

УДК 631.365

Нестационарные режимы гидродинамики и теплопереноса при получении высокотемпературных силикатных расплавов*

Н.С. Бондарева¹, О.Г. Волокитин², О.О. Морозова², М.А. Шеремет¹

¹*Томский государственный университет*

²*Томский государственный архитектурно-строительный университет*

E-mail: Mikhail-sher@yandex.ru

В настоящей статье рассматривается принципиально новая установка для получения высокотемпературных силикатных расплавов с использованием энергии низкотемпературной плазмы. Разработана и численно реализована математическая модель в преобразованных переменных “функция тока — завихренность скорости”, описывающая нестационарные режимы конвективного теплопереноса в объеме плавильной печи. Проведены исследования влияния времени и плотности электрического тока на структуру течения и теплоперенос. Установлены особенности гидродинамики, обусловленные как нестационарностью процесса, так и существенной зависимостью теплофизических характеристик от температуры.

Ключевые слова: математическая модель, теплоперенос, силикатный расплав, электроплазменная установка.

Введение

Основное содержание продуктов золоотвалов — минеральный несжигаемый остаток с высокой концентрацией оксида кремния, применяемый при производстве строительных материалов. В настоящее время строительная индустрия испытывает большой дефицит в негорючих твердых материалах, обеспечивающих звуко- и тепло- изоляцию и не теряющих своих свойств в течение продолжительного времени [1].

Использование плазменных технологий при получении силикатного расплава для выработки минеральных волокон значительно расширяет спектр применяемого исходного сырья и дает возможность использовать тугоплавкие силикатсодержащие материалы, температура плавления которых достигает 1700 °С и более. Наряду с этим, решается проблема утилизации техногенных отходов, содержащих в своем составе значительное количество SiO₂, путем переработки их в минеральные волокна в плазмохимическом реакторе [2, 3].

Цель настоящей работы: разработать электроплазменную установку для получения высокотемпературных силикатных расплавов из мелкодисперсного сырьевого материала, определить теплофизические параметры, обеспечивающие конвективный теплоперенос

* Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Совета по грантам Президента РФ для молодых российских ученых (грант МК-5652.2012.8).

в объеме плавильной печи, а также провести математическое моделирование течения силикатного расплава.

Описание экспериментальной установки

Процесс подачи сырьевых материалов в существующих электроплазменных установках [2, 3] осуществляется путем засыпания золы сверху в плавильную печь в область горения плазменной дуги. Однако, как показали эксперименты, в этом случае большое количество мелкодисперсных частиц не участвует в процессе плавления. Для исключения этого недостатка разработана электроплазменная установка, имеющая принципиально новую схему подачи сырья, основанную на использовании шнекового дозатора и осуществляющую процесс подачи сырья с боковой части плавильной печи в область образованного силикатного расплава (рис. 1).

Работа установки основана на взаимодействии высококонцентрированных плазменных потоков с сырьем. Установка содержит плазмотрон 1, под которым размещена водоохлаждаемая плавильная печь 3 со сливным желобом 2, смонтированным в верхней ее части. На дне плавильной печи формы прямоугольного параллелепипеда 3 установлен графитовый электрод 4, соединенный с положительным полюсом источника питания постоянного тока и являющийся анодом плазмотрона 1. Катод плазмотрона 1 соединен с отрицательным полюсом источника питания постоянного тока. Через сливной желоб 2 осуществляется выход расплава в устройство 5 для раздува расплава в минеральные волокна. В отверстие корпуса плавильной печи 3 вмонтирован шнековый питатель 6. Шнековый питатель 6 соединен с загрузочным бункером 7 для подачи порошкообразного сырья в зону расплава плавильной печи 3 и приводится во вращение электроприводом 8. Между анодом 4 и катодом плазмотрона 1 инициируется поток низкотемпературной плазмы 9. Под действием высокой температуры плазменного потока (3000–5000 °С) сырьевой материал плавится и гомогенизируется. Далее частицы подаваемого сырья смешиваются с высокотемпературным силикатным расплавом и равномерно расплавляются. Кроме того, такого рода подача сырья позволяет исключить потерю мелкодисперсных частиц, выдуваемых потоком низкотемпературной плазмы. Все это позволяет поддерживать однородность и низкую вязкость расплава по всему объему печи.

