilon} / \partial T}{\partial \dot{\varepsilon} / \partial \bar{\sigma}} \Big|_n \dot{T}_\theta \mathbf{P}_\theta - \alpha \dot{T}_\theta \mathbf{C} : \mathbf{I}, \end{aligned}$$

где

$$\mathbf{C}_\theta^{tan} = \mathbf{C} - \left(\frac{\zeta}{(1 + \zeta)H} \right)_\theta \mathbf{P}_\theta : \mathbf{P}_\theta.$$

После вычисления реальной скорости напряжения Кирхгофа можно определить по уравнению (3). Соответствующий первый тензор Пиолы — Кирхгофа выражается как $\mathbf{P} = \mathbf{F}^{-1} \cdot \tau$.

Разрушение вводится при помощи критерия, основанного на понятии напряжения. Если максимум главного напряжения растяжения превышает в три раза предел прочности материала на разрыв σ_0 , то связи между соседними частицами разрушаются. Этот подход аналогичен методу обзора [33, 34], но с вычислительной точки зрения он эффективнее. Более сложные модели разрушения будут изучаться в будущем.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Мы выполнили численное моделирование экспериментов [35] по разрушению труб под действием газовой детонации. Экспериментальное устройство состояло из детонационной трубы длиной 152 см, к которой присоединена тестируемая тонкостенная труба из алюминия. Длина трубы из алюминия изменялась от 45.7 до 89.6 см, внутренний радиус трубы 1.975 см, толщина оболочки 0.89 мм. Один конец экспериментального устройства был наглухо закрыт, а другой (со стороны тестируемой трубы) закрыт тонкой диафрагмой. Посредине тестируемой трубы были сделаны надрезы длиной 1, 2 и 3 дюйма, глубина надреза во всех случаях 0.6 мм. Все устройство заполнялось горючей смесью этилена и кислорода. Начальное давление изменялось в диапазоне $80 \div 180$ кПа. Смесью поджигалась у наглухо закрытого торца детонационной трубы, и горение быстро переходило в детонацию. Когда детонационная волна входила в тестовую секцию, детонация была близка к пределу Чепмена — Жуге для квазистационарного самоподдерживающегося процесса. В зависимости от начального давления газовой смеси скорость детонации изменялась от 2300 до 2400 м/с, а детонационное давление в полностью сформировавшемся состоянии Чепмена — Жуге варьировало в диапазоне $2.6 \div 6.1$ МПа.

Сначала было выполнено моделирование детонации в жесткой трубе с использованием метода свободных сеток.

Мы рассматривали только упрощенный случай — одна экзотермическая реакция $A \rightarrow B$ с одной возрастающей переменной Y , соответствующей отношению массовой плотности реагента A к общей плотности ρ , т. е. $Y = \rho_A / \rho$. Реакцию вводили в уравнения Эйлера при помощи неоднородного дополнительного закона сохранения:

$$(\dot{Y}\rho) + \nabla \cdot (Y\rho\mathbf{i}) = \Psi.$$

Одностадийную реакцию моделировали с использованием закона Аррениуса [36]:

$$\Psi = -kY\rho \exp\left(-\frac{E_A\rho}{p}\right).$$

Давление p находили из уравнения состояния:

$$p = (\gamma - 1)(\rho e - \rho Yq),$$

где q — тепло химической реакции на единицу массы, которое однозначно определяет скорость детонации [36]. В рассматриваемом здесь случае мы воспользовались моделью горения с постоянным объемом, предложенную в [37]. Эта модель не учитывает детальные химические превращения и, соответственно, внутреннюю структуру детонационной волны, но гарантирует корректное предсказание скорости распространения и состояния химического равновесия при всех разрешениях расчетной сетки.

Модель реакции использовалась совместно с методом дробных шагов, который позволяет численно разделить химическую реакцию и гидродинамический массоперенос. Из моделирования детонации мы получали давление как граничное условие на оболочке. Профиль давления — время вблизи расположения надреза для одной частицы показан на рис. 1.

