

ГИПЕРЗВУКОВОЕ ОБТЕКАНИЕ КРЫЛА ПРИ БОЛЬШИХ УГЛАХ АТАКИ

В. Н. Голубкин

(Москва)

Для исследования обтекания наветренной поверхности тонкого крыла гиперзвуковым потоком газа с числом Маха $M_\infty \gg 1$ применим метод тонкого ударного слоя [1], использующий факт значительного возрастания плотности газа в сильном скачке уплотнения, и соответствующий малый параметр ϵ , равный отношению плотностей на скачке. Рассмотрение задачи при $\epsilon \rightarrow 0$ позволяет приближенно учесть влияние реальных физико-химических свойств газа при высоких температурах и обуславливает математическую специфику постановки и решения задач по сравнению с теориями, в которых используются (наряду с малым параметром M_∞^{-1}) геометрические параметры (угол атаки α , относительная толщина крыла d , удлинение λ), изменяющиеся в различных пределах [2, 3].

Если $d = O(1)$ (например, [3—6]) или $d < O(1)$, но по порядку величины превосходит толщину сжатого слоя (например, [7, 8]), то в основном, «ньютоновском», приближении форма скачка совпадает с формой тела, и задача состоит в нахождении последующих приближений.

Наиболее интересным и математически сложным случаем является тот, когда толщина крыла мала и совпадает по порядку с толщиной сжатого слоя, и форма скачка уплотнения должна определяться в процессе решения. Этот случай и будет рассматриваться в дальнейшем. При обтекании тонкого крыла малого удлинения ($d = O(\epsilon \operatorname{tg} \alpha)$, $\lambda = O(\epsilon^{1/2} \operatorname{tg} \alpha)$, $\alpha = O(1)$, $\cos \alpha = O(1)$, когда $\epsilon \rightarrow 0$) справедлив гиперзвуковой закон плоских сечений для тонких тел при больших углах атаки [2], который в совокупности с предельным переходом $\epsilon \rightarrow 0$ сводит задачу к расчету двумерного неустановившегося течения в плоскости, перпендикулярной оси крыла и движущейся со скоростью $V_\infty \cos \alpha$ [9, 10]. Задача обтекания плоского крыла малого удлинения при углах атаки, близких к 90° ($\cos \alpha = O(\epsilon)$), оказывается эквивалентной двумерной задаче стационарного обтекания пластины, установленной перпендикулярно набегающему потоку [11]. Для промежуточного диапазона углов атаки ($\cos \alpha = O(\epsilon^{1/2})$) подобная эквивалентность справедлива в области, примыкающей к скачку уплотнения, но в пристеночном слое малых скоростей нужно учитывать изменения вдоль хорды.

При обтекании тонкого крыла конечного размаха ($d = O(\epsilon \operatorname{tg} \alpha)$, $\lambda = O(1)$) под углом атаки $\alpha = O(1)$ ($\cos \alpha = O(1)$ при $\epsilon \rightarrow 0$) скачок присоединен к кромке, и в основном приближении метода тонкого ударного слоя справедливо [12] известное правило полос, позволяющее для крыльев с гладкой формой поверхности и передней кромкой рассчитывать независимо в каждой плоскости вдоль хорды крыла двумерное течение, которое в силу нестационарной аналогии [1] эквивалентно одномерному неустановившемуся течению. Это правило неприменимо лишь в узких областях с угловым размером порядка угла Маха в сжатом слое ($\epsilon^{1/2} \operatorname{tg} \alpha$), охватывающих концы крыла или входящих из точек излома передней кромки, где нужно решать трехмерную задачу [13].