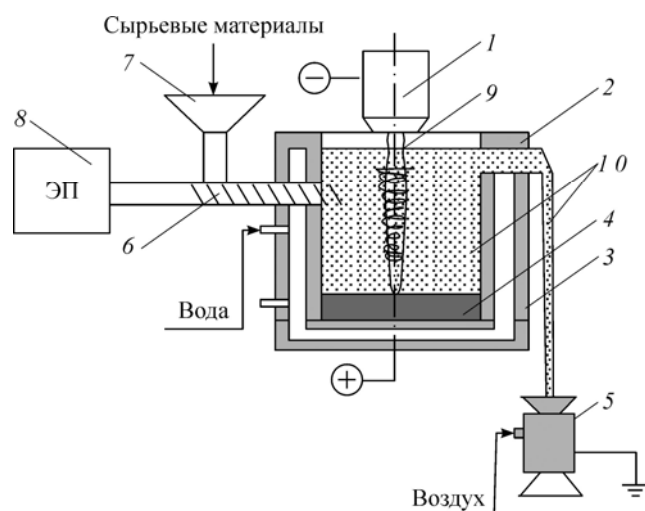


Рис. 1. Экспериментальная установка для получения высокотемпературных силикатных расплавов.

1 — генератор плазмы, 2 — сливной желоб, 3 — водоохлаждаемая плавильная печь, 4 — графитовый электрод, 5 — устройство для раздува расплава в волокна, 6 — шнековый дозатор, 7 — загрузочный бункер, 8 — электропривод, 9 — плазменная дуга, 10 — силикатный расплав.

Математическая модель и методы ее реализации

Для математического описания представленного выше процесса рассматривается двумерная краевая задача нестационарного конвективного теплопереноса в объеме плавильной печи с входным и выходным отверстиями в прямоугольной декартовой системе координат (рис. 2).

При проведении анализа предполагается, что режим течения расплава в полости печи является ламинарным. В начальный момент времени расплав занимает весь объем плавильной печи и характеризуется определенной температурой T_0 . Далее открываются заслонки входного и выходного отверстий. На входе подается материал с теплофизическими характеристиками, совпадающими с параметрами силикатного расплава, но со своей температурой T_{in} .

Моделируется течение силикатного расплава при следующих предположениях: во входном сечении задается постоянный расход материала; температура подаваемого материала ниже температуры расплава; внутри печи учитывается влияние джоулева нагрева; расплав моделируется несжимаемой ньютоновской средой с теплофизическими характеристиками, зависящими от температуры; влияние подъемной силы учитывается на основе приближения Буссинеска.

В такой постановке процесс переноса тепла в рассматриваемой области описывается системой двумерных нестационарных уравнений течения вязкой среды с переменными свойствами [4]:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial z} = 0, \quad (1)$$

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + 2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu(T) \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu(T) \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right], \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial z} \right) = & - \frac{\partial p}{\partial z} + 2 \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu(T) \frac{\partial v}{\partial z} \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu(T) \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \rho g \beta (T - T_0), \end{aligned} \quad (3)$$

$$\rho c(T) \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{J^2}{\sigma}. \quad (4)$$

Здесь x, z — координаты декартовой системы координат, t — время, u, v — составляющие скорости в проекции на оси x, z соответственно, p — давление, ρ — плотность, $\mu(T)$ — коэффициент динамической вязкости расплава, T — температура, T_0 — начальная температура области решения, g — ускорение свободного падения, β — термический коэффициент объемного расширения, $c(T)$ — удельная теплоемкость расплава, λ — коэффициент теплопроводности расплава, J — плотность электрического тока, σ — электропроводность расплава.

Слагаемое J^2/σ характеризует джоулев нагрев вследствие протекания электрического тока между анодом и катодом. Расплав материала с помощью низкотемпе-

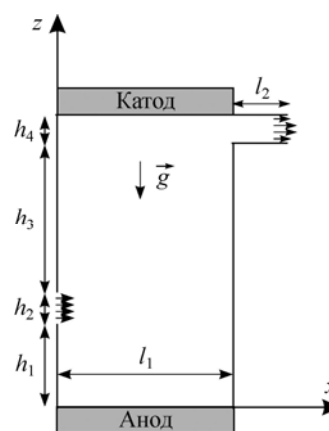


Рис. 2. Область решения задачи.

ратурной плазмы происходит на начальной стадии, а после того как первоначальный материал расплавлен, температура расплава поддерживается на основе джоулева нагрева. В настоящей работе проведено моделирование второго, более длительного этапа работы плавильной печи, когда температура в печи поддерживается за счет теплового эффекта электрического тока.

