

3. Крайко А. Н. К двухжидкостной модели течения газа и диспергированных в нем частиц // ПММ.— 1982.— Т. 46, вып. 1.
4. Крайко А. Н. О поверхностях разрыва в среде, лишенной «собственного» давления // ПММ.— 1979.— Т. 43, вып. 3.
5. Клебанов Л. А., Крошилин А. Е. и др. О гиперболичности, устойчивости и корректности задачи Коши для системы уравнений двухскоростного движения двухфазных сред // ПММ.— 1982.— Т. 46, вып. 1.
6. Марбл Ф. Е. Динамика запыленных газов // Механика.— М.: Мир, 1971.— № 6 (130).
7. Бабуха Г. Л., Шрайбер А. А. Взаимодействие частиц полидисперсного материала в двухфазных потоках.— Киев: Наук. думка, 1972.
8. Шрайбер А. А., Милютин В. Н., Яценко В. П. Гидромеханика двухкомпонентных потоков с твердым полидисперсным веществом.— Киев: Наук. думка, 1980.
9. Матвеев С. К. Модель газа из твердых частиц с учетом неупругих соударений // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1983.— № 6.
10. Мырнин В. Ф., Хоружников С. Э. Нестационарные волновые процессы в аэрозолях.— Л., 1983.— (Препринт/ФТИ АН СССР; № 864).
11. Мырнин В. Ф., Хоружников С. Э. Кинетическая модель полидисперсных газозвесей // ЖТФ.— 1981.— Т. 51, № 11.
12. Янков Я. Д. Кинетическая теория дисперсных систем // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1980.— № 4.
13. Carlson D. J., Hoglund R. F. Particle drag and heat transfer in rocket nozzles // AIAA J.— 1964.— V. 2, N 11.
14. Жмакин А. И., Фурсенко А. А. Об одном классе монотонных разностных схем сквозного счета // ЖВММФ.— 1980.— Т. 20, № 4.
15. Губайдулин А. А., Ивандаев А. И., Нигматулин Р. И. Модифицированный метод «крупных частиц» для расчета нестационарных волновых процессов в многофазных средах // ЖВММФ.— 1977.— Т. 17, № 6.

Поступила 28/V 1986 г.

УДК 532.529

ДВУХФАЗНЫЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ С НЕСЖИМАЕМОЙ НЕСУЩЕЙ ФАЗОЙ НА ПЛАСТИНЕ ПРИ ВДУВЕ И ОТСОСЕ ГАЗА С ПОВЕРХНОСТИ

А. М. Гришин, В. И. Забарин

(Томск)

Двухфазные течения в пограничном слое около тел различной формы теоретически исследованы в [1—3]. В [1] на основе асимптотического анализа при больших числах Рейнольдса системы уравнений двухфазного течения получены уравнения двухфазного пограничного слоя в четырех характерных случаях. Структура пограничного слоя с несжимаемой несущей фазой на непроницаемой неподвижной поверхности пластины исследована в [2]. Влияние пограничного слоя на траектории частиц при обтекании сферы несжимаемым газом в режиме «одиночных частиц» рассмотрено в [3].

В данной работе численно исследуется течение в двухфазном пограничном слое около пластины при наличии вдува и отсоса газа с поверхности. Из асимптотического анализа исходных уравнений движения двухфазной среды при больших числах Рейнольдса получено граничное условие для поперечной компоненты скорости частиц на внешней границе пограничного слоя.

Показано, что наличие отсоса газа устраняет слой повышенной плотности частиц в пограничном слое и ведет к перестройке качественной картины течения. В коэффициенте трения появляется добавка за счет потока частиц на поверхность. При вдуве газа с поверхности вблизи пластины образуется слой чистого газа, а внутри пограничного слоя образуется поверхность разрыва параметров — пелена.