Рассмотрим разрушение оболочки. Данные для материала следующие: $E = 69$ ГПа, $\rho = 2719$ кг/м³, $\nu = 0.33$, $\sigma_0 = 275$ ГПа, $\varepsilon_0^p = 0.001$, $1/n = 0.07$, $1/m = 0.01$. Цилиндрические оболочки моделировались на расчетной сетке до 280 000 узлов. Для сходимости решения достаточно 140 000 узлов. Мы рассматривали эксперименты с тремя длинами надрезов: короткий, длинный, очень длинный — соответственно 1, 2 и 3 дюйма.

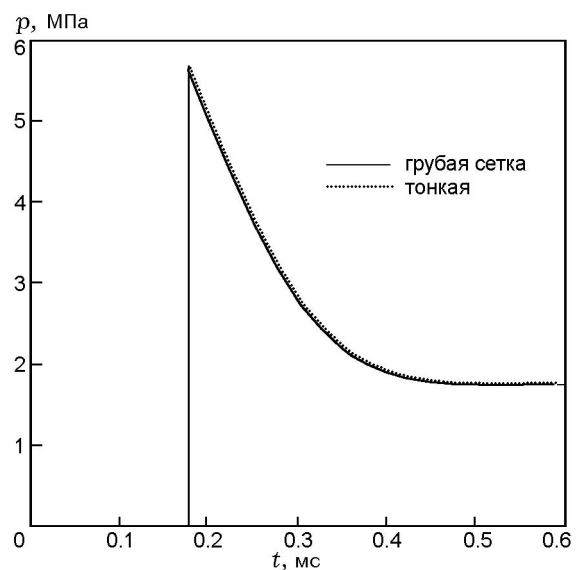


Рис. 1. Профиль давления во времени для частицы вблизи надреза, полученный из «жидкостного» моделирования газовой детонации в жесткой трубе

В случае короткого надреза, как и в эксперименте, трещина сначала распространялась прямо, ближе к фронту детонации она искривлялась и распространялась под углом 45° , а затем продолжала развиваться в азимутальном направлении. Это хорошо предсказывается при численном моделировании (рис. 2). Ко-

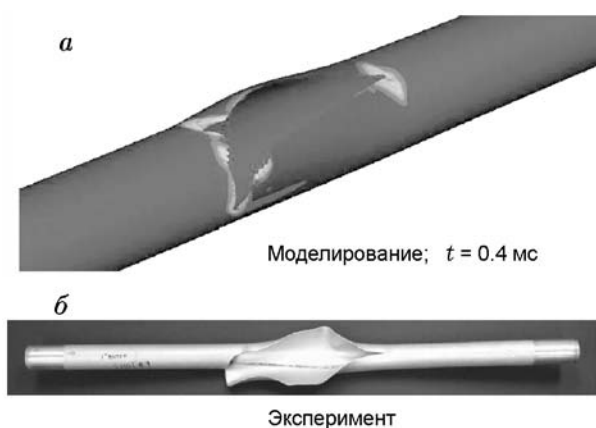


Рис. 2. Картина разрушения и распределения эффективных напряжений при взрывном разрушении цилиндра (длина надреза 1 дюйм)

роткие трещины распространяются от носика трещины и затем разветвляются в поперечном направлении, аналогичное поведение наблюдалось и в эксперименте. Трещинообразование останавливалось после распространения приблизительно на $3/4$ окружности.

В случае длинного надреза картина формирования трещин в эксперименте сходна с рассмотренной, за исключением того, что самая дальняя (от детонации) трещина разветвлялась на трещины в окружном направлении, которые распространялись на всю окружность вплоть до разрушения (рис. 3). Численное моделирование также предсказывает катастрофическое разрушение и отражает общую картину разрушения, т. е. образование коротких трещин и распространение трещин в азимутальном направлении. Но при этом отсутствует искривление трещин вблизи фронта детонации. Вместо этого трещина разветвляется и распространяется в двух направлениях по окружности в противоположность эксперименту, где наблюдается только одна азимутальная магистральная трещина. Численное моделирование не предсказывает также полного разрушения на другой стороне оболочки. Мы связываем