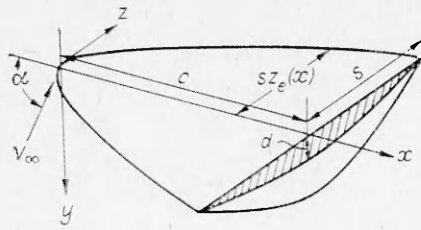
В данной работе рассмотрено обтекание тонкого крыла конечного размаха ($d = O(\epsilon^{1/2})$, $\lambda = O(1)$) при больших, близких к 90° , углах атаки ($\cos \alpha = O(\epsilon^{1/2})$). При этом, хотя скачок уплотнения и присоединен к передней кромке или, по крайней мере, к вершине, пространственное обтекание описывается существенно трехмерной системой уравнений, что принципиально отличает данный режим обтекания от режимов, исследованных в [9—12]. Аналитическое решение задачи получено, как и в [5, 6, 10], на основе фундаментального свойства течений газа большой плотности, состоящего в сохранении поточной составляющей завихренности вдоль линий тока.

1. Рассмотрим гиперзвуковое обтекание крыла конечного размаха при углах атаки, близких к 90° :

$$(1.1) \quad \alpha = \pi/2 - A_*, \quad 0 < A_* \ll 1.$$

Введем связанную с крылом декартову прямоугольную систему координат $Oxyz$ с началом в вершине крыла (см. фигуру). Будем считать, что крыло является тонким и его поверхность близка к базовой плоскости $y = 0$, от которой отсчитывается угол атаки. Для решения задачи используем метод тонкого ударного слоя [1]. В результате сильного сжатия газа в головном скачке уплотнения при гиперзвуковом обтекании наветренной поверхности крыла поверхность скачка $y = y_s(x, z)$ также будет близка к базовой плоскости, т. е. производные

$$(1.2) \quad \partial y_s / \partial x, \partial y_s / \partial z \ll 1.$$



Предполагая газ совершенным с постоянным отношением теплоемкостей κ и учитывая (1.2), (1.1), малый параметр метода тонкого ударного слоя, равный отношению плотностей на скачке, запишем в виде

$$(1.3) \quad \varepsilon = \frac{\kappa - 1}{\kappa + 1} + \frac{2}{(\kappa + 1) M_\infty^2}.$$

Переходя к пределу $\varepsilon \rightarrow 0$ или $\kappa \rightarrow 1$, $M_\infty \rightarrow \infty$, будем считать, что

$$(1.4) \quad m = \frac{1}{2}(\kappa - 1) M_\infty^2 = O(1).$$

Для оценки порядков возмущений газодинамических функций рассмотрим решение вспомогательной задачи обтекания бесконечного стреловидного крыла, расположенного в плоскости $y = 0$, под углом атаки (1.1). Присоединенный к передней кромке скачок уплотнения описывается уравнением $y_s(x, z) = Y(x - z \operatorname{tg} \Lambda)$, где Λ — угол стреловидности, $\operatorname{tg} \Lambda = O(1)$; $Y \ll 1$ — пока не определенный масштаб производных $\partial y_s / \partial x = Y$, $\partial y_s / \partial z = -Y \operatorname{tg} \Lambda$. Воспользовавшись соотношением на скачке уплотнения, найдем при условиях (1.1)–(1.4) выражение вертикальной составляющей скорости v , которая в силу условия непротекания должна обращаться в нуль. Отсюда, учитывая только члены наименьшего порядка малости, получим

$$(1.5) \quad v/V_\infty = A_* Y - Y^2 - Y^2 \operatorname{tg}^2 \Lambda - \varepsilon + \dots = 0.$$

Наиболее общим является случай, когда все члены в (1.5) имеют одинаковый порядок малости при $\varepsilon \rightarrow 0$. Поэтому положим

$$(1.6) \quad Y \sim A_* \sim \varepsilon^{1/2}.$$

Величина $A = A_*/\varepsilon^{1/2} = (\pi/2 - \alpha)/\varepsilon^{1/2}$ будет параметром подобия. Решение квадратного уравнения (1.5), соответствующее слабой ветви скачка, имеет вид

$$Y/\varepsilon^{1/2} = (1/2)[A - \sqrt{A^2 - 4(1 + \operatorname{tg}^2 \Lambda)}] \cos^2 \Lambda.$$

Режим обтекания с присоединенным к кромке скачком реализуется при $A \geq 2$ и углах стреловидности $\Lambda \leq \operatorname{arctg}((1/2)\sqrt{A^2 - 4})$.