1. Постановка задачи. Уравнения ламинарного движения двухфазной смеси в пограничном слое около плоской пластины, параллельной набегающему потоку, в предположениях малой объемной доли химически инертных сферических частиц, изотермичности процесса, малости отличия локальных характеристик от среднеобъемных, физической плотности частиц, намного большей плотности несущей фазы, несущественности броуновского движения частиц и при малых числах Маха записываются следующим образом [1]:

$$(1.1) \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \rho_s u_s}{\partial x} + \frac{\partial \rho_s v_s}{\partial y} = 0,$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \rho_s \frac{c_D}{c_{D0}\sigma} (u - u_s)$$

$$u_s \frac{\partial u_s}{\partial x} + v_s \frac{\partial u_s}{\partial y} = \frac{c_D}{c_{D0}\sigma} (u - u_s), \quad u_s \frac{\partial v_s}{\partial x} + v_s \frac{\partial v_s}{\partial y} = \frac{c_D}{c_{D0}\sigma} (v - v_s).$$

Здесь $x = x'/L$, $y = y'/(L \text{Re}^{1/2})$ — безразмерные координаты (ось x направлена вдоль пластины, а y — по нормали к ней); $u = u'/u_\infty$, $v = v'/(u_\infty \text{Re}^{1/2})$ — безразмерные компоненты скорости по направлениям x и y соответственно; $\sigma = \tau_s/(L/u_\infty)$ — число Стокса, характеризующее интенсивность вязкого взаимодействия фаз; $\tau_s = \rho_s^0 d_s^2/18 \mu$ — характерное время релаксации скорости частиц; μ — коэффициент вязкости несущей фазы; ρ_s^0 — физическая плотность частиц; d_s — диаметр частиц; L — характерный размер (выбран ниже); $\rho_s = \rho_s'/\rho_\infty$ — безразмерная континуальная плотность; ρ_∞ — плотность несущей фазы; $\text{Re} = \rho_\infty u_\infty L/\mu$ — число Рейнольдса несущей фазы; $c_D = c_D(\text{Re}_s)$ — коэффициент сопротивления частиц; $\text{Re}_s = \rho_\infty |\mathbf{v}' - \mathbf{v}'_s| d_s/\mu$ — относительное число Рейнольдса; \mathbf{v}' , \mathbf{v}'_s — векторы скоростей фаз; $c_{D0} = 24/\text{Re}_s$ — стоксовский коэффициент сопротивления частиц; индекс s относится к параметрам частиц; ∞ — к невозмущенным параметрам смеси; штрих — к размерным параметрам.

Систему уравнений (1.1) необходимо решать с учетом граничных и начальных условий

$$(1.2) \quad u(x, \infty) = 1, \quad u_s(x, \infty) = 1, \quad \rho_s(x, \infty) = \rho_{s\infty};$$

$$(1.3) \quad \frac{dv_{se}}{dx} = \frac{1}{\sigma} (v_e - v_{se});$$

$$(1.4) \quad u(x, 0) = 0, \quad v(x, 0) = v_w(x);$$

$$(1.5) \quad \rho_s(0, 0) = \rho_{s\infty}, \quad u_s(0, 0) = 1, \quad v_s(0, 0) = 0,$$

где $v_e(x)$, $v_{se}(x)$ — значения функций v , v_s на внешней границе пограничного слоя; $v_w(x)$ — заданная скорость вдува или отсоса на поверхности (индекс w здесь и далее соответствует параметрам на поверхности пластины). Система (1.1) с граничными условиями (1.2)–(1.4) получена методом срачиваемых асимптотических разложений [4] в отличие от метода пограничных поправок, используемого в [1].

Заметим, что граничное условие для поперечной компоненты скорости частиц v_s на внешней границе пограничного слоя (1.3) отражает эффект взаимодействия внешнего невязкого течения с пограничным слоем через компоненту скорости v_s . Это условие является дополнительным уравнением, которое необходимо решать совместно с системой (1.1), так как в него входит неизвестная до решения уравнений пограничного слоя функция $v(x, y)$. С другой стороны, решение уравнений пограничного слоя невозможно получить, не зная компоненту скорости v_{se} на внешней границе пограничного слоя, которая находится из (1.3).

Следует подчеркнуть, что, поскольку при выводе системы (1.1) использовалась однодавленческая модель для описания течения двухфазной среды, эта система, строго говоря, имеет те же пределы применимости, что и модель [5, 6]. Во всяком случае ее можно применять при математическом описании течений в пограничных слоях для аэрозвесей. Дополнительно предполагалось, что при отсосе газа с поверхности частицы, попадающие на поверхность, удаляются из области течения, что может выполняться при достаточно мелких или жидких частицах.