Для замыкания представленной системы уравнений использовались следующие зависимости динамической вязкости (полученной на основе обработки экспериментальных результатов) и теплоемкости (полученной на основе данных справочника [5]) силикатного расплава от температуры:

$$\left. \begin{aligned} \mu(T) &= \exp(14,23 - 0,0068 \cdot T), \\ c(T) &= \exp(6,62 + 0,00047 \cdot T). \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

В начальный момент времени расплав неподвижно находится в печи, соответственно, компоненты скорости равны нулю, а температура $T = T_0$.

Граничные условия:

- на входе в плавильную печь задается постоянный расход ($u = u_{in}$, $v = 0$) и постоянная температура $T = T_{in}$;
- на выходе (в конце сливного желоба 2 на рис. 1) формулируются мягкие граничные условия: $\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial x} = v = 0$;
- на стенках печи выполняются условия прилипания для скорости и условия адiabатичности для температуры.

Поскольку целью настоящей работы является анализ гидродинамики и теплопереноса, то целесообразным представляется преобразование сформулированной системы уравнений математической физики к виду, исключающему непосредственный поиск поля давления [6]. Для этого вводятся в рассмотрение функция тока ψ и завихренность скорости ω , которые задаются следующим образом:

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad \omega = \text{rot}_y \vec{V} = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial z}.$$

Переходя к переменным “функция тока — завихренность скорости”, получим следующую систему дифференциальных уравнений в частных производных:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = -\omega, \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial \omega}{\partial t} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial z} \right) &= \frac{\partial^2 (\mu \omega)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 (\mu \omega)}{\partial z^2} + \\ + 2 \left(\frac{\partial^2 \mu}{\partial x^2} \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial^2 \mu}{\partial z^2} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial^2 \mu}{\partial x \partial z} \left(\frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right) &+ \rho g \beta \frac{\partial T}{\partial x}, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\rho c(T) \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{J^2}{\sigma}. \quad (8)$$

Начальные и граничные условия для сформулированной системы уравнений (6)–(8) имеют вид:

Начальное условие:

$$\psi(x, z, 0) = \omega(x, z, 0) = T(x, z, 0) - T_0 = 0.$$

Граничные условия:

- на границах $x = 0$, $0 < z < h_1$ и $x = l_1$, $0 < z < h_1 + h_2 + h_3$:

$$\psi = 0, \quad \omega = -\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0;$$

- на входе в полость $x = 0$, $h_1 \leq z \leq h_1 + h_2$: $\psi = u_{\text{in}}(z - h_1)$, $\omega = 0$, $T = T_{\text{in}}$;
- на границе $x = 0$, $h_1 + h_2 < z < h_1 + h_2 + h_3 + h_4$:

$$\psi = u_{\text{in}} h_2, \quad \omega = -\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0;$$

- на границе $z = 0$, $0 < x < l_1$: $\psi = 0$, $\omega = -\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2}$, $\frac{\partial T}{\partial z} = 0$;
- на границе $z = h_1 + h_2 + h_3 + h_4$, $0 < x < l_1 + l_2$: $\psi = u_{\text{in}} h_2$, $\omega = -\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2}$, $\frac{\partial T}{\partial z} = 0$;
- на границе $z = h_1 + h_2 + h_3$, $l_1 < x < l_1 + l_2$: $\psi = 0$, $\omega = -\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2}$, $\frac{\partial T}{\partial z} = 0$;
- на выходе из области $x = l_1 + l_2$, $h_1 + h_2 + h_3 < z < h_1 + h_2 + h_3 + h_4$:

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{\partial \omega}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial x} = 0.$$

Дифференциальные уравнения (6)–(8) с соответствующими начальными и граничными условиями решены методом конечных разностей на равномерной сетке 200×220 . Для аппроксимации конвективных слагаемых в эволюционных уравнениях применялась монотонная схема Самарского [6, 7] второго порядка, позволяющая учесть знак скорости, для диффузионных слагаемых — метод центральных разностей. Значения завихренности на поверхностях стенок определялись по формулам второго порядка точности [6, 7]. Уравнения дисперсии вихря (7) и энергии (8) решались с использованием локально одномерной схемы Самарского. Полученная таким образом система линейных алгебраических уравнений с трехдиагональной матрицей разрешалась методом прогонки. Для дискретизации уравнения Пуассона (6) применялся пятиточечный шаблон “крест” на основе формул симметричной аппроксимации вторых производных. При решении системы уравнений использовался метод последовательной верхней релаксации. Оптимальное значение параметра релаксации подбиралось на основе вычислительных экспериментов. Разработанный метод решения был протестирован на модельных задачах [6].

