

УДК 539.3:532.593

ОБ ЭФФЕКТЕ КВАЗИПОЛНОГО ВНУТРЕННЕГО ОТРАЖЕНИЯ УДАРНЫХ ВОЛН НА ГРАНИЦАХ РАЗДЕЛА УПРУГИХ СРЕД

И. И. Аникьев, В. И. Гуляев, Г. М. Иванченко, П. З. Луговой,
Е. А. Сущенко, Е. В. Яковенко

Институт механики им. С. П. Тимошенко НАН Украины, 252057 Киев

Рассмотрена задача о взаимодействии инициированной точечным взрывом сферической ударной волны напряжений в среде с плоскостью раздела двух упругих сред с различающимися механическими параметрами. Методом нулевого приближения лучевой теории установлено, что при проникании ударной волны из среды с меньшей акустической жесткостью в среду с большей жесткостью в окрестности точек квазиполного внутреннего отражения значения напряжений на фронте преломленной ударной волны стремятся к бесконечности и могут являться причиной локального разрушения материалов сред. Выполненный в двухкомпонентной среде вода — оргстекло эксперимент с достаточной точностью подтвердил теоретически предсказанное явление.

Введение. В геометрической оптике известен эффект полного внутреннего отражения, связанный с особенностью преломления световых лучей при их прохождении через границу раздела G двух изотропных прозрачных сред с различающимися показателями преломления n_1 и n_2 . Как следует из закона Снеллиуса, для светового луча, падающего под углом φ на поверхность раздела и преломляющегося под углом χ , имеет место соотношение $n_1 \sin \varphi = n_2 \sin \chi$. Следовательно, $\chi = \arcsin[(n_1/n_2) \sin \varphi]$, и в случае $n_1 > n_2$ при некотором значении φ выражение в скобках становится равным единице и с дальнейшим увеличением φ превышает ее. Поскольку функция арксинус аргумента, большего единицы, не существует, при таких значениях φ не существует и преломление световых лучей. В этом случае вся энергия, принесенная на границу G падающей световой волной, уносится отраженной волной, и во вторую среду световые лучи не проникают (эффект полного внутреннего отражения).

Аналогичный эффект имеет место и для ударных волновых процессов, протекающих на границах раздела упругих сред, хотя в этом случае все явления оказываются более сложными.

Пусть P — продольно-поляризованные ударные волны, S — поперечные волны, индексы 1 и 2 соответствуют волнам, распространяющимся соответственно в средах 1 и 2, знаки « $-$ » и « $+$ » — параметрам волн до и после их ударного взаимодействия с граничной плоскостью G , разделяющей среды 1 и 2.

Пусть плоская продольная ударная волна P_{1-} (рис. 1), распространяясь в среде 1, падает под углом θ_{1-} на плоскость G раздела сред 1 и 2. В результате ее взаимодействия с этой плоскостью кроме прочих волн образуются отраженная P_{1+} и преломленная P_{2+} ударные продольные волны, распространяющиеся соответственно в средах 1 и 2. Значения угла преломления θ_{2+} можно найти, пользуясь законом Снеллиуса для упругих сред [1]

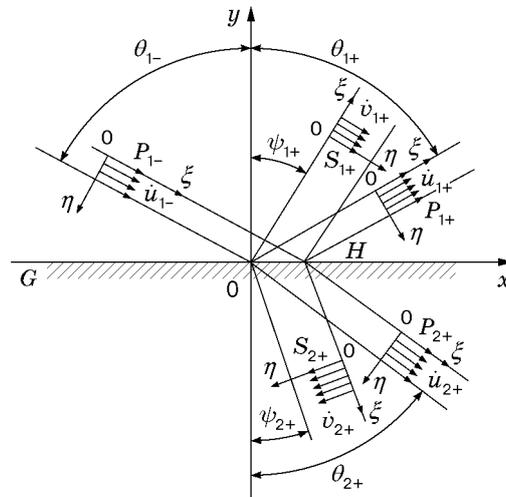


Рис. 1

$\sin \theta_{1-}/\alpha_1 = \sin \theta_{2+}/\alpha_2$, откуда $\sin \theta_{2+} = \alpha_2 \sin \theta_{1-}/\alpha_1$, где α_1, α_2 — скорости распространения P -волн в соответствующих средах.

