

УДК 532.591

Спонтанное образование вращающейся гравитационной волны в цилиндрическом баке при одновременном втекании и вытекании жидкости*

А.И. Федорченко, И. Стахив, З. Травничек

Институт термомеханики АН Чешской республики, Прага

E-mail: fedor@it.cas.cz

Приведены результаты экспериментального наблюдения явления спонтанного образования вращающейся гравитационной волны внутри цилиндрического бака при одновременном втекании и вытекании жидкости. Обнаружены и проиллюстрированы три режима течения внутри бака при постоянной скорости изменения уровня жидкости: 1) невращающееся течение, 2) невращающееся течение с капиллярной рябью возле стенок бака, 3) образование вращающейся гравитационной волны. Вращающаяся гравитационная волна закручивает жидкость в противоположном направлении. Каждый из режимов течения реализуется в определенном диапазоне диаметров сливного отверстия и высоты уровня жидкости в баке.

Ключевые слова: свободная поверхность, инерционно-гравитационная волна, вращающееся течение, слив жидкости.

Введение

Вихревые и вращающиеся течения часто встречаются в нашей повседневной жизни [1], во многих инженерных приложениях [2, 3], а также в геофизических процессах [4]. В инженерных приложениях вращающиеся течения зачастую создаются путем слива жидкости из емкости или ее наполнения [5–7]. Было проведено множество исследований, посвященных попыткам объяснения механизмов, лежащих в основе возникновения такого рода течений [8–10]. Хорошо известным примером вращательного течения является вращающаяся воронка при сливе жидкости из ванны. Это явление интенсивно исследуется начиная с шестидесятых годов прошлого столетия [11, 12] вплоть до настоящего времени [9, 13–15]. Широко распространено мнение, что направление вращения воронки связано с вращением Земли. Авторы работ [11, 12] показали, что для достаточно больших емкостей, когда слив медленный, направление вращения воронки действительно связано с вращением Земли. Однако для типичной ванны число Россби очень велико ($Ro = UL^{-1}f^{-1} \sim 16\,000$, где U — величина горизонтальной компоненты скорости, L — характерный линейный масштаб, f — частота Кориолиса, определяемая угловой скоростью вращения Земли и широтой), поэтому влияние силы Кориолиса пренебрежимо мало.

* Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Чешского агентства по предоставлению грантов (гранты P101/11/J019 и P107/10/0824), исследовательского плана Института термомеханики АН ЧР (№ AV0Z20760514) и пилотного проекта Института термомеханики АН ЧР (№ 902117).

Большое количество экспериментальных и теоретических исследований колебаний свободной поверхности жидкости и течений при импульсном дренаже выявило появление неустойчивостей при определенной высоте уровня жидкости [16–19]. Эти неустойчивости тесно связаны с появлением углубления на свободной поверхности над сливным отверстием [8, 20]. Было выявлено сильное влияние свободной поверхности на поведение жидкости в процессе опорожнения или наполнения емкости [19]. В работе [5] предложена модель, описывающая дренаж с неустойчивой свободной поверхностью при различных начальных условиях, и определены критические условия смены режимов течения.

В то время как гравитационные волны на воде связаны с колебаниями свободной поверхности жидкости, инерционные волны распространяются внутри вращающегося объема жидкости [21]. При больших пространственных масштабах, таких как атмосфера и океан, инерционно-гравитационные волны связаны с бароклинной неустойчивостью в стратифицированной жидкости [4]. Авторы работы [22] показали, что экспериментальное исследование инерционно-гравитационных волн возможно и в лабораторных условиях. Однако такой подход сопряжен с определенными проблемами, так как возникает необходимость иметь вращающийся контейнер с двумя устойчиво стратифицированными жидкостями различных плотностей.

Большинство исследований обычно посвящено случаям только наполнения или вытекания жидкости из контейнера. В настоящей работе экспериментальная установка объединяет эти два случая. Это позволило точно контролировать скорость изменения уровня жидкости как в случае его повышения, так и понижения, а также поддерживать уровень жидкости постоянным. В отличие от классического случая вращающейся воронки, в экспериментах обнаружено новое явление спонтанного образования вращающейся гравитационной волны.