Из условий на скачке с учетом (1.6) находим порядки компонент вектора, скорости, давления и плотности

$$(1.7) \quad u \sim w \sim \varepsilon^{1/2} V_\infty, \quad v \sim \varepsilon V_\infty, \quad (p - p_\infty)/(\rho_\infty V_\infty^2) - 1 \sim \varepsilon, \quad \rho_\infty/\rho \sim \varepsilon.$$

2. Рассмотрим теперь основную задачу обтекания наветренной поверхности крыла при больших углах атаки. Для исследования структуры течения в сжатом слое введем безразмерные переменные, имеющие порядок единицы при $\varepsilon \rightarrow 0$:

$$(2.1) \quad x^0 = x/c, \quad y^0 = y/c\varepsilon^{1/2}, \quad z^0 = z/c,$$

где c — характерный продольный размер (см. фиг. 1). Толщину крыла, отсчитываемую от базовой плоскости $y = 0$, будем считать по порядку величины такой же, как толщина ударного слоя: $d \sim c\varepsilon^{1/2}$. Уравнение поверхности крыла имеет вид

$$(2.2) \quad y_b = d_{\max} f(x^0, z^0).$$

Уравнение проекции передней кромки на плоскость $y = 0$ зададим в виде $|z| = sz_\varepsilon(x)$. Будем считать, что оценки (1.7) справедливы во всем сжатом слое, и введем следующие разложения искомых функций:

$$(2.3) \quad u/V_\infty = \varepsilon^{1/2} u^0(x^0, y^0, z^0) + \dots, \quad v/V_\infty = \varepsilon v^0(x^0, y^0, z^0) + \dots, \\ w/V_\infty = \varepsilon^{1/2} w^0(x^0, y^0, z^0) + \dots, \quad (p - p_\infty)/(\rho_\infty V_\infty^2) = 1 + \varepsilon p^0(x^0, y^0, z^0) + \dots,$$

$$\rho_\infty/\rho = \varepsilon - \varepsilon^2(1 + p^0) - [m\varepsilon^2/(m + 1)](u^{02} + w^{02}) + \dots$$

$$y_s = c\varepsilon^{1/2}S(x^0, z^0) + \dots, \quad y_b = c\varepsilon^{1/2}F(x^0, z^0).$$

Подстановка (2.1)–(2.3) в точные уравнения газовой динамики и граничные условия на скачке уплотнения и на поверхности крыла и предельный переход $\varepsilon \rightarrow 0$ при условиях (1.1), (1.4), (1.6) в основном приближении приводят к формулировке следующей задачи (верхний индекс опущен):

$$(2.4) \quad u_x + v_y + w_z = 0;$$

$$(2.5) \quad uv_x + vu_y + wu_z = 0;$$

$$(2.6) \quad uw_x + vw_y + ww_z = 0;$$

$$(2.7) \quad wv_x + vv_y + wv_z = -p_y;$$

$$(2.8) \quad u_s = A - S_x, \quad w_s = -S_z, \quad v_s = AS_x - S_x^2 - S_z^2 - 1, \quad p_s^* = 2AS_x - S_x^2 - S_z^2 - 1 - A^2;$$

$$(2.9) \quad v_b = u_b F_x + w_b F_z, \quad F = \Delta f, \quad 0 \leq x \leq 1, \\ |z| \leq \Omega z_e(x) \quad (z_e(1) = 1),$$

где $u_s \equiv u[x, S(x, z), z]$; $u_b \equiv u[x, F(x, z), z]$ и т. д. В основном приближении метода тонкого ударного слоя обтекание крыла конечного размаха при больших углах атаки описывается трехмерной нелинейной системой уравнений. Из (2.4)–(2.9) следует закон подобия: при обтекании крыльев афинно-подобной формы на больших углах атаки безразмерные газодинамические функции, отмеченные в (2.3) верхним индексом 0, зависят от безразмерных координат (2.1) и параметров подобия:

$$A = (\pi/2 - \alpha)/\varepsilon^{1/2}, \quad \Delta = d_{\max}/c\varepsilon^{1/2}, \quad \Omega = s/c,$$

где $2s$ — размах крыла.