Если $\alpha_2 > \alpha_1$, то $\sin \theta_{2+} = 1$ при некотором $\theta_{1-} = \arcsin(\alpha_1/\alpha_2)$ и при дальнейшем увеличении θ_{1-} должен быть больше единицы. Однако, поскольку функция $\sin \theta_{2+}$ не может быть больше единицы, значение $\theta_{1-} = \arcsin(\alpha_1/\alpha_2)$ является предельным, при котором $\sin \theta_{2+} = 1$, $\theta_{2+} = \pi/2$ и взаимодействие (P_{1-}) -волны с границей G происходит по описанной выше схеме. При $\theta_{1-} > \arcsin(\alpha_1/\alpha_2)$ преломления лучей проникающей (P_{2+}) -волны не происходит, так как угол θ_{2+} должен превышать $\pi/2$, а этого не может быть. Точка, в которой $\theta_{1-} = \arcsin(\alpha_1/\alpha_2)$, $\sin \theta_{2+} = (\alpha_2/\alpha_1) \sin(\arcsin(\alpha_1/\alpha_2)) = (\alpha_2/\alpha_1)(\alpha_1/\alpha_2) = 1$ и $\theta_{2+} = \pi/2$, не является точкой полного внутреннего отражения, так как продолжает существовать еще преломленная поперечная (S_{2+}) -волна, скорость β_2 которой меньше скорости α_2 , и, следовательно, не вся энергия падающей волны P_{1-} отражается от поверхности G . Поэтому описанный эффект будем называть квазиполным внутренним отражением (КПВО).

Отметим еще одну особенность взаимодействия падающей, отраженных и преломленных волн в точке H сопряжения их корневых линий на поверхности G при приближении к точке КПВО. Поскольку при $\alpha_2 > \alpha_1$ в этой точке $\sin \theta_{1-} = \alpha_1/\alpha_2$, то $\alpha_1/\sin \theta_{1-} = \alpha_2$. Однако геометрические построения показывают, что левая часть $\alpha_1/\sin \theta_{1-}$ последнего равенства представляет собой скорость v движения точки H вдоль поверхности G . В точке КПВО скорость v , являющаяся, по сути, скоростью движения возмущения второй среды по границе G , совпадает со скоростью α_2 распространения волны P_2 в этой среде. Как известно, такие случаи в волновой механике являются критическими, поскольку сопровождаются бесконечным возрастанием амплитуды возбуждаемой волны. Поэтому можно ожидать, что неограниченное увеличение значения деформаций (и напряжений) в точке КПВО будет иметь место и в нашем случае. Для проверки этого предположения проведены теоретические и экспериментальные исследования.

1. Теоретические исследования эффекта КПВО. Для решения задач о распространении в упругих средах нестационарных волн, несущих на фронте скачок параметра поля, выбран лучевой метод [1–3], позволяющий, используя лучевой ряд, получать достаточно точное решение в прифронтных зонах волн.

Поскольку при анализе ударных волн обычно наиболее важная информация о динамическом воздействии волны на рассматриваемые объекты содержится в нулевом члене,

определяющем величину скачка искомых функций на фронте волны и главную часть переносимого волной импульса, то в этом разложении можно учитывать лишь нулевой член. В этом случае можно существенно упростить задачу, ограничившись рассмотрением импульсных волн малой длины, для которых отсутствует необходимость построения всего профиля продольной ударной волны. Для ее решения удобно применять методы, используемые в стереомеханической теории удара [4].

При сделанных предположениях для определения направления лучей, отраженных и преломленных на поверхности раздела G упругих волн, используется закон Снеллиуса [3]. В случае падения продольно-поляризованной волны он записывается в виде

$$\frac{\sin \theta_{1-}}{\alpha_1} = \frac{\sin \theta_{1+}}{\alpha_1} = \frac{\sin \psi_{1+}}{\beta_1} = \frac{\sin \theta_{2+}}{\alpha_2} = \frac{\sin \psi_{2+}}{\beta_2}, \quad (1.1)$$

где θ и ψ — углы падения продольных и поперечных волн соответственно.