Необходимо отметить, что рассмотрение двумерной модели, с одной стороны, обусловлено трудоемкостью используемого вычислительного аппарата при решении трехмерных задач [8–10], а с другой стороны, связано с возможностью в дальнейших исследованиях проанализировать эффект третьей координаты. Данное исследование имеет также и самостоятельную теоретическую ценность в отношении разработанной вычислительной модели, позволяющей эффективно реализовывать плоские задачи смешанной конвекции с учетом переменности теплофизических характеристик.

Результаты численного моделирования

Численный анализ проводился при следующих значениях входных параметров, характеризующих реальные условия работы плавильной печи: $h_1 = 0,15$ м, $h_2 = 0,1$ м, $h_3 = 0,25$ м, $h_4 = 0,05$ м, $l_1 = 0,25$ м, $l_2 = 0,15$ м, $\rho = 3000$ кг/м³, $T_{in} = 1200$ К, $T_0 = 1600$ К, $u_{in} = 0,019$ м/с, $\lambda = 1,3$ Вт/(м·К), $\sigma = 10$ (Ом·м)⁻¹, $0 \leq t < 50$ с, $J = 42,5, 7349, 73490$ А/м². Вследствие очень высокой вязкости и низкой теплопроводности используемых тугоплавких материалов (золашлаковые отходы энергетических производств) безразмерные комплексы, характеризующие теплофизические свойства расплава и его режим течения, принимали следующие значения: $Pr = \frac{\mu(T_0)c(T_0)}{\lambda} \approx 34878,75$, $Gr = \frac{g\beta\rho^2(T_0 - T_{in})(h_1 + h_2 + h_3 + h_4)^3}{[\mu(T_0)]^2} \approx 3684,8$,

$$Re = \frac{\rho u_{in}(h_1 + h_2 + h_3 + h_4)}{\mu(T_0)} \approx 1,1.$$

Представленные значения безразмерных комплексов подтверждают правомерность моделирования ламинарного режима течения [4, 11]. При численном исследовании основное внимание уделялось влиянию фактора нестационарности и плотности электрического тока. Последнее характеризует интенсивность джоулевого нагрева и, соответственно, возможность поддержания регламентного значения средней температуры в печи.

На рис. 3–5 представлена динамика развития температурных и скоростных полей в анализируемом объекте. Изолинии функции тока и температуры при $J = 7349$ А/м² изображены на рис. 3. В начальный момент времени ($t = 5$ с) в области входного отверстия формируется температурный фронт, обусловленный введением в полость печи высоковязкой среды с температурой ниже начальной температуры анализируемого объекта. В результате формирования температурного градиента в зоне входного сечения