Для коэффициента нормальной силы крыла c_N (без учета пренебрежимо малого вклада подветренной поверхности) имеем закон подобия

$$(c_N - 2 - 2/\kappa M_\infty^2)/\varepsilon = C(A, \Delta, \Omega), \quad \text{где } C = 2 \int_0^1 \int_0^{\Omega z_e} p dx dz.$$

Поправка к постоянному значению плотности $\rho = \varepsilon^{-1}\rho_\infty$ зависит еще от параметра m (1.4).

Краевая задача (2.4)–(2.9) описывает течение во всем сжатом слое от скачка уплотнения до поверхности крыла, если скачок уплотнения присоединен к вершине крыла. При этом он может быть присоединен к передней кромке или отсоединен от нее. Для крыла с учетом толщины условие существования присоединенного к кромке скачка по аналогии с п. 1 получим в виде

$$[F_z^e - (A - F_x^e)\Omega z_e']^2 \geq 4(1 + \Omega^2 z_e'^2),$$

где $F_x^e \equiv F_x[x, \Omega z_e(x)]$; $F_z^e \equiv F_z[x, \Omega z_e(x)]$.

В том случае, когда скачок отсоединен от вершины, как и в [11], появляется пристеночная область медленного течения, где порядки величин скоростей отличаются от (1.7) и которую нужно анализировать особо. Толщина ударного слоя, определяемая в результате сращивания решения в этой области с внешним решением в основной части слоя, будет по порядку величины несколько больше, чем $\varepsilon^{1/2}$.

3. Отметим ряд полезных для дальнейшего свойств течений, описываемых уравнениями (2.4)–(2.7). Введем обозначение для оператора дифференцирования вдоль линий тока

$$D \equiv u\partial/\partial x + v\partial/\partial y + w\partial/\partial z.$$

Уравнения (2.5), (2.6), имеющие вид $Du = Dw = 0$, показывают, что продольная и боковая компоненты скорости постоянны вдоль линий тока.

Отсюда следует, что проекции линий тока на базовую плоскость $y = 0$ являются прямыми линиями с наклоном $dz/dx = w/u$, т. е. линии тока представляют собой плоские кривые, лежащие в плоскостях, ортогональных базовой плоскости.

Разложение поточной составляющей завихренности имеет вид

$$\omega_v = \frac{u^2}{\sqrt{u^2 + w^2}} \left(\frac{w}{u} \right)_y + \dots$$

Уравнения (2.4)–(2.6) показывают, что в основном приближении метода тонкого ударного слоя поточная составляющая завихренности сохраняется постоянной вдоль линий тока. Следовательно,

$$(3.1) \quad D[(w/u)_y] = 0.$$

В дальнейшем это фундаментальное свойство сохранения будет использовано при интегрировании системы (2.4)–(2.7).

Исследуем характеристические свойства этой системы. Пусть $\varphi(x, y, z) = \text{const}$ — уравнение характеристической поверхности. Составляя уравнение характеристик, получим $\varphi_y^2 (D\varphi)^2 = 0$. Поэтому характеристическими свойствами будут обладать линии (поверхности) тока и цилиндрические поверхности $\varphi(x, z) = \text{const}$, ортогональные базовой плоскости.