Интенсивности перестроенных на границе раздела волн определяются из условия сохранения количества движения в лучевых трубках соответствующих ударных волн до и после их взаимодействия (рис. 1) и условия неразрывности на плоскости раздела G вектора скорости \dot{U} упругих частиц с продольной \dot{u} и поперечной \dot{v} компонентами [1]. Эти условия записываются в виде системы линейных алгебраических уравнений [3]

$$\begin{aligned} \alpha_1 \rho_1 \dot{u}_{1+} \sin \theta_1 \cos \theta_1 + \beta_1 \rho_1 \dot{v}_{1+} \cos^2 \psi_1 + \alpha_2 \rho_2 \dot{u}_{2+} \sin \theta_2 \cos \theta_2 - \\ - \beta_2 \rho_2 \dot{v}_{2+} \cos^2 \psi_2 = \alpha_1 \rho_1 \dot{u}_{1-} \sin \theta_1 \cos \theta_1, \\ \alpha_1 \rho_1 \dot{u}_{1+} \cos^2 \theta_1 - \beta_1 \rho_1 \dot{v}_{1+} \sin \psi_1 \cos \psi_1 - \alpha_2 \rho_2 \dot{u}_{2+} \cos^2 \theta_2 - \\ - \beta_2 \rho_2 \dot{v}_{2+} \sin \psi_2 \cos \psi_2 = -\alpha_1 \rho_1 \dot{u}_{1-} \cos^2 \theta_1, \\ \dot{u}_{1+} \sin \theta_1 + \dot{v}_{1+} \cos \psi_1 - \dot{u}_{2+} \sin \theta_2 + \dot{v}_{2+} \cos \psi_2 = -\dot{u}_{1-} \sin \theta_1, \\ \dot{u}_{1+} \cos \theta_1 - \dot{v}_{1+} \sin \psi_1 + \dot{u}_{2+} \cos \theta_2 + \dot{v}_{2+} \sin \psi_2 = \dot{u}_{1-} \cos \theta_1, \end{aligned} \quad (1.2)$$

где ρ_i — плотности материалов сред; α_i , β_i — скорости распространения продольных и поперечных волн. Эти соотношения позволяют выразить скорости \dot{u}_{1+} , \dot{v}_{1+} , \dot{u}_{2+} , \dot{v}_{2+} элементов упругих сред после их взаимодействия через скорость \dot{u}_{1-} в падающей волне и продолжить построение отраженных и прошедших волн.

Используя выражения для компонент тензора напряжений в лучевой системе координат (ξ, η, ζ) , нетрудно установить зависимость между величинами \dot{u}_{1+} , \dot{v}_{1+} , \dot{u}_{2+} , \dot{v}_{2+} и скачками напряжений на фронте ударной волны $\sigma_{\xi\xi} = -\rho\alpha\dot{u}$, $\sigma_{\xi\eta} = -\rho\beta\dot{v}$, что позволяет рассматривать взаимодействие волн на границе раздела в терминах теории удара твердых тел [4].

На основе полученных выше соотношений выполнено численное исследование перестройки поверхности фронта ударной волны на плоскости раздела упругих сред и изменения величин напряжений отраженных и преломленных ударных волн. Установлено, что при проникании ударной волны из среды с меньшей акустической жесткостью в среду с большей акустической жесткостью в точках H на поверхности раздела G , в которых выполняется условие $\alpha_2 \sin \theta_{1-} = \alpha_1$, возникают критические состояния, в которых на фронте прошедшей волны мера геометрического расхождения $RS \rightarrow 0$, и поэтому $\dot{u}_{2+} \rightarrow \infty$, $\varepsilon_{\xi\xi 2+} \rightarrow \infty$. Здесь R и S — радиусы кривизны поверхности фронта в соответствующих направлениях [3], $\varepsilon_{\xi\xi 2+}$ — продольная деформация элемента второй среды. Эта особенность связана с тем, что матрица коэффициентов левой части системы (1.2) в данном случае вырождается, и даже при ограниченной правой части система имеет решение, стремящееся к бесконечности.