2. Численные решения уравнений двухфазного пограничного слоя и их анализ. Система (1.1) с граничными и начальными условиями (1.2)–(1.5) решалась численно. При этом уравнения для несущей фазы решались неявным методом [7], имеющим порядок точности $O(\Delta x^2, \Delta y^4)$, а уравнения движения дисперсной фазы — методом Эйлера с коррекцией вдоль линий тока частиц порядка точности $O(\Delta x^2)$. На каждом шаге по x исполь-

зовались итерации для согласования значений параметров газовой и конденсированной фаз. При этом уравнения несущей фазы преобразовывались к параболическим переменным x, η ($\eta = y/\sqrt{2x}$) и записывались для функции тока

$$f(x, \eta) = f_w + \int_0^\eta u d\eta', \quad v = \frac{1}{\sqrt{2x}} \left[\int_0^\eta \eta u_\eta d\eta - (f_w + 2xf_x) \right],$$

откуда граничное условие для функции тока имеет вид $f_w \equiv f(x, 0) = -v_w \sqrt{2x}$. При проведении численных расчетов характерный размер L выбирался равным длине релаксации скорости частиц, $L = u_\infty (\rho_s^0 d_s^2 / 18\mu)$.

Поведение решения для неподвижной и непроницаемой поверхности пластины при стоксовском законе сопротивления частиц в [2] исследовано достаточно подробно. Здесь приводятся результаты для этой задачи, когда коэффициент сопротивления частиц в газе дается более близкой к реальности формулой [8], неплохо описывающей экспериментальные данные при $0 \leq \text{Re}_s \leq 1000$. Тогда выражение для c_D/c_{D0} , входящее в (1.5), можно преобразовать:

$$(2.1) \quad \frac{c_D}{c_{D0}} = 1 + \frac{1}{6} \text{Re}_s^{2/3} = 1 + \frac{1}{6} \text{Re}_{s\infty}^{2/3} |u - u_s|^{2/3}$$

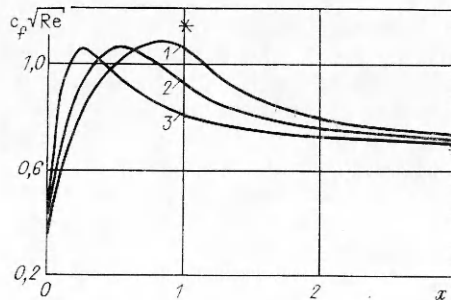
$$(\text{Re}_{s\infty} = \rho_\infty u_\infty d_s / \mu = \text{Re } d_s / L).$$

Согласно концепции сплошности газа частиц и оценке для толщины двухфазного пограничного слоя $O(\text{Re}^{-1/2})$, получаем оценку сверху для критерия $\text{Re}_{s\infty}$, входящего в формулу (2.1):

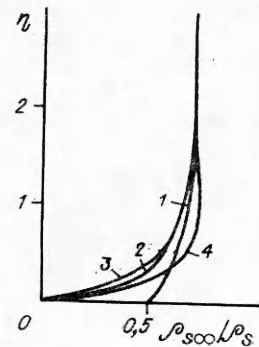
$$\text{Re}_{s\infty} \ll \text{Re}^{1/2}.$$

При обтекании сферической частицы максимально достижимое Re для ламинарного течения $\sim 2 \cdot 10^5$. Поэтому для ламинарного течения в пограничном слое должно выполняться условие $\text{Re}_{s\infty} \ll 450$.

На рис. 1 приведены значения локального коэффициента вязкого трения $c_f^{(\mu)} \sqrt{\text{Re}}$ на поверхности пластины, где $c_f^{(\mu)} = \mu (\partial u' / \partial y') / (\rho_\infty u_\infty^2)$, для $\rho_{s\infty} = 3$ и $\text{Re}_{s\infty} = 0; 10; 100$ (кривые 1-3), что физически соответствует росту размера частиц при одновременном увеличении характерной длины торможения частиц. Для непроницаемой поверхности пластины трение за счет взаимодействия частиц с поверхностью отсутствует. Из сравнения результатов на рис. 1 видно, что при росте размера частиц за счет включения нелинейного члена в коэффициент сопротивления в формуле (2.1) происходит сдвиг безразмерной координаты максимума коэффициента трения на пластине к передней критической точке более чем в 2 раза по отношению к кривой 1, полученной при стоксовском законе сопротивления. Происходит это потому, что частицы в пограничном слое начинают тормозиться интенсивнее и слой повышенной плотности частиц образуется