4. Нелинейная система уравнений в частных производных (2.4)–(2.7) может быть проинтегрирована, и решение задачи (2.4)–(2.9) получается в виде аналитических выражений газодинамических функций через форму скачка уплотнения. Для этого вместо уравнения неразрывности (2.4) используем эквивалентное уравнение сохранения поточной составляющей завихренности (3.1) и перейдем к характеристическим координатам x, ψ, z , где ψ — функция линий тока $D\psi = 0$. В соответствии с видом уравнений (2.5), (2.6), (3.1) положим $\psi = w/u$. Тогда система (2.4)–(2.7) приобретает вид

$$(4.1) \quad (y_\psi)_x + \psi(y_\psi)_z = 0;$$

$$(4.2) \quad u_x + \psi u_z = 0;$$

$$(4.3) \quad v = u(y_x + \psi y_z);$$

$$(4.4) \quad p_\psi = -uy_\psi (v_x + \psi v_z).$$

В новых переменных величина y стала искомой функцией, определяемой из уравнения второго порядка (4.1). Интегрируя, находим $y_\psi = \Gamma(\psi, z - \psi x)$. Здесь функция $\Gamma^{-1} = \omega_v \sqrt{1 + \psi^2}$ характеризует распределение поточной составляющей завихренности. Заметим, что $D(z - \psi x) = 0$, т. е. величина $\theta = z - \psi x$ вместе с ψ является функцией линий тока. Повторное интегрирование с учетом условия на крыле $y = F(x, z)$ при $\psi = \psi_b(x, z)$ дает

$$(4.5) \quad y = F(x, z) + \int_{\psi_b}^{\psi} \Gamma(\psi', z - \psi' x) d\psi'.$$

Из (4.2)–(4.4) получаем

$$(4.6) \quad u = U(\psi, z - \psi x), \quad w = \psi U(\psi, z - \psi x),$$

$$v = U \left\{ F_x + \psi F_z + \int_{\psi_b}^{\psi} (\psi - \psi') \Gamma_{\theta'} d\psi' - \Gamma_b [(\psi_b)_x + \psi (\psi_b)_z] \right\}.$$

Для выполнения условия непротекания (2.9) требуется, чтобы соблюдалось одно из равенств: $\Gamma_b = 0$ или $(\psi_b)_x + \psi_b (\psi_b)_z = 0$. На скачке уплотнения функция $\psi = \Psi$, причем, согласно (2.8), $\Psi = S_z (S_x - A)^{-1}$. Удовлетворяя условию (2.8) для v , имеющей вид (4.6), находим вид функции Γ на скачке

$$(4.7) \quad \Gamma_s(x, z) = [\Psi(x, z)(S_{xx} - S_{zz}) - (1 - \Psi^2)S_{xz}]^{-1}.$$

Распределение давления определяется из (4.4), (4.6) и имеет вид

$$p = p_s + \int_{\psi}^{\Psi} (v_x + \psi' v_z) \Gamma(\psi', z - \psi' x) d\psi'.$$

Обозначим через $\chi(\Psi, \Theta)$, $v(\Psi, \Theta)$ абсциссу и аппликату точки входа в ударный слой линии тока, вдоль которой $\psi = \Psi$, $\theta = \Theta$. Для определения χ , v служат уравнения $\Psi = S_z(\chi, \Psi\chi + \Theta)/[S_x(\chi, \Psi\chi + \Theta) - A]$, $v = \Theta + \Psi\chi(\Psi, \Theta)$. Тогда функции U , Γ в поле течения находятся по их значениям непосредственно за скачком

$$(4.8) \quad U(\psi, z - \psi x) = u_s(\chi, v), \quad \Gamma(\psi, z - \psi x) = \Gamma_s(\chi, v),$$

где $\chi = \chi(\psi, z - \psi x)$; $v = z - \psi(x - \chi)$.

В итоге получено аналитическое решение задачи, представляющее газодинамические функции в виде квадратур и функциональных зависимостей через форму скачка уплотнения S и функцию Γ , которые, согласно (4.5), (4.7), (4.8), удовлетворяют системе уравнений

$$(4.9) \quad S(x, z) = F(x, z) + \int_{\psi_b}^{\Psi} \Gamma(\psi, z - \psi x) d\psi, \quad \Psi = S_z(S_x - A)^{-1},$$

$$\Gamma(\Psi, z - \Psi x) = [\Psi(S_{xx} - S_{zz}) - (1 - \Psi^2)S_{xz}]^{-1}.$$

Вид функции $\psi_b(x, z)$, имеющей прямые линии уровня, зависит от режима обтекания передней кромки крыла. Нужно различать следующие случаи.