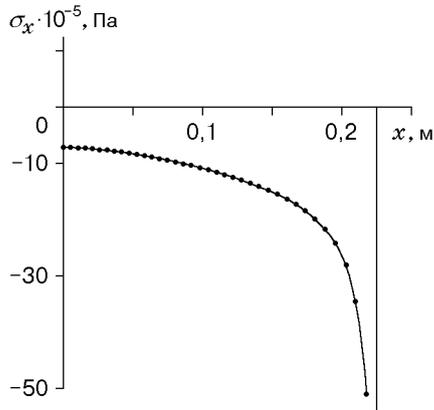


Рис. 2

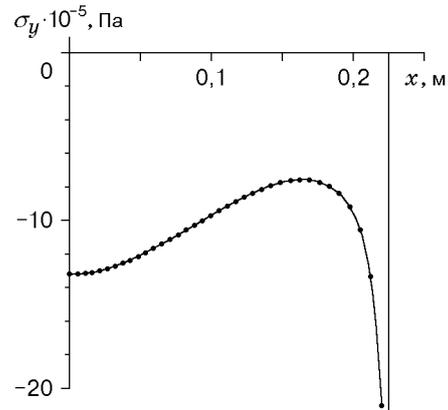


Рис. 3

В связи с неограниченным ростом напряжений в окрестности точек КПВО в этих зонах реальных слоисто-неоднородных упругих сред могут иметь место локальные расслоения и разрушения материалов. Однако экспериментальная проверка этого эффекта трудновыполнима из-за сложности измерения напряжений внутри слоистого массива. Поэтому эксперименты проводились для случая, допускающего тензометрирование, когда в качестве среды, в которой инициировалась исходная ударная волна, была выбрана вода, а упругой средой, испытывавшей действие падающей волны и способствовавшей возникновению эффекта КПВО, являлось органическое стекло. Поскольку вода не воспринимает сдвиговых усилий, в ней не могут возникать S -волны. Поэтому в (1.2) следует положить $\dot{v}_{1+} = 0$. Тогда в системе остается только три уравнения относительно трех неизвестных \dot{u}_{1+} , \dot{u}_{2+} , \dot{v}_{2+} .

Для сравнения результатов теоретического и экспериментального исследований рассмотрен пример при следующих значениях физико-механических параметров сред: для воды $\rho_1 = 10^3$ кг/м³, $\alpha_1 = 1500$ м/с; для оргстекла $\rho_2 = 1,12 \cdot 10^3$ кг/м³, $E = 5,25 \cdot 10^9$ Па, $\nu = 0,35$, $\alpha_2 = 2500$ м/с. Принято, что ударная сферическая волна сжатия инициирована точечным источником в воде на расстоянии 0,3 м от поверхности G . Значение напряжения на ее фронте в момент подхода ее к точке $x = 0$, $y = 0$ на поверхности упругой пластины составило $\sigma_{y1-} = 10^6$ Па.

По изложенной выше методике вычислены составляющие тензора напряжений $\sigma_x = \sigma_{x2+}(x)$ (рис. 2) и $\sigma_y = \sigma_{y2+}(x)$ (рис. 3) в пластине в точке H по мере ее перемещения по плоскости G вдоль оси x . Можно видеть, что сжимающее напряжение $\sigma_{x2+}(x)$ монотонно возрастает и стремится к бесконечности в точке КПВО при $x = 0,225$ м, соответствующей углу КПВО $\theta_{1-} = \arcsin(\alpha_1/\alpha_2) = 36,87^\circ$. Функция $\sigma_{y2+}(x)$ (рис. 3) вначале убывает, однако в окрестности точки КПВО также быстро стремится к бесконечности. При $x > 0,225$ м функции напряжений $\sigma_{x2+}(x)$, $\sigma_{y2+}(x)$ не вычислялись, поскольку волны напряжений во второй среде перестают быть ударными.

2. Экспериментальные исследования эффекта КПВО. Для экспериментальных исследований волновых механических эффектов в слоистых средах усовершенствована методика, приведенная в [5, 6]. Поскольку натурные эксперименты требуют больших материальных затрат, основное внимание уделено лабораторному моделированию волновых процессов в слоистых средах с помощью электровзрывов. Так как вода является хорошей энергопередающей средой, а подводный электровзрыв относительно безопасен, то все лабораторные исследования проведены в цилиндрическом резервуаре с жидкостью. Использовался цилиндрический бак диаметром 3,2 м и высотой 3 м, который заполнялся водой. В таком объеме воды в центре бака можно регистрировать без учета влияния стенок и

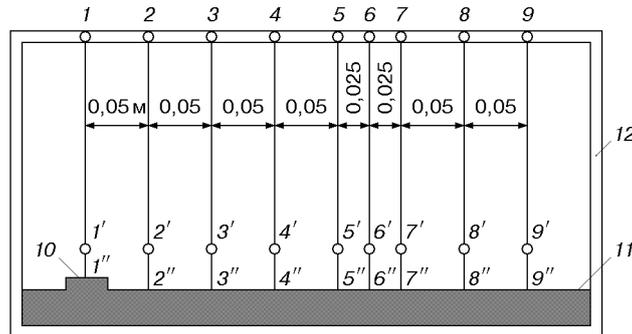


Рис. 4

дневной поверхности волновые процессы, происходящие на протяжении $2 \cdot 10^{-3}$ с. Источником ударных волн служит электрический пробой медной проволоки между электродами высоковольтного кабеля, подключенного к высоковольтному устройству из четырех конденсаторов типа ИКМ-25-12. Взрыв проводника возникает в момент подачи на электроды высокого напряжения (до 10 кВ). Максимальная энергия, которая накапливается в батарее конденсаторов при рабочем напряжении $2,5 \cdot 10^4$ В и общей емкости $48 \cdot 10^{-6}$ Ф, может достигать величины $1,5 \cdot 10^4$ Дж, что эквивалентно энергии взрыва 2 г тротила.