Р и с. 1



Р и с. 2

при меньших значениях безразмерной координаты x . Интересно отметить некоторое уменьшение величины максимума $c_f^{(u)} \sqrt{\text{Re}}$ при росте размера частиц. При увеличении x все кривые на рис. 1 стремятся к одному предельному значению, равному $(c_f \sqrt{\text{Re}})_0 \sqrt{1 + \rho_{s\infty}}$, где $(c_f \sqrt{\text{Re}})_0 = 0,332$ — Блазиусовское значение коэффициента трения [9].

Звездочками на рис. 1 нанесены результаты численного решения для стоксовского закона сопротивления частиц [2], отличие результатов от наших составляет 9% в окрестности максимума c_f . По-видимому, это является следствием повышенных значений плотности дисперсной фазы вблизи поверхности пластины, полученных в [2]. Действительно, из (1.1) для стоксовского закона сопротивления частиц имеем вдоль траекторий частиц при $\varepsilon \ll x < \sigma - \varepsilon$ ($\varepsilon \ll 1$ — расстояние от рассматриваемой пробной траектории до поверхности пластины в точке входа в пограничный слой)

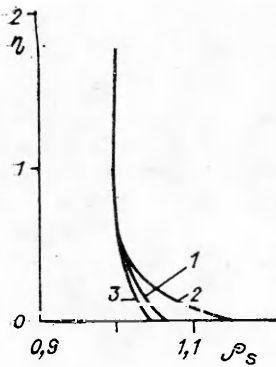
$$(2.2) \quad \begin{aligned} u_s(x, \varepsilon) &= 1 - \sigma^{-1}x + O(\varepsilon), \\ v_s(x, \varepsilon) &= k(1 - \sigma^{-1}x)\varepsilon + O(\varepsilon^2), \\ y_s(x, \varepsilon) &= (1 + kx)\varepsilon + O(\varepsilon^2), \\ \rho_s(x, \varepsilon) &= \rho_{s\infty} / [(1 - \sigma^{-1}x)(1 + kx\sigma^{-1})] + O(\varepsilon), \end{aligned}$$

где $k = 1$ — константа, определяемая из сращения с аналогичным решением в области $x \sim O(\varepsilon^2)$. Из последнего уравнения (2.2) видно, что $\rho_{sw} \neq \rho_{s\infty}/u_{sw}$, как и в [2], а существенно меньше этой величины в силу вытесняющего эффекта пограничного слоя. Результаты асимптотического решения (2.2) хорошо согласуются с численными решениями.

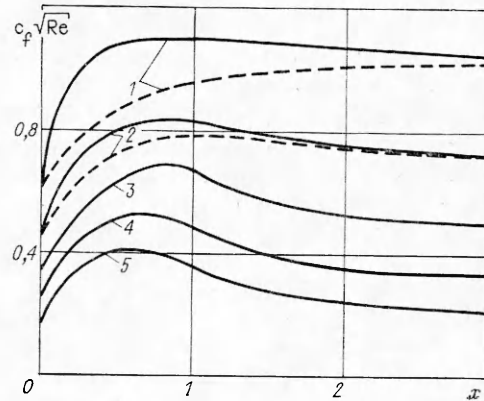
На рис. 2 изображены профили плотности дисперсной фазы, рассчитанные при $\rho_{s\infty} = 3$, $\text{Re}_{s\infty} = 100$ и $x = 0,1; 0,4; 1; 10$ (кривые 1—4). Вдоль траектории частиц ρ_s увеличивается в результате торможения дисперсной фазы, пока не произойдет релаксация продольных компонент скорости фаз, затем уменьшается из-за превышения скорости частиц скорости несущей фазы в поперечном направлении при практически равных продольных компонентах скорости фаз. По причине последнего эффекта образуется минимум ρ_s (профиль 4, рис. 2). При больших x ρ_s вдоль траекторий сохраняется. При фиксированной координате η с увеличением x плотность дисперсной фазы сначала возрастает, а затем убывает. Заметим, что толщина слоя повышенной плотности ρ_s при нелинейном законе сопротивления для $\text{Re}_{s\infty} = 100$ получается большей (в ~ 2 раза), чем для стоксовского закона сопротивления. Объясняется это более интенсивным торможением частиц. Поведение профилей скоростей u , u_s , v , v_s качественно не отличается от случая стоксовского закона сопротивления, подробно исследованного в [2], но при c_D , определяемом формулой (2.1), происходит более быстрое выравнивание скоростей.