А. Навстречная поверхность крыла имеет в окрестности острой передней кромки гладкую форму в плане (т. е. $z'_e(0) = \infty$; F_x^e, F_z^e непрерывны при $y > F_e(x) \equiv F[x, \Omega z_e(x)]$), и скачок присоединен к кромке. Тогда на кромке $\psi_e = w_e/u_e$, и решение задачи обтекания в окрестности передней кромки с помощью степенных рядов аналогично [14] позволяет получить

$$(4.10) \quad u_e = A - F_x^e - z'_e \Omega (F_z^e + w_e),$$

$$w_e(x) = \frac{\Omega z'_e (A - F_x^e) - F_z^e (1 + 2\Omega^2 z_e'^2) - \sqrt{[F_z^e + (A - F_x^e) \Omega z'_e]^2 - 4(1 + \Omega^2 z_e'^2)}}{2(1 + \Omega^2 z_e'^2)}.$$

Одновременно на передней кромке определяется вид функции Γ . Так, для плоского крыла

$$(4.11) \quad \Gamma_e^{-1}(x) = \frac{2A\Omega^2 w_e^2 z_e'^2 [A(1 + w_e^2) - 2\Omega w_e z'_e]}{(1 + w_e^2) [\Omega^2 z_e'^2 (A^2 - 4) - 4]}.$$

Для крыла с учетом толщины выражение Γ_e очень громоздко и здесь не приводится. На поверхности крыла функции Ψ_b, Γ_b выражаются в виде

$$(4.12) \quad \psi_b(x, z) = \psi_e(\chi_e), \quad \Gamma_b(x, z) = \Gamma_e(\chi_e),$$

где $\chi_e(x, z)$ — абсцисса точки пересечения линии тока, расположенной на крыле, с передней кромкой, определяемая как корень функционального уравнения

$$(4.13) \quad z - \Omega z_e(\chi_e) = \psi_e(\chi_e)(x - \chi_e).$$

Б. Скачок присоединен к передней кромке, имеющей излом в вершине: $\psi_e(+0) = -\psi_e(-0) \neq 0$. При этом в центральной части крыла при $|z| \leq \psi_e(+0)x$ расположен веер линий тока, проходящих через вершину $x = z = 0$. Для них, следовательно, $\chi_e = 0$, $\theta_b = z - \psi_b x = 0$, $\psi_b = z/x$. Кроме того, $\Gamma_b = 0$, так как кривизна скачка имеет особенность в вершине. В консольных частях крыла при $\psi_e(+0)x < |z| < \Omega z_e(x)$ функции χ_e, ψ_b, Γ_b определяются формулами (4.10)–(4.13).

В. Скачок присоединен к крылу только в вершине и отсоединен от кромки. Тогда все линии тока на крыле проходят через вершину и на всей поверхности крыла $\psi_b = z/x$, $\chi_e = \Gamma_b = 0$.

Отметим еще, что знаменатель в формуле (4.11) обращается в нуль в точке отсоединения скачка от кромки, где $|z'_e| = 2/\Omega \sqrt{A^2 - 4}$. Следовательно, в окрестности этой точки происходит интенсивное образование завихренности, ориентированной по потоку.