С помощью данного стенда можно получать ударные волны, которые имеют крутой фронт (около 10^{-7} с) и спад давления за фронтом, изменяющийся по экспоненте. Постоянная времени спада давления для этого стенда имеет диапазон $3 \cdot 10^{-5} \div 6 \cdot 10^{-5}$ с, т. е. генерируемые электровзрывом импульсы являются достаточно короткими и их распространение в слоистых средах хорошо описывается с помощью лучевых методов [3].

Электровзрыв проводился в воде на расстоянии 0,3 м от плиты из оргстекла с размерами $0,6 \times 0,6$ м и толщиной 0,08 м и генерировал в эпицентре падающей на оргстекло ударной волны амплитуду давления, равную 10^6 Па. Физико-механические параметры сред имеют значения, использованные выше в теоретических расчетах.

Особенность процесса распространения ударных волн вдоль плоскости G раздела упругих сред, осложняющая постановку задачи их экспериментального исследования, заключается в том, что рассматриваемые поля деформаций как в жидкой, так и в твердой упругодеформируемых средах имеют разрывный характер на четырех осесимметричных фронтах, пересекающихся на одной общей окружности, принадлежащей плоскости G , концентрически увеличивающейся с течением времени. Для преодоления технических трудностей, связанных с необходимостью экспериментального отслеживания этих фронтов и измерения на них быстроизменяющихся функций деформаций, смонтирован специальный каркас, с помощью которого можно перемещать в воде источник электровзрыва по отношению к одному тензодатчику, наклеенному на плиту из оргстекла. Схема установки представлена на рис. 4, где цифрами 1–9 отмечены точки последовательного инициирования электровзрывов, 1'–9' — точки установки датчиков давления, 10 — тензодатчик, 11 — плита из оргстекла, 12 — рама. Преимущество предложенной схемы заключается в том, что последовательное смещение источника электровзрыва по отношению к одному и тому же зафиксированному на плоскости G датчику эквивалентно случаям позиционирования датчика в различных точках 1''–9'' на поверхности G и фиксированному расположению источника взрыва в точке 1. Поскольку в этом случае используется один и тот же датчик с одним и тем же способом наклейки, представляется возможным проводить измерения деформаций на различных расстояниях от электровзрыва с одинаковой погрешностью. Датчики давления 1'–9' использовались также для контроля правильности расположения источника электровзрыва.

$x, \text{ м}$	$P_{\text{ср}} \cdot 10^{-5}, \text{ Па}$	$\varepsilon_{x2+}^{\text{ср}} \cdot 10^4$
0	10,6	0,20
0,05	10,2	-0,03
0,10	9,8	-0,66
0,15	10,5	-1,62
0,20	10,4	-3,80
0,225	9,9	-6,20
0,25	10,4	-8,80
0,30	10,4	-5,73
0,35	10,6	-3,20

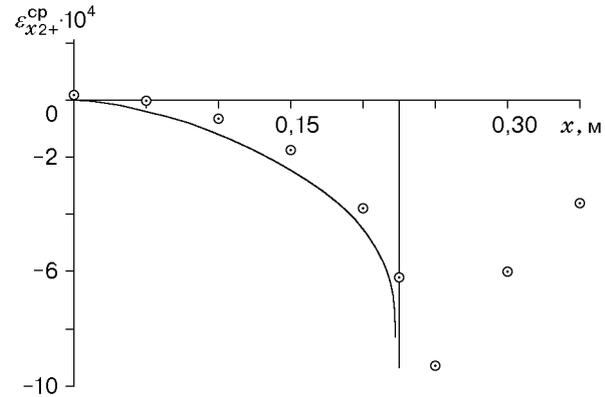


Рис. 5

Для измерения деформаций применялся полупроводниковый тензодатчик КТД-7Б с коэффициентом чувствительности 100, сопротивлением 620 Ом и базой 0,007 м, который крепился на плиту эпоксидной смолой ЭД-20.