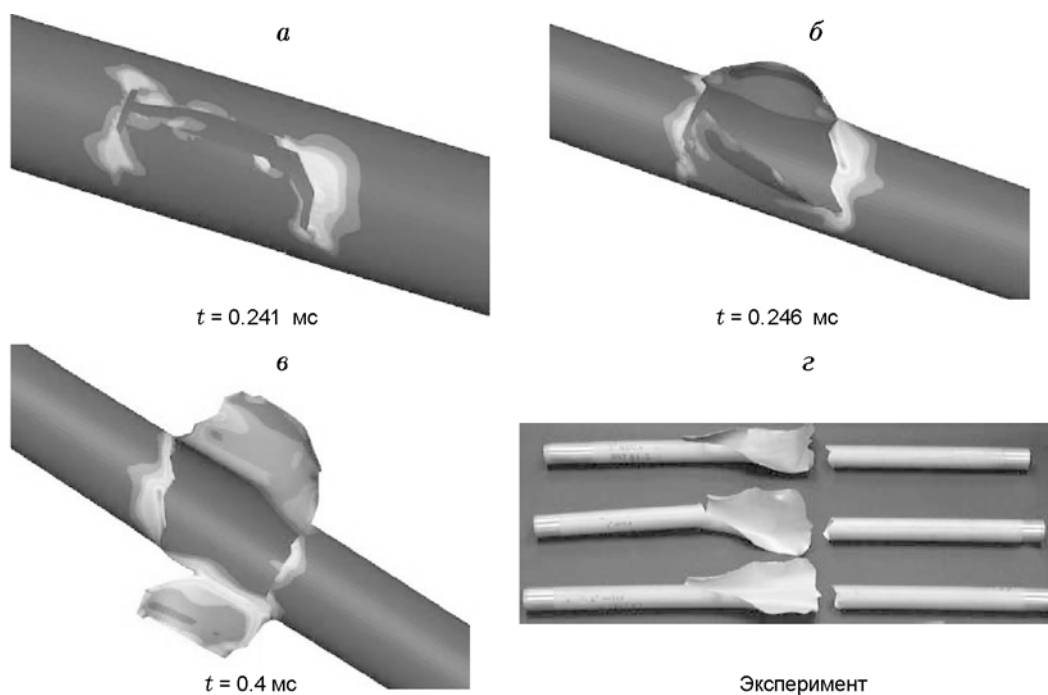


Рис. 3. Картина разрушения и распределения эффективных напряжений при взрывном разрушении цилиндра в различные моменты времени (длина надреза 2 дюйма): на части г представлена картина разрушения из трех различных экспериментов