Рассмотрим двухфазный пограничный слой при наличии отсоса газа с поверхности пластины. Здесь и далее будем полагать для простоты закон сопротивления частиц стоксовским, а параметр отсоса (вдува) — постоянным вдоль поверхности пластины, $f_w = \text{const}$. Качественно поведение профилей скорости подобно случаю обтекания непроницаемой поверхности с той разницей, что продольная скорость частиц на поверхности не обращается в нуль при конечных значениях x , а стремится к нулю при увеличении x , нормальные компоненты скорости частиц и несущей фазы на поверхности пластины также отличны от нуля и выполняется условие $|v_{sw}| < |v_r|$. Отметим также более быструю релаксацию нормальных компонент скорости фаз по сравнению с касательными компонентами.

На рис. 3 приведены профили плотности дисперсной фазы в сечениях $x = 0,4; 2$ и 20 (кривые 1—3), рассчитанные при $f_w = 0,5$ и континуальной плотности частиц в невозмущенном потоке $\rho_{s\infty} = 1$. Видно, что максимальное конечное значение ρ_s принимает на поверхности пластины. Сначала плотность дисперсной фазы на поверхности возрастает с увеличением x в результате торможения частиц, а затем очень медленно уменьша-



Р и с. 3



Р и с. 4

ется. Последнее связано с тем, что при больших x ρ_s вдоль траекторий частиц почти сохраняется, однако частицы довольно длительно находятся в пограничном слое, прежде чем попадут на поверхность. Так, для примера, изображенного на рис. 3, частица, входящая в пограничный слой при $x = 0,15$, только при $x = 10$ выпадает на пластину. В пределе при $x \rightarrow \infty$ плотность дисперсной фазы стремится к однородной, $\rho_s \rightarrow \rho_{s\infty}$. Заметим, что эффект разрежения ρ_s при больших x практически отсутствует из-за малого отличия поперечных компонент скорости фаз. Отсос уменьшает толщину слоя повышенной плотности и существенно понижает плотность дисперсной фазы в пограничном слое. В результате удара частиц о поверхность пластины при отсосе газа в коэффициенте трения появляется дополнительное слагаемое

$$(2.3) \quad c_f = c_f^{(\mu)} + c_f^{(s)},$$

где $c_f^{(s)}$ — составляющая за счет взаимодействия конденсированной фазы с поверхностью. При абсолютно неупругом ударе частиц о поверхность пластины имеем $c_f^{(s)} = \frac{(\rho_s' u_s' | v_s' |)_w}{\rho_\infty u_\infty^2} = Re^{-1/2} \rho_{sw} | v_{sw} | u_w$.

На рис. 4 изображены значения коэффициентов трения на поверхности $c_f \sqrt{Re}$, рассчитанные по (2.3), при различных значениях параметра отсоса и вдува при $\rho_{s\infty} = 1$. Кривая 3 отвечает непроницаемой поверхности, 1, 2, 4, 5 — $f_w = 0,5; 0,2, -0,2; -0,4$, штриховыми линиями показаны соответствующие коэффициенты вязкого трения $c_f^{(\mu)}$. Из сравнения результатов видно, что малая скорость отсоса слабо влияет на качественное поведение коэффициента вязкого трения $c_f^{(\mu)}$ (штриховая линия 2); однако при дальнейшем увеличении скорости отсоса максимальное значение коэффициента трения достигается только при достаточно больших значениях x (штриховая линия 1), где наступает релаксация скоростей фаз. Происходит это как раз по той причине, что в результате отсоса газа, а вместе с ним и частиц конденсированной фазы предотвращается образование слоя повышенной плотности частиц с $\rho_s \gg \rho_{s\infty}$.

