

## ВОЛНА УСКОРЕНИЯ В СМЕСИ ГАЗА И ТВЕРДЫХ ЧАСТИЦ С УЧЕТОМ ПЛАВЛЕНИЯ

А. В. Федоров  
(Новосибирск)

Течение смесей газа и твердых частиц возникает при протекании различных технологических процессов, в частности при детонационном напылении мелкодисперсных частиц металла на поверхности деталей машин. При этом рабочее тело (газ под высоким давлением и температурой) обладает достаточно высокими параметрами, чтобы произошло плавление твердых частиц. Плавление может иметь неравновесный характер, поэтому интересно рассмотреть задачи, возникающие при высокоскоростных движениях смеси, с учетом этого явления.

Уравнения, описывающие распространение плоских волн в аэродисперсной смеси газа и твердых частиц в условиях температуры непрерывной фазы, достаточной для фазового перехода, имеют вид [1, 2]

$$\begin{aligned} \partial x / \partial X &= \rho_0 v, \quad \partial \xi / \partial t = \kappa = -(1/\tau)(\xi - \xi_e), \\ \partial p / \partial X + \rho_0 \partial u / \partial t &= 0, \quad \partial e / \partial t + p \partial v / \partial t = 0, \\ e &= e(S, v, \xi), \quad p = -e_v(S, v, \xi), \quad T = e_S(S, v, \xi), \end{aligned}$$

где декартова компонента  $x$ , описывающая рассматриваемое движение среды, является функцией положения точки в начальный момент времени  $X$  и времени  $t$ , т. е.  $x = x(X, t)$ ;  $\rho_0$  — начальная плотность смеси;  $v, p, u, e, T, S$  — удельный объем, давление, скорость, внутренняя энергия, температура, энтропия смеси;  $\xi$  — относительная массовая концентрация жидкой фазы;  $\xi_e = \xi_e(S, v)$  — уравнение равновесного плавления;  $\tau$  — время релаксации процесса плавления.

Будем считать, что в начальный момент времени смесь имеет значения искомых параметров

$$v = v_0, \quad \xi = \xi_0, \quad S = S_0, \quad x = X.$$

Следуя [3], определим волну второго порядка как особенность течения, распространяющуюся вдоль линии  $y = y(Y, T)$ , на которой  $x(X, t)$  допускает скачок во вторых производных, а  $x(X, t), S(X, t), \xi(X, t)$  имеют на ней непрерывные первые производные. Волны второго порядка называют волнами ускорения (ВУ).

Итак, по определению на ВУ выполняются уравнения

$$[x] = [v] = [u] = [S] = [\xi] = 0, \quad [\varphi] = \varphi_1 - \varphi_2.$$

Используя уравнения состояния, кинетики, энергии, выводим

$$(1) \quad [p] = [T] = [e] = [\dot{\xi}] = [\dot{S}] = 0,$$

а с помощью теоремы Максвелла получим

$$(2) \quad [\xi_x] = [S_x] = 0.$$

Введем величину  $a = [u]$ , описывающую поведение волны, которая распространяется со звуковой скоростью  $v^2 = -v_0^2 \partial p / \partial v$ . Как показано в [3], на основе (1), (2) уравнение, описывающее поведение параметра  $a$ ,

$$(3) \quad da/dt = -\mu a + \mu a^2/\lambda$$

должно удовлетворять условию Коши

$$(4) \quad a(0) = a_0.$$

Здесь  $\mu = v^2 p_{\xi\xi} / 2c_f^2$ ;  $\lambda = p_{\xi\xi} v c_f / v p_{vv}$ ;  $c_f$  — замороженная скорость звука; значения  $\mu, \lambda$  взяты в невозмущенном состоянии. В силу представления для  $\mu = v^2 e_{\xi\xi}^2 / (\tau 2c_f^2 e_{\xi\xi})$  и условия термодинамической устойчивости

$e_{\xi_0} \geq 0$  видно, что  $\mu \geq 0$ . Тогда знак  $\lambda$  определяется знаком выражения  $p_{vv} = \gamma(1 + \gamma)p_{vv}^2 > 0$ , т. е.  $\lambda > 0$ .