1. Экспериментальная установка

Схема экспериментальной установки показана на рис. 1, *a*, *b*. Она состоит из внешнего резервуара, в который помещены цилиндрический бак внутри двух цилиндров и водяной насос компании AZOO (марки AZ15312 с максимальной производительностью 60 литров в час). Целью установки двух внешних цилиндров являлось гашение нежелательных возмущений, производимых насосом. Прокладки из резинового пеноматериала, показанные на рис. 1, *a*, служили для настройки взаимного расположения этих цилиндров. В экспериментах использовались цилиндрические баки одного диаметра $D = 112$ мм и высоты $H = 106$ мм, но с различными диаметрами сливных отверстий $d = 2,4, 4,4, 5,5$ и $7,7$ мм. Заполнение бака осуществлялось путем перетекания жидкости через его края, а вытекание — через сливное отверстие в центре его дна (см. рис. 1, *b*). Схема водо-

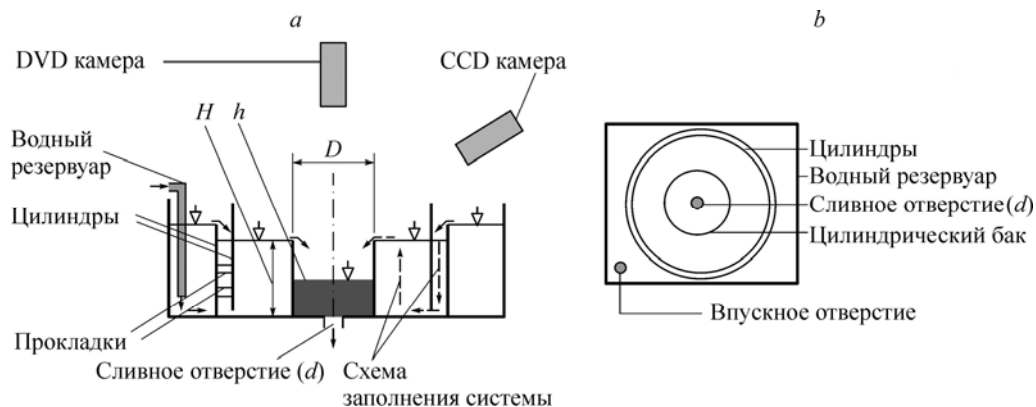
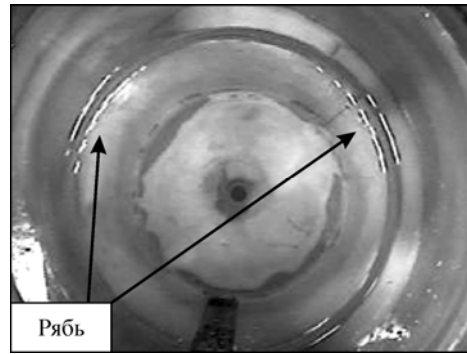


Рис. 1. Схема экспериментальной установки с системой водоснабжения: вид сбоку (*a*), вид сверху (*b*). h — высота уровня жидкости в баке, d — диаметр выпускного отверстия, H и D — высота и диаметр цилиндрического бака соответственно.

Рис. 2. Капиллярная рябь возле стенки бака.

снабжения приведена на рис. 1, *a*. Водяной насос позволяет точно контролировать уровень жидкости в процессе наполнения или опорожнения бака. Результаты экспериментов записывались с помощью DVD и CCD камер. DVD камера размещалась над баком и фиксировала течение в целом, в то время как CCD камера сбоку записывала информацию об изменении уровня жидкости h в процессе эксперимента.



2. Результаты экспериментов и обсуждение

Все эксперименты проведены для четырех диаметров сливного отверстия: $d = 2,4, 4,4, 5,5$ и $7,7$ мм. Они начинались или с полного бака, т. е. при $h = H$, или с пустого при $h = 0$. Наблюдалось три режима течения внутри бака в процессе наполнения/опорожнения. Каждому режиму соответствовал определенный диапазон безразмерных диаметров сливного отверстия $d^* = d/D$ и высот уровня жидкости $h^* = h/D$. Первый режим характеризуется отсутствием каких-либо возмущений свободной поверхности. Второй (рис. 2) отличается течением с капиллярной рябью, локализованной вблизи стенки бака. И, наконец, третий режим — это течение с вращающейся гравитационной волной, показанное на рис. 3 и 4.