За счет соударений частиц с поверхностью $c_f^{(s)}$ возрастает от нуля до максимального значения и снова убывает до нуля при дальнейшем увеличении x , причем максимум $c_f^{(s)}$ несколько опережает максимум $c_f^{(\mu)}$. И это понятно, так как $c_f^{(s)}$ принимает максимальное значение в зоне инерциального движения частиц, а $c_f^{(\mu)}$ — в зоне торможения частиц. При вдуве газа (кривые 4 и 5) $c_f^{(s)} = 0$, а $c_f^{(\mu)}$ уменьшается с ростом $|f_w|$.

Из приведенных результатов следует, что учет соударения частиц с поверхностью оказывает существенное влияние на коэффициент трения и приводит к увеличению его локальных значений до 25% (кривые 1), одна-

ко определяющим остается вязкое трение. Заметим, что при увеличении плотности дисперсной фазы в набегающем потоке влияние трения за счет соударений частиц с поверхностью возрастает.

Обсудим результаты, полученные при вдуве газа в двухфазный пограничный слой с поверхности пластины. Численные расчеты показывают, что вблизи поверхности пластины образуется зона, свободная от частиц. Кроме того, происходит пересечение траекторий частиц вблизи разделяющей линии тока на некотором расстоянии от передней кромки пластины, примерно при x (безразмерном), равном 1,5. Причина пересечения траекторий частиц — движение частиц в «сходящемся» поле скоростей несущей фазы вблизи разделяющей линии тока частиц в области существенной релаксации скорости частиц («сходящееся» поле скоростей в том смысле, что векторы скоростей в двух соседних точках, лежащих на нормали к поверхности пластины, направлены друг к другу). Пересечение траекторий частиц будем моделировать так называемой пеленой [10], т. е. поверхностью разрыва, имеющей конечную поверхностную плотность, импульс и т. п. Относительно структуры пелены используем предположения, аналогичные [10]: толщина пелены мала по сравнению с толщиной пограничного слоя; частицы, выпадающие на пелену, приобретают ее скорость, параметры пелены по толщине не меняются.

Выпишем уравнения, выполняемые на стационарной пелене в пограничном слое. С учетом оценок в пограничном слое имеем аналогично [10, 11]

$$(2.4) \quad \frac{dR_{s\lambda}u_{s\lambda}}{dx} = j_{sn}^+, \quad R_{s\lambda}u_{s\lambda} \frac{dv_{s\lambda}}{dx} = R_{s\lambda}f_{s\lambda} + j_{sn}^+ (\mathbf{v}_s^+ - \mathbf{v}_{s\lambda}),$$

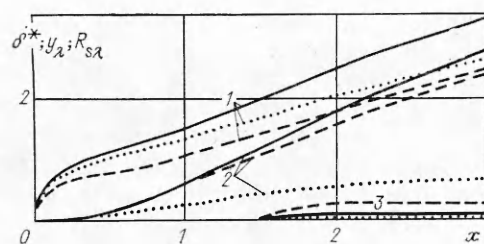
$$[v_n] = 0, \quad [p] = 0, \quad \left[\frac{\partial u}{\partial y} \right] = v_n [u] + R_{s\lambda} f_{s\lambda, x}, \quad [u] = 0.$$

Здесь $R_{s\lambda} = R'_{s\lambda} \text{Re}^{1/2} / (\rho_\infty L)$ — безразмерная поверхностная плотность частиц на пелене; $v_{s\lambda} = v'_{s\lambda} / u_\infty$ — безразмерный вектор скорости частиц пелены; $j_{sn}^+ = j'_{sn} / (\rho_\infty u_\infty)$ — безразмерный поток частиц на пелену по нормали к ней со стороны запыленного газа; $\mathbf{v}_s^+ = \mathbf{v}'_s / u_\infty$ — вектор скорости частиц при подходе к пелене со стороны запыленного газа; квадратными скобками обозначены разрывы переменных на пелене; $f_{s\lambda} = f'_{s\lambda} L / u_\infty^2$ — безразмерная сила воздействия газа на пелену; v_n — проекция вектора скорости на нормаль к пелене.