Решение задачи Коши (3), (4) запишем в виде

$$(5) \quad a(t) = \lambda a_0 / [(\lambda - a_0)e^{\mu t} + a_0],$$

тривиальный анализ которого позволяет сформулировать следующее

**У т в е р ж д е н и е 1.** Если начальное ускорение поршня  $a_0$ ,двигаемого в смесь газа и частиц, в которой происходит неравновесный процесс плавления, таково, что  $0 < a_0 < \lambda$ , то амплитуда волны ускорения  $a(t) \rightarrow 0$  с ростом  $t$ ; если  $\lambda = a_0$ , то  $a(t) \equiv a_0$ , а при  $a_0 > \lambda$  существует  $t = t_* = -(1/\mu) \ln(1 - \lambda/a_0)$ , когда  $a(t)$  обращается в бесконечность, т. е. образуется ударная волна.

Рассмотрим околзамороженное приближение в решении (3), (4). Обозначим  $\mu = \mu_1/\tau$ ,  $\lambda = \lambda_1/\tau$ , тогда при  $\tau \rightarrow \infty$  (3) перейдет в уравнение  $da_\infty/dt = \mu_1 a_\infty^2 / \lambda_1$  [3], имеющее решение задачи Коши (3), (4)  $a_\infty = a_0 / (1 - (\mu_1/\lambda_1)a_0 t)$ . Видно, что в замороженном по плавлению течении смеси ударная волна образуется всегда и  $t_* = \lambda_1 / (\mu_1 a_0)$ . Раскладывая в ряд по  $\tau^{-1}$  решение (5) при условии  $t/\tau \ll 1$ , получим вне пограничного слоя решение

$$a(t) = a_\infty(t) (1 - \mu_1/a_\infty(t)t/\tau + o(t/\tau^2)), \quad \parallel$$

описывающее околзамороженное течение с точностью до  $o(\tau^{-2})$ .

Выбирая уравнение состояния в виде  $e = c_{v1}T + L\xi$  [2], найдем

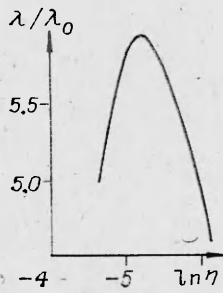
$$\lambda = h^2 \frac{w}{v} \frac{c_f}{\gamma\tau} g(L_1), \quad L_1 = \frac{L}{c_{v1}T}, \quad w = v - \beta_*$$

$$\mu = \frac{\gamma-1}{2\gamma} \frac{1}{\tau} g(L_1), \quad g(L_1) = \frac{r_1^2}{L_1^2 + \xi^{-1}}, \quad \beta = \frac{\alpha}{r}, \quad h^2 = \frac{\gamma-1}{\gamma+1}.$$

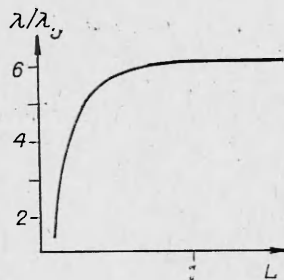
При проведении численных расчетов по формуле (5) исследовалось влияние объемной концентрации частиц  $\eta = (m_2 + m_3)_0$  на величину критического ускорения  $\lambda$ . Оказалось (рис. 1), что существует некоторая предельная величина  $\eta = \eta_*$ , при которой  $\lambda$  достигает максимума. Уменьшение количества частиц приводит к уменьшению предельного ускорения. Вызвано это тем обстоятельством, что стремление  $\eta \rightarrow 0$  означает, что смесь в большей мере обладает свойствами чистого газа, в котором ударные волны образуются без ограничений на предельное ускорение [3]. Можно показать, что  $\lambda \sim h^2(c_f/\gamma\tau)rL_1^2\eta$  при малых  $\eta$ ,  $0 < L < \infty$ , т. е.  $\lambda$  определяется первым порядком доли частиц в смеси.

Увеличение количества частиц  $\eta > \eta_*$  приводит также к уменьшению  $\lambda$ , что вызвано малостью величины удельного объема частиц  $1/r \ll 1$ . Таким образом, в смеси имеет место следующая ситуация. При малых концентрациях частиц основной процесс, определяющий предельное ускорение, — фазовый переход. С ростом  $\eta \geq \eta_*$  влияние процесса плавления уменьшается и возрастает влияние объемной доли частиц (уменьшение удельного объема смеси).