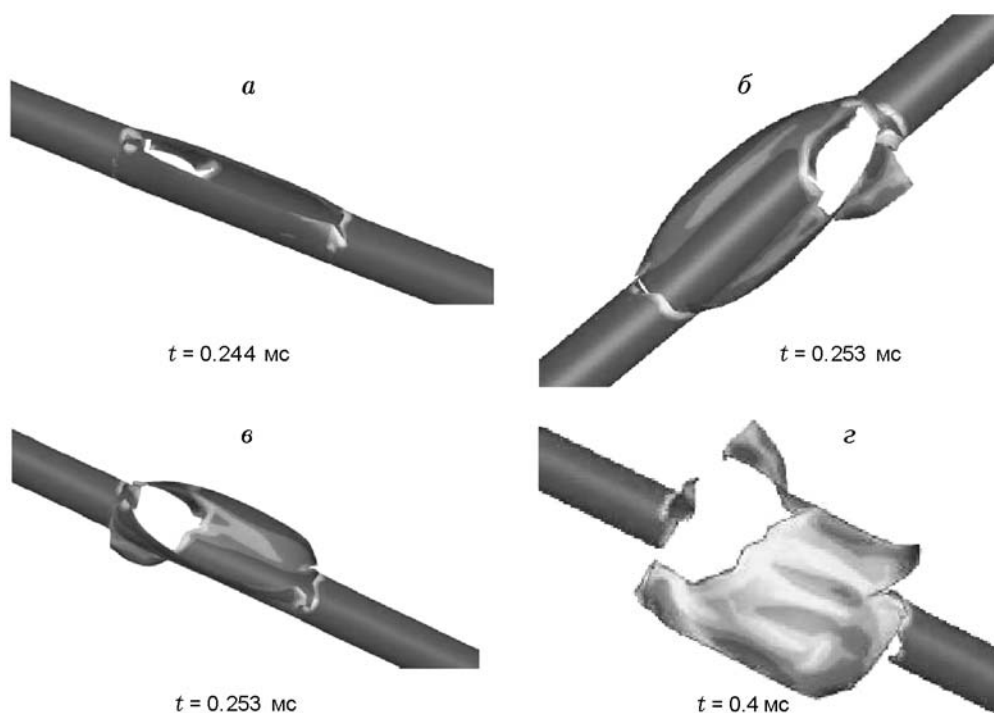


Рис. 4. Картина разрушения и распределения эффективных напряжений при взрывном разрушении цилиндра в различные моменты времени (длина надреза 3 дюйма)

эти различия с нашим упрощением модели разрушения и пренебрежением взаимодействием газа со структурой, которое может оказывать существенное влияние на профиль давления в газе.

В случае очень длинного надреза в экспериментах наблюдалось катастрофическое разрушение. Сначала трещины распространялись от надреза прямо, затем разветвлялись в

окружном направлении на некоторые маленькие веточки, охватывая всю окружность и приводя к полному разрушению трубки (с обеих сторон от надреза). Такое поведение согласуется с результатами нашего численного моделирования, приведенными на рис. 4, 5.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты проведенного моделирования корректно описывают разрушение труб с коротким и очень длинным надрезами. Наибольшие расхождения с экспериментом (мы сравнивали с данными [35]) отмечены для промежуточного случая, т. е. для трубы с длинным надрезом. Мы связываем эти различия с использованием нами упрощенной модели разрушения и пренебрежением эффектами взаимодействия газ — структура. Для предельных случаев — очень длинный надрез и короткий надрез — аппроксимация давления из моделирования идеальной детонации в жесткой трубе представляется вполне адекватной.

В дальнейшем мы предполагаем провести исследования с более точными моделями раз-

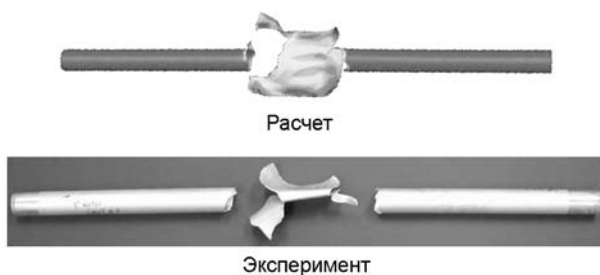


Рис. 5. Картина разрушения и распределения эффективных напряжений при взрывном разрушении цилиндра ($t = 0.4$ мс, длина надреза 3 дюйма)