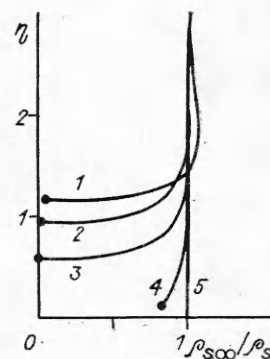
Последнее условие в (2.4) вытекает из оценок компоненты скорости u из уравнений движения несущей фазы внутри пелены в предположениях конечной величины $\partial u / \partial y$ и малой толщины пелены (по сравнению с толщиной пограничного слоя). Это условие необходимо для однозначного перехода через поверхность разрыва.

При фактическом счете первая точка на разделяющей линии тока, в которой обнаружено пересечение траекторий частиц, считается точкой зарождения пелены; далее совместно с уравнениями (1.1) рассматриваются уравнения (2.4). Коэффициент сопротивления для пелены предполагается в первом приближении таким же, как для одиночных сферических частиц. Как показали результаты расчетов, другие более сложные предположения вряд ли имеет смысл вводить для данной задачи из-за недостаточного малого влияния пелены на движение несущей фазы.

На рис. 5 изображены безразмерная толщина вытеснения $\delta^* = \int_0^\infty (1 - u) dy$, разделяющая линия тока частиц y_λ и поверхностная плотность пелены вдоль пластины (соответственно кривые 1—3). Сплошными линиями нанесены результаты при $\rho_{s\infty} = 1$, $f_w = -0,4$, штриховыми — при $\rho_{s\infty} = 3$, $f_w = -0,4$, пунктирными — при $\rho_{s\infty} = 1$, $f_w = -0,2$. Получено, что разделяющая линия тока частиц, отделяющая чистый газ от запыленного, отодвигается от поверхности пластины при увеличении



Р и с. 5



Р и с. 6

вдува (кривые 2) и приближается к ней при увеличении плотности дисперсной фазы в набегающем потоке. Интересно отметить, что присутствие частиц влияет больше на толщину вытеснения пограничного слоя, чем на толщину области чистого вдуваемого газа. Выявлено образование пелены в области наибольшего торможения частиц (кривые 3). С увеличением вдува и плотности дисперсной фазы в невозмущенном потоке поверхностная плотность пелены (а значит, и ее толщина) возрастает, а точка зарождения пелены несколько смещается вверх по потоку. С увеличением x поверхностная плотность пелены возрастает примерно до $x = 3$ (кривые 3), при дальнейшем увеличении x поток частиц на пелену практически прекращается и ее поверхностная плотность несколько уменьшается из-за небольшого роста скорости пелены. Заметим, что скорость пелены меньше скорости газа, т. е. пелена тормозит несущую фазу, что уменьшает коэффициент трения на поверхности пластины.

Поведение профилей плотности дисперсной фазы в пограничном слое при $f_w = -0,4$ и $\rho_{s\infty} = 3$ представлено на рис. 6. По оси абсцисс отложена величина $\rho_{s\infty}/\rho_s$. Кривые 1—5 отвечают $x = 6; 3; 1,4; 0,4; 0$. Точками обозначено положение разделяющей линии тока частиц, при меньших координатах η дисперсная фаза отсутствует. Видно, что плотность дисперсной фазы вблизи разделяющей линии возрастает с увеличением x и обращается в бесконечность в единственной точке зарождения пелены (кривая 3). С дальнейшим увеличением x плотность ρ_s уменьшается, принимая большие значения вблизи пелены (кривые 4, 5). При достаточно больших x в области существенной релаксации продольных компонент скорости плотность дисперсной фазы сохраняется вдоль траекторий частиц, а во внешней части пограничного слоя образуется зона пониженной плотности ρ_s (кривая 5) из-за превышения скорости частиц скорости несущей фазы в поперечном направлении при почти законченной релаксации продольных компонент скорости. С увеличением x толщина слоя повышенной плотности значительно уменьшается.