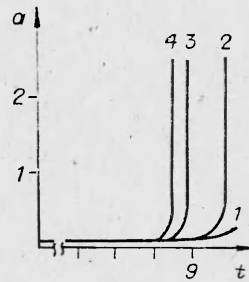
Изучалось влияние теплоты фазового перехода на  $\lambda$ . Как видно, существует некоторое предельное значение теплоты плавления  $L_*$ , после достижения которой происходит насыщение величины  $\lambda$ , т. е. при  $L > L_*$  предельное ускорение меняется слабо (рис. 2). Это обусловлено тем, что предельное ускорение определяется разностью  $c_f^2 - c_g^2$ , которая слабо зависит от теплоты фазового перехода при их больших значениях ( $\lambda \sim h^2(pv/\gamma\tau)\xi_0$ ). При изменении  $L$  в интервале  $0 < L < L_*$  происходит резкое возрастание предельного ускорения, что вызвано расходом энергии газа на плавление частиц. Отметим, что при малых  $L_1$   $\lambda \sim h^2 \frac{r_1^2}{\gamma\tau} \xi_0 L_1^2$ , т. е. совпадает с асимптотикой для значений  $\lambda$ , соответствующих малым концентрациям частиц. Это позволяет изучать



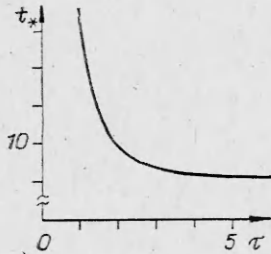
Р и с. 1



Р и с. 2



Р и с. 3



Р и с. 4

высококонтрированные аэродисперсные смеси с дискретной фазой, обладающей достаточно малой теплотой фазового перехода на основе мало-контрированных смесей газов и частиц с конечной теплотой фазового перехода.

На рис. 3 показано изменение ускорения во времени для нескольких характерных времен релаксации ( $\tau = 1; 2; 3; 4$  соответствует кривым 1—4). Видно, что с ростом величины времени релаксации  $\tau$  профиль ускорения смеси на фронте волны приближается к профилю ускорения в смеси с замороженным процессом плавления (см. (5)). При этом время образования ударной волны уменьшается с ростом  $\tau$  (рис. 4), что вызвано уменьшением количества энергии, идущей на процесс плавления. Оказалось, что при  $\tau > 3$  фазовый переход почти не влияет на время образования ударной волны.

В заключение отметим, что основные результаты расчетов получены при  $c_{v1} = 750$ ,  $c_{p1} = 1050$ ,  $R = 300$ ,  $T_0 = 2300$  К,  $p_0 = 10^6$ ,  $r = 2700$ ,  $L = 2 \cdot 10^5$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Федоров А. В., Фомин В. М., Охунов М. Х. Математическое описание течения смеси газа и жидких (твердых) частиц с учетом кристаллизации (плавления).— В кн.: Тез. конф. МСС. Ташкент, 1979.
2. Федоров А. В., Фомин В. М., Чиркашенко Е. П. Качественное исследование уравнений, описывающих квазиодномерное неравновесное течение в каналах.— ПМТФ, 1983, № 1.
3. Coleman B. D. Growth and decay of discontinuities in fluids with internal state variables.— Phys. Fluids, 1967, v. 10, N 7.

Поступила 26/IX 1984 г.

УДК 541.24 : 532.5

### КОНТИНУАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ УДАРНОЙ ЭРОЗИИ

А. П. Трунев, В. М. Фомин

(Новосибирск)

Процесс эрозийного разрушения материалов анализируется в рамках модели сплошной поврежденной среды. Основное внимание уделяется нестационарной эрозии, характерной для кавитационных разрушений и для разрушения при воздействии капле жидкости. Модель предсказывает потерю прозрачности материала, время начала разрушения и скорость эрозии вплоть до установления на эродированной поверхности микрорельефа с постоянной глубиной впадин. Показано, что в заключительной стадии глубина износа возрастает пропорционально логарифму времени процесса. Предлагаемая теория объединяет концепцию усталостного разрушения, выдвинутую в [1] (см. также дискуссию по вопросу о временной зависимости кавитационных разрушений [2]), и принципы механики сплошной поврежденной среды. Проблема моделирования нестационарной эрозии ввиду ее большого практического значения привлека-