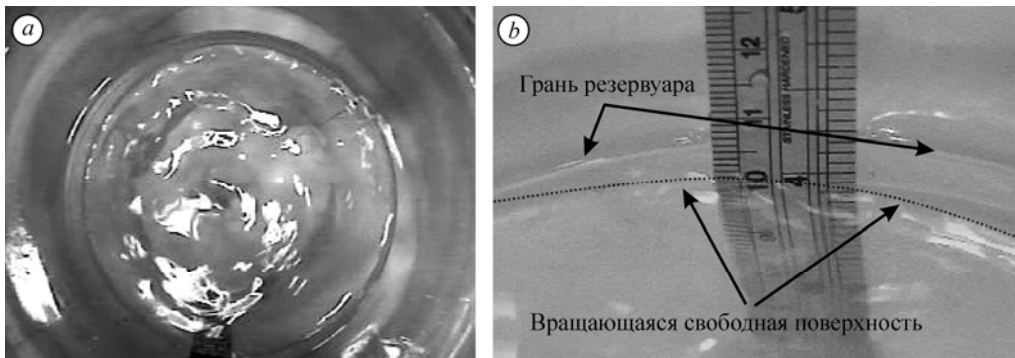


Рис. 3. Вращающаяся гравитационная волна: вид сверху — низина в левой части бака (*a*), вид волны сбоку (*b*). Частота вращения гравитационной волны около 2,43 Hz.

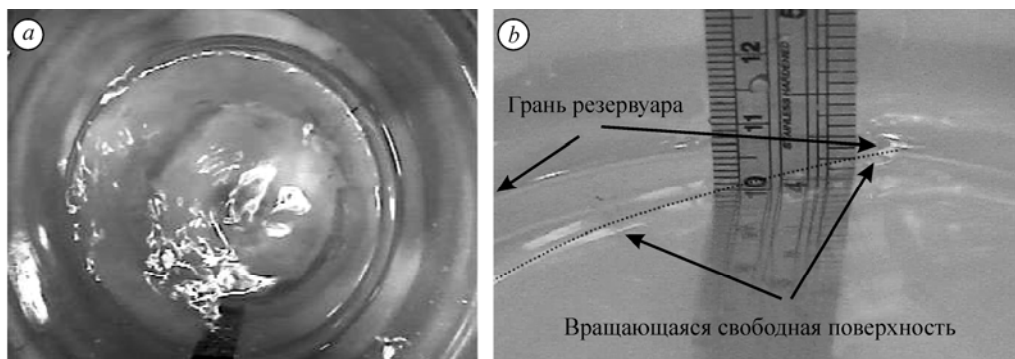


Рис. 4. Вращающаяся гравитационная волна: вид сверху — низина в правой части бака (*a*), вид волны сбоку (*b*). Частота вращения гравитационной волны около 2,43 Hz.

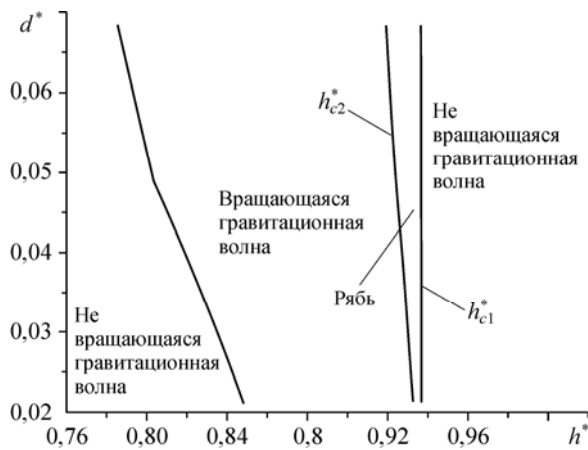


Рис. 5. Карта режимов при уменьшении уровня жидкости ($dh/dt = -0,2$ мм/с) в координатах h^* и d^* . Начало эксперимента при $h^* = 0,946$.

Первый режим является начальным и наблюдается в широком диапазоне изменения d^* и h^* . Второй режим развивается только из первого при некотором критическом значении уровня жидкости h_{c1}^* и подобным же образом переходит в третий режим при h_{c2}^* .

Критические значения h_{c1}^* и h_{c2}^* зависят от безразмерного диаметра сливного отверстия d^* . Следует отметить, что появление капиллярной ряби не является достаточным условием формирования вращающейся гравитационной волны. Важна также разница между скоростями втекания и вытекания жидкости из бака в процессе наполнения/опорожнения. Во всех экспериментах разница составляла около 0,1 литра в минуту, что соответствовало скорости изменения уровня жидкости $|dh/dt| \approx 0,2$ мм/с.