Давление на фронте ударной волны измерялось датчиком из пьезокерамики марки ЦТС-19, который соединялся с коаксиальным антивибрационным кабелем АВК-3 с помощью эпоксидной смолы, обеспечивающей надежную гидроизоляцию и жесткую фиксацию. Эта методика позволяет избежать возникновения кабельного эффекта и измерять давление на фронте ударной волны с малой погрешностью измерений, которые регистрировались одним каналом двухлучевого осциллографа С9-16. Другой его канал использовался для измерения деформаций ε_{x2+} .

Динамическая тарировка датчиков проводилась с помощью ударной трубы. Выполненные опыты показали, что чувствительность датчиков давления на основе пьезокерамики ЦТС-19 имеет линейный характер в диапазоне давлений $0 \div 10^7$ Па. Общая погрешность ступенчатой тарировки пьезодатчиков не превышала 10 %.

Результаты экспериментов выводились на компьютер и обрабатывались с помощью соответствующего математического обеспечения.

По предложенной методике проведено 33 электровзрыва. В таблице приведены расстояния x от тензодатчика до эпицентра электровзрыва, средние значения показателей контрольного датчика давления $P_{\text{ср}}$ и средние значения максимальных сжимающих относительных деформаций $\varepsilon_{x2+}^{\text{ср}}$ в точках измерений на поверхности плиты. Оказалось, что наибольшие деформации имеют место на расстоянии 0,25 м от эпицентра взрыва, что лишь на 10 % отличается от теоретических расчетов. Это различие можно объяснить погрешностью эксперимента и неточностью измерений значений скоростей α_1, α_2 продольных волн в упругих средах. Отметим также различие между теоретически полученным значением деформаций $\varepsilon_{x2+}(0) = 0$ в точке $x = 0$ и экспериментально найденной величиной деформации удлинения $\varepsilon_{x2+}^{\text{ср}}(0) = 0,2 \cdot 10^{-4}$ (см. таблицу). Это различие можно объяснить непосредственным воздействием волны давления в воде на его полупроводниковый элемент. Экспериментально найденное значение угла КПВО составило $\theta_{1-} = \text{arctg}(0,25/0,3) = 39,79^\circ$.

Для сравнения на рис. 5 представлены теоретические (сплошная кривая) и усредненные по серии экспериментов (точки) значения деформаций $\varepsilon_{x2+}^{\text{ср}}(x)$. Можно заметить, что на некотором удалении от точки КПВО эти результаты довольно близки. Некоторое расхождение можно объяснить тем, что в расчетах профиль ударной волны принимался в виде идеальной ступеньки и не учитывалась диссипация энергии сил вязкого трения в материалах. Учет этих факторов, по-видимому, позволит получить более полное соответствие расчетных и экспериментальных данных.

В заключение подчеркнем, что найденный эффект неограниченного возрастания деформаций и напряжений в точке КПВО на границах раздела упругих сред справедлив только в рамках теории идеально упругих тел. В реальных сплошных средах, не являющихся идеально упругими, этот эффект проявляется в быстром увеличении этих параметров в окрестности особой точки.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Подильчук Ю. Н., Рубцов Ю. К.** Лучевые методы в теории распространения и рассеяния волн. Киев: Наук. думка, 1988.
2. **Бабич В. М., Булдырев В. С.** Асимптотические методы в задачах дифракции коротких волн. Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1979.
3. **Гуляев В. И., Луговой П. З., Иванченко Г. М.** Дифракция сферической ударной волны на плоскости раздела упругих сред // Прикл. механика. 1997. Т. 33, № 10. С. 51–58.
4. **Гольдсмит В.** Удар. Теория и физические свойства соударяемых тел. М.: Стройиздат, 1965.
5. **Аникьев И. И., Воротникова М. И., Кононенко В. О.** Некоторые экспериментальные результаты по воздействию боковой ударной волны в воде на цилиндрические оболочки // Прикл. механика. 1971. Т. 7, № 9. С. 106–109.
6. **Аникьев И. И., Михайлова М. И., Сущенко Е. А.** Экспериментальное исследование динамического деформирования упругих цилиндрических оболочек в воде при вакуумировании их внутренней полости // Прикл. механика. 1990. Т. 26, № 11. С. 49–55.

*Поступила в редакцию 22/VI 1998 г.,
в окончательном варианте — 4/XI 1998 г.*