5. Если перейти к новым независимым переменным x, χ, z [5], то функция Γ исключается из решения. Так, система уравнений (4.9) для формы скачка приобретает вид

$$(5.1) \quad S(x, z) = F(x, z) + \int_{\chi_e}^x \frac{d\chi}{u_s(\chi, v) [1 + (x - \chi) \Psi_z(\chi, v)]},$$

$u_s = A - S_x, \Psi = -S_z/u_s, v = z - \Psi(\chi, v)(x - \chi)$. В качестве примера рассмотрим решение обратной задачи с заданной поверхностью скачка уплотнения конической формы в окрестности плоскости симметрии $z = 0$. Введем конические переменные $\eta = y/x, \zeta = z/x$. При $\zeta \ll 1$ имеем

$$\eta_s = S_0 - \frac{1}{2} S_2 \zeta^2 - \frac{1}{4} S_4 \zeta^4 + \dots,$$

где S_0, S_2, S_4, \dots — заданные постоянные коэффициенты. Решение системы (5.1) показывает, что форма тела, соответствующая коническому скачку, также получается конической и $\eta_b = F_0 - \frac{1}{2} F_2 \zeta^2 - \frac{1}{4} F_4 \zeta^4 + \dots$,

где $F_0 = S_0 - \frac{(A - S_0 - S_2) + S_2 \ln \frac{S_2}{A - S_0}}{(A - S_0 - S_2)^2}$. В результате интегрирования нетрудно получить и последующие коэффициенты F_2, F_4, \dots , которые выражаются через S_0, S_2, S_4, \dots . Например, для вычисления коэффициента F_2 , помимо S_0, S_2 , нужно задать коэффициент S_4 при следующем члене разложения формы скачка.

ЛИТЕРАТУРА

1. Черный Г. Г. Течения газа с большой сверхзвуковой скоростью. М.: Физматгиз, 1959.
2. Сычев В. В. О гиперзвуковом обтекании тонких тел при больших углах атаки. — ДАН СССР, 1960, т. 131, № 4.
3. Hayes W. D., Probstein R. F. Hypersonic flow theory. — In: Inviscid flows. 2 ed. Vol. 1. N. Y. — L.: Acad. Press, 1966.
4. Майкапар Г. И. Учет влияния центробежных сил на давление воздуха на поверхность тела произвольной формы, обтекаемого потоком с большой сверхзвуковой скоростью. — ПММ, 1959, т. 23, № 1.
5. Голубинский А. И., Голубкин В. И. К теории пространственного обтекания тела гиперзвуковым потоком. — ДАН СССР, 1981, т. 258, № 1.
6. Голубинский А. И., Голубкин В. И. Пространственное гиперзвуковое обтекание тела конечной толщины. — Учен. зап. ЦАГИ, 1982, т. 13, № 2.
7. Белолипецкий В. М. Тонкий ударный слой в пространственных гиперзвуковых задачах обтекания. — Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук, 1976, вып. 2, № 8.
8. Кравец В. В., Хрущ В. К. Гиперзвуковое обтекание пространственного крыла. — Изв. вузов. Авиационная техника, 1975, № 4.
9. Messiter A. F. Lift of slender delta wings according to Newtonian theory. — AIAA J., 1963, vol. 1, N 4. Рус. пер. Ракетн. техника и космонавтика, 1963, № 4.
10. Голубинский А. И., Голубкин В. И. О пространственном обтекании тонкого крыла гиперзвуковым потоком газа. — ДАН СССР, 1977, т. 234, № 5.
11. Cole J. D., Brainerd J. J. Slender wings at high angles of attack in hypersonic flows. — In: Hypersonic flow research/Ed. by F. R. Riddell. N. Y. — L.: Acad. Press, 1962. Рус. пер. Исследование гиперзвуковых течений. М.: Мир, 1964.
12. Богатко В. И., Гриб А. А., Колтон Г. А. Обтекание тонкого крыла переменной формы гиперзвуковым потоком газа. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1979, № 4.
13. Голубинский А. И., Щедрин А. И. Об обтекании треугольного крыла гиперзвуковым потоком газа. — В кн.: Аэромеханика. М.: Наука, 1975.
14. Голубкин В. И. Об определении завихренности на крыле малого удлинения при гиперзвуковом обтекании. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1980, № 5.

Поступила 17/III 1983 г.