Диапазоны режимов зависят от характера проведения эксперимента: наполнение или опорожнение. Карты всех трех режимов в переменных d^* и h^* при опорожнении (уменьшении уровня жидкости) и наполнении (увеличении уровня жидкости) представлены на рис. 5 и 6 соответственно. Вращающаяся гравитационная волна закручивает жидкость в противоположном направлении, как показано на рис. 7. Рисунок 8 демонстрирует, что результатом такого взаимодействия является спиральная структура вытекающей свободной струи. Существенно, что направление вращения гравитационной волны (по часовой или против часовой стрелке) и, соответственно, тип спиральной струи (право- или левосторонний) менялись от эксперимента к эксперименту. Скорость вращения гравитационной волны во всех экспериментах оставалась близкой к 2,43 Hz. Поэтому можно ожидать, что эта скорость определяется собственной частотой колебаний жидкости в баке. Согласно работе [23], последняя может быть найдена из следующего уравнения:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{g}{D} \varepsilon_n \tanh\left(\varepsilon_n \frac{h}{D}\right)}, \text{ где } \varepsilon_n \text{ —}$$

корни уравнения $dJ_1(\varepsilon_n)/dx = 0$, $J_1(x)$ — функция Бесселя первого рода, g — ускорение свободного падения.

В диапазоне изменения h^* в экспериментах от 0,8 до 0,95 собственная частота ω_0 оставалась практически постоянной и равной

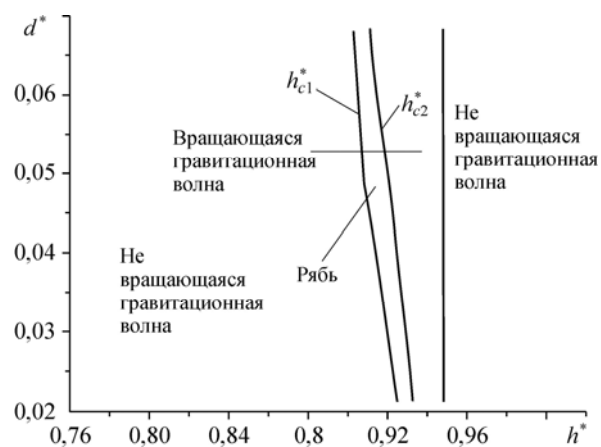


Рис. 6. Карта режимов при увеличении уровня жидкости ($dh/dt = 0,2$ мм/с) в координатах h^* и d^* . Начало эксперимента при $h^* = 0$.

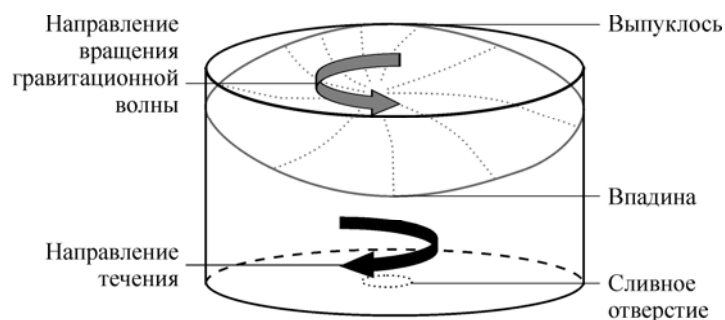
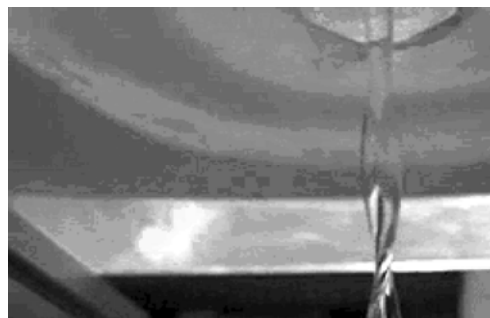


Рис. 7. Схема взаимодействия вращающейся гравитационной волны с основным объемом жидкости в баке.

Рис. 8. Правовинтовая спиральная струя на выходе из бака.



2,72 Hz. Это значение близко к вращательной скорости гравитационной волны 2,43 Hz, также наблюдаемой в экспериментах.

Заключение

В настоящей работе приведены результаты экспериментального наблюдения образования вращающейся гравитационной волны в цилиндрическом баке. Экспериментальная установка позволяет точно контролировать уровень жидкости как в процессе наполнения, так и опорожнения бака. Обнаружено, что существуют три различных режима течений в баке при постоянной скорости изменения уровня: 1) невращающееся течение, 2) невращающееся течение с капиллярной рябью возле стенок бака, 3) вращающаяся гравитационная волна. Каждый из режимов наблюдался в определенном диапазоне безразмерных диаметров d^* и уровней жидкости h^* , причем эти диапазоны различны в случаях наполнения и опорожнения бака. Режимы течения для обоих случаев представлены на рисунках.