рушения оболочки, например, моделями с когезионной зоной и дискретными трещинами, как предлагается, например, в работах [18, 38–41]. Мы намерены также развивать модель взаимодействия жидкость — структура.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Болобов В. И., Подлевских Н. А.** Механизм возгорания металлов при разрушении // Физика горения и взрыва. — 2007. — Т. 43, № 4. — С. 39–48.
2. **Болобов В. И.** К механизму самовозгорания титановых сплавов в кислороде // Физика горения и взрыва. — 2002. — Т. 38, № 6. — С. 37–45.
3. **Вадченко С. Г., Балихина Н. Т., Кванин В. Л.** Особенности горения полых цилиндрических тел // Физика горения и взрыва. — 2002. — Т. 38, № 4. — С. 53–58.
4. **Герасимов А. В.** Защита взрывной камеры от разрушения детонационной волной // Физика горения и взрыва. — 1997. — Т. 33, № 1. — С. 131–137.
5. **Войтенко Ю. И.** Особенности разрушения твердых сред при слабых взрывах // Физика горения и взрыва. — 1995. — Т. 31, № 4. — С. 100–108.
6. **Пилюгин Н. Н.** Исследование разрушения полимерных мишеней с наполнителем при высокоскоростном ударе // Физика горения и взрыва. — 2008. — Т. 44, № 2. — С. 129–140.
7. **Belytschko T., Lu Y. Y., Gu L.** Element-free galerkin methods // Intern. J. for Numer. Methods in Engng. — 1994. — V. 37. — P. 229–256.
8. **Liu W. K., Jun S., Zhang Y. F.** Reproducing kernel particle methods // Intern. J. for Numer. Methods in Engng. — 1995. — V. 20. — P. 1081–1106.
9. **Liu W. K., Hao S., Belytschko T., Li S. F., Chang C. T.** Multiple scale meshfree methods for damage fracture and localization // Comput. Material Sci. — 1999. — V. 16, N 1–4. — P. 197–205.
10. **Liu W. K., Hao S., Belytschko T., Li S. F., Chang C. T.** Multi-scale methods // Intern. J. for Numer. Methods in Engng. — 2000. — V. 47, N 7. — P. 1343–1361.
11. **Hao S., Park H. S., Liu W. K.** Moving particle finite element method // Intern. J. for Numer. Methods in Engng. — 2002. — V. 53, N 8. — P. 1937–1958.
12. **Hao S., Liu W. K., Belytschko T.** Moving particle finite element method with global smoothness // Intern. J. for Numer. Methods in Engng. — 2004. — V. 59, N 7. — P. 1007–1020.
13. **Rabczuk T., Belytschko T.** Cracking particles: a simplified meshfree method for arbitrary evolving cracks // Intern. J. for Numer. Methods in Engng. — 2004. — V. 61, N 13. — P. 2316–2343.
14. **Rabczuk T., Eibl J.** Simulation of high velocity concrete fragmentation using SPH/MLSPH // Intern. J. for Numer. Methods in Engng. — 2003. — V. 56. — P. 1421–1444.
15. **Idelsohn S. R., Onate E., Del Pin F.** The particle finite element method: a powerful tool to solve incompressible flows with free surfaces and breaking waves // Intern. J. for Numer. Methods in Engng. — 2004. — V. 61. — P. 964–989.
16. **Hao S., Liu W. K., Qian D.** Localization-induced band and cohesive model // J. of Appl. Mechanics. Trans. of the ASME. — 2000. — V. 67, N 4. — P. 803–812.
17. **Rabczuk T., Belytschko T.** Adaptivity for structured meshfree particle methods in 2D and 3D // Intern. J. for Numer. Methods in Engng. — 2005. — V. 63, N 11. — P. 1559–1582.
18. **Rabczuk T., Belytschko T., Xiao S. P.** Stable particle methods based on Lagrangian kernels // Computer Methods in Appl. Mech. and Engng. — 2004. — V. 193. — P. 1035–1063.
19. **Rabczuk T., Areias P. M. A., Belytschko T.** A simplified meshfree method for shear bands with cohesive surfaces // Intern. J. for Numer. Methods in Engng. — 2007. — V. 69, N 5. — P. 993–1021.
20. **Hao S., Liu W. K., Klein P. A., Rosakis A. J.** Modeling and simulation of intersonic crack growth // Intern. J. of Solids and Structures. — 2004. — V. 41, N 7. — P. 1773–1799.
21. **Hao S., Liu W. K.** Moving particle finite element method with superconvergence: Nodal integration formulation and applications // Computer Methods in Applied Mechanics and Engng. — 2006. — V. 195, N 44–47. — P. 6059–6072.
22. **Krysl P., Belytschko T.** Analysis of thin shells by the element-free Galerkin method // Intern. J. for Numer. Methods in Engng. — 1996. — V. 33. — P. 3057–3078.
23. **Rabczuk T., Areias P. M. A., Belytschko T.** A meshfree thin shell method for non-linear dynamic fracture // Intern. J. for Numer. Methods in Engng. — 2007. — V. 72, N 5. — P. 524–548.
24. **Rabczuk T., Areias P.** A meshfree thin shell for arbitrary evolving cracks based on an extrinsic basis // CMES-Computer Modeling in Engng. and Sci. — 2006. — V. 16, N 2. — P. 115–130.
25. **Donning B. M., Liu W. K.** Meshless methods for shear-deformable beams and plates // Computer Methods in Appl. Mech. and Engng. — 1998. — V. 152, N 1–2. — P. 47–71.
26. **Kanok-Nukulchai W., Barry W., Saranyasontorn K., Bouillards P. H.** On elimination of shear locking in the element-free Galerkin method // Intern. J. for Numer. Methods in Engng. — 2001. — V. 52. — P. 705–725.
27. **Noguchi H., Kawashima T., Miyamura T.** Element free analysis of shell and spatial structures // Intern. J. for Numer. Methods in Engng. — 2000. — V. 47. — P. 1215–1240.