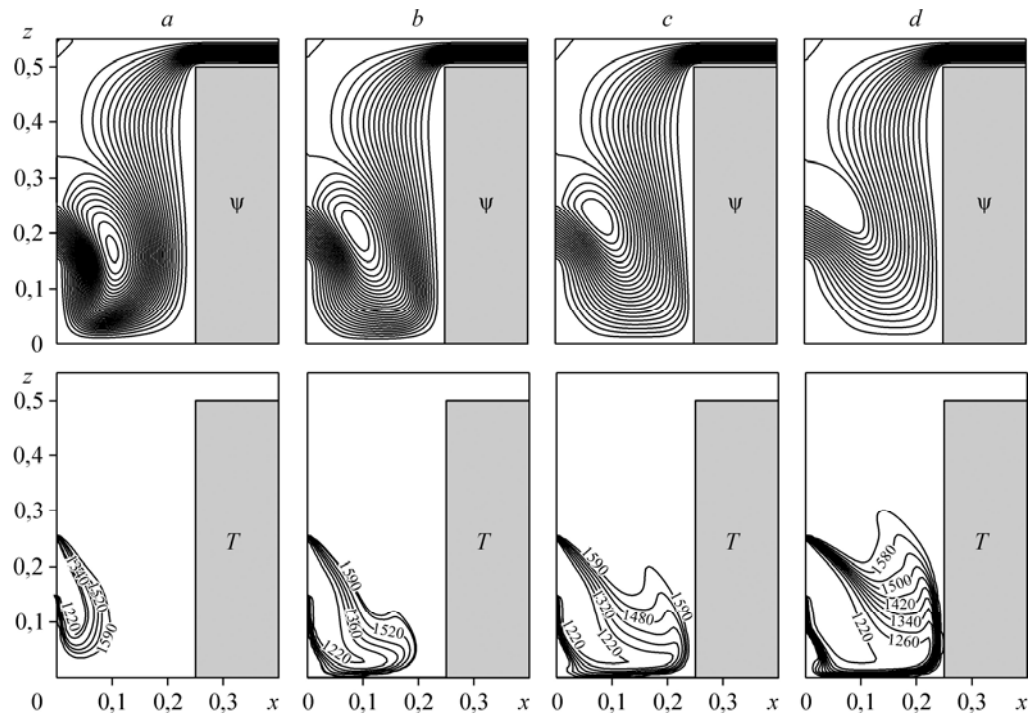
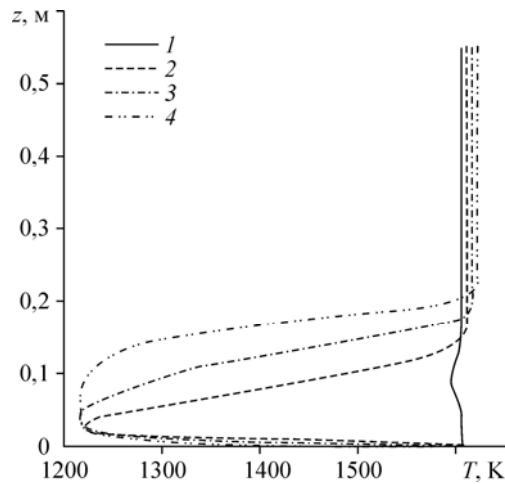
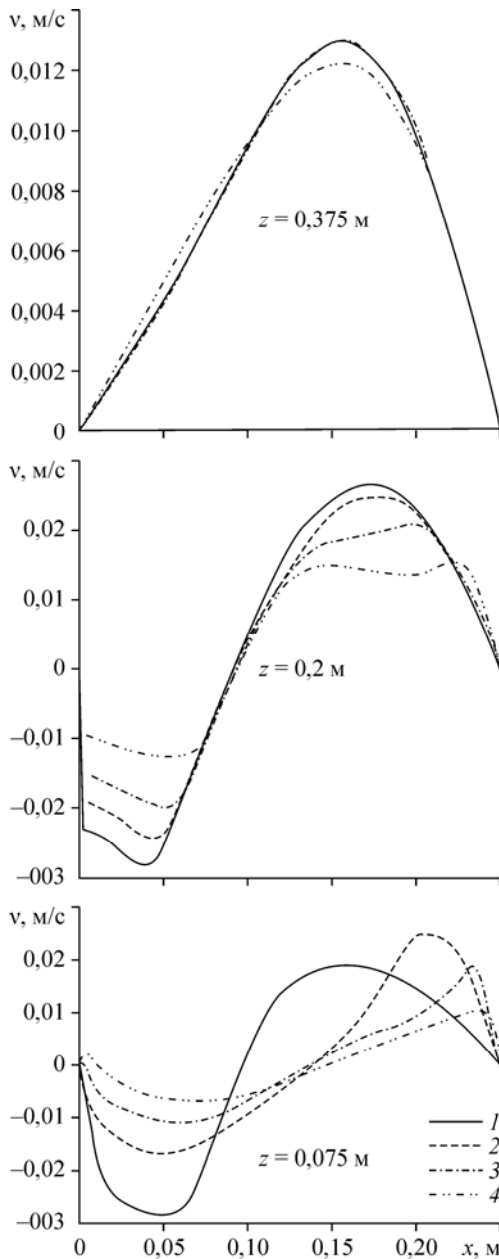


Рис. 3. Изолинии функции тока ψ и температуры T при $J = 7349$ А/м²:
 $t = 5$ (a), 10 (b), 15 (c), 20 (d) с.

Рис. 4. Профили температуры T при $x = 0,1$ м, $J = 7349$ А/м² и $t = 5$ (1), 10 (2), 15 (3), 20 (4) с.

зарождается рециркуляционное течение, препятствующее непосредственному выходу материала в центральную часть полости. С ростом времени наблюдается продвижение температурного фронта и, соответственно, охлаждение нижней части полости, что приводит к снижению температурного напора и уменьшению интен-



сивности вихря — $|\psi|_{\max}^{t=5} = 0,00284$ м²/с, $|\psi|_{\max}^{t=10} = 0,00259$ м²/с, $|\psi|_{\max}^{t=15} = 0,0024$ м²/с, $|\psi|_{\max}^{t=20} = 0,0022$ м²/с. Последнее проявляется в расширении зоны восходящего потока вблизи стенки $x = 0,25$ м.

На рис. 4 представлено влияние фактора нестационарности на профили температуры в сечении $x = 0,1$ м при $J = 7349$ А/м². Как отмечалось выше, с течением времени наблюдается снижение температуры в нижней части полости с последующим продвижением фронта пониженной температуры в центральную зону. Необходимо