ЛИТЕРАТУРА

1. Стулов В. П. Об уравнениях ламинарного пограничного слоя в двухфазной среде // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1979.— № 1.
2. Осипцов А. Н. О структуре ламинарного пограничного слоя дисперсной смеси на плоской пластине // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1980.— № 4.
3. Циркунов Ю. М. Влияние вязкого пограничного слоя на осаждение частиц при обтекании сферы газозвесью // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1982.— № 1.
4. Ван-Дайк М. Методы возмущений в механике жидкости и газа.— М.: Мир, 1967.
5. Клебанов Л. А., Крошилин Л. Е. и др. О гиперболичности устойчивости и корректности задачи Коши для системы уравнений двухскоростного движения двухфазных сред // ПММ.— 1982.— Т. 46, вып. 1.
6. Крайко А. Н. К двухжидкостной модели течений газа и диспергированных в нем частиц // ПММ.— 1982.— Т. 46, вып. 1.
7. Петухов И. В. Численный расчет двумерных течений в пограничном слое // Численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений и квадратурные формулы.— М.: Наука, 1964.
8. Волощук В. М. Введение в гидродинамику грубодисперсных аэрозолей.— Л.: Гидрометеиздат, 1971.

9. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя.— М.: Наука, 1969.
 10. Крайко А. Н. О поверхностях разрыва в среде, лишенной «собственного» давления // ПММ.— 1979.— Т. 43, вып. 3.
 11. Тирский Г. А. Условия на поверхностях сильного разрыва в многокомпонентных смесях // ПММ.— 1961.— Т. 25, вып. 2.

Поступила 3/VI 1986 г.

УДК 532.526

ВЛИЯНИЕ РЕЗКОЙ СМЕНЫ ТЕПЛОВЫХ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ НА ТУРБУЛЕНТНЫЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ НА ПЛАСТИНЕ

Л. Н. Дроздова, А. Л. Сорокин
(Новосибирск)

Развитие теплового турбулентного пограничного слоя внутри уже сформировавшегося динамического — ситуация, которая часто встречается в практике расчета теплообменных устройств. На рис. 1 представлена схематическая постановка данной задачи. На пластину с сечения $x = x_0$ (x_0 — длина необогреваемого участка) действует однородный тепловой поток q_w , либо температура поверхности «скачком» изменяется до T_w . Здесь δ_0 — толщина динамического пограничного слоя в сечении «скачка», L — длина участка теплообмена, u_e и T_e — скорость и температура основного потока. Течение квазиизотермическое. Данная задача в [1, 2] решена интегральными методами. Но этот подход недостаточно общий, так как требует дополнительной эмпирической информации. Кроме того, интегральным методом трудно получить подробную картину течения.

В настоящей работе для решения поставленной задачи применялся конечно-разностный метод Патанкара — Сполдинга решения системы дифференциальных уравнений пограничного слоя. Метод занижает значение числа Стантона St , особенно вблизи сечения $x = x_0$, где расхождение между экспериментальными результатами и расчетом составляет около 40% для данных из [2] и около 15% — из [3].

Указанный метод применялся и другими авторами [4] для решения аналогичной задачи. Видимо, они испытывали похожие затруднения, так как для получения согласия между экспериментом и расчетом в зоне «скачка» подбирали турбулентное число Прандтля Pr_T по сечению пограничного слоя. Расчет проведен с переменным

$$(1) \quad Pr_T(y) = \frac{\kappa [1 - \exp(-y/A)]}{\kappa_p [1 - \exp(-y/B)]^n}$$

рекомендованным в [5]. Заметим, что в оригинальном методе [6] использовано постоянное значение Pr_T .

Однако ни применение (1), ни рекомендованное в [4] увеличение числа точек расчетной сетки в вязком подслое не привели к существенному улучшению результатов. Анализ характера расхождения между результатами расчета и эксперимента позволил предположить, что причина этому — предложенная в [6] постановка граничного условия для уравнения теплопереноса на стенке. Для упрощения расчетов вблизи стенки принималась одномерная модель течения Куэтта, в которой пренебрегалось конвективным переносом тепла вдоль x . Для резкой смены же граничных условий градиент температуры по длине должен учитываться.

Из решения модельной задачи в [6] определялись зависимости $C_f = C_f(Re_y)$, $St = St(Re_y)$, которые использовались при постановке граничных условий.

Предлагается постановка модельной задачи с учетом составляющей $\partial T/\partial x$, в ней теплообмен вблизи точки резкого изменения теплового усло-