28. **Wang D. D., Chen J. S.** A locking-free meshfree curved beam formulation with the stabilized conforming nodal integration // *Comput. Mechanics*. — 2006. — V. 39, N 1. — P. 83–90.
29. **Yagawa G., Miyamura T.** 3-node triangular shell element using mixed formulation and its implementation by free mesh method // *Computers and Structures*. — 2005. — V. 83. — P. 2066–2076.
30. **Li S., Hao W., Liu W. K.** Numerical simulations of large deformation of thin shell structures using meshfree methods // *Comput. Mechanics*. — 2000. — V. 25. — P. 102–116.
31. **Zhou M., Ravichandran G., Rosakis A. J.** Dynamically propagating shear bands in impact-loaded prenotched plates, 2. Numerical simulations // *J. of the Mechanics and Physics of Solids*. — 1996. — V. 44, N 6. — P. 1007–1032.
32. **Peirce D., Shih C. F., Needleman A.** A tangent modulus method for rate dependent solids // *Computers and Structures*. — 1984. — V. 18. — P. 875–887.
33. **Belytschko T., Lu Y. Y.** Element-free Galerkin methods for static and dynamic fracture // *Intern. J. of Solids and Structures*. — 1995. — V. 32. — P. 2547–2570.
34. **Belytschko T., Lu Y. Y., Gu L.** Crack propagation by element-free Galerkin methods // *Engineering Fracture Mechanics*. — 1995. — V. 51, N 2. — P. 295–315.
35. **Chao T. W.** Gaseous detonation-driven fracture of tubes: PhD thesis. California Institute of Technology, 2004.
36. **Fickett W., Davis W. C.** *Detonation* — Berkeley and Los Angeles, California: University of California Press, 1979.
37. **Mader C. L.** *Numerical modeling of detonations*. — Berkeley and Los Angeles, California: University of California Press, 1979.
38. **Rabczuk T., Belytschko T.** A three dimensional large deformation meshfree method for arbitrary evolving cracks // *Computer Methods in Appl. Mech. and Engng.* — 2007. — V. 196. — P. 2777–2799.
39. **Zi G., Rabczuk T., Wall W.** Extended meshfree methods without branch enrichment for cohesive cracks // *Comput. Mechanics*. — 2007. — V. 40, N 2. — P. 367–382.
40. **Rabczuk T., Belytschko T.** Application of particle methods to static fracture of reinforced concrete structures // *Intern. J. of Fracture*. — 2006. — V. 137, N 1–4. — P. 19–49.
41. **Rabczuk T., Zi G.** A meshfree method based on the local partition of unity for cohesive cracks // *Comput. Mechanics*. — 2007. — V. 39, N 6. — P. 743–760.

*Поступила в редакцию 21/VII 2008 г.,
в окончательном варианте — 1/IV 2009 г.*