Список литературы

1. Childs P. Rotating flow. Oxford: Elsevier, 2011. 389 p.
2. Алексеенко С.В., Накоряков В.Е., Покусаев Б.Г. Волновое течение пленок жидкости. Новосибирск: ВО Наука. Сиб. изд. фирма, 1992. 256 с.
3. Houghton E.L., Carpenter P.W. Aerodynamics. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2003. 590 p.
4. Vallis G.K. Atmospheric and oceanic fluid dynamics: fundamentals and large-scale circulation. Cambridge University Press, 2006. 745 p.
5. Stokes T.E., Hocking G.C., Forbes L.K. Unsteady free-surface flow induced by a line sink // J. Eng. Math. 2003. Vol. 47. P. 137–160.
6. Sohn C.H., Ju M.G., Gowda B.H.L. Draining from the cylindrical tanks with vane-type suspensors — a PIV study // J. Visualization. 2009. Vol. 12. P. 347–360.
7. Sherwood J.D. Optimal shapes for best draining // Phys Fluids. 2009. Vol. 21. P. 113102-1–7.
8. Haugen K.B., Tyvand P.A. Free-surface evaluation due to an impulsive bottom sink at uniform depth // Phys. Fluids. 2003. Vol. 15. P. 742–751.
9. Andersen A., Bohr T., Stenum B., Rasmussen J.J., Lautrup B. Anatomy of bathtub vortex // Phys. Rev. Lett. 2003. Vol. 91. P. 104502-1–4.
10. Tyvand P.A., Haugen K.B. An impulsive bathtub vortex // Phys. Fluids. 2005. Vol. 19. P. 062105-1–8.
11. Shapiro A. Bath-tub vortex // Nature. 1962. Vol. 196. P. 1080–1081.

12. **Trefethen L.M., Bilger R.W., Fink P.T., Luxton R.E., Tanner R.I.** The bath-tub vortex in the southern hemisphere // *Nature*. 1965. Vol. 207. P. 1084–1085.
13. **Bohling L., Andersen A., Fabre D.** Structure of a steady drain-hole vortex in a viscous fluid // *J. Fluid. Mech.* 2010. Vol. 656. P. 177–188.
14. **Sohn C.H., Ju M.G., Gowda B.H.L.** PIV study of vortexing during draining from square tanks // *J. Mech. Sci. and Tech.* 2010. Vol. 24. P. 951–960.
15. **Stepanyants Y.A., Yeoh G.H.** Stationary bathtub vortices and a critical regime of liquid discharge // *J. Fluid. Mech.* 2008. Vol. 604. P. 77–98.
16. **Stokes T.E., Hocking G.C., Forbes L.K.** Unsteady free surface flow induced by a line sink in a fluid of finite depth // *Computers & Fluids*. 2008. Vol. 37. P. 236–249.
17. **Lubin B.T., Springer G.S.** The formation of a dip on the surface of a liquid draining from a tank // *J. Fluid. Mech.* 1967. Vol. 47. P. 385–390.
18. **Zhou Q.N., Graebel W.P.** Axisymmetric draining of a cylindrical tank with a free surface // *J. Fluid. Mech.* 1990. Vol. 221. P. 511–532.
19. **Xue M., Yue D.K.P.** Nonlinear free-surface flow due to an impulsively started submerged point sink // *J. Fluid. Mech.* 1998. Vol. 364. P. 325–347.
20. **Miles J.W.** Free surface oscillations in a rotating fluid // *Phys. Fluids*. 1959. Vol. 2. P. 297–304.
21. **Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.** Теоретическая физика: учебное пособие в 10 т. Т. VI. Гидродинамика. 3-е изд., перераб. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. 736 с.
22. **Lovegrove A.F., Read P.L., Richards C.J.** Generation of inertia-gravity waves in a baroclinically unstable fluid // *Q.J.R. Meteorol. Soc.* 2000. Vol. 126. P. 3233–3254.
23. **Bauer H.F.** Theory of fluid oscillations in partially filled cylindrical containers. MTP-AERO-62-1, NASA Marshall Space Flight Center, 1962.

Статья поступила в редакцию 28 марта 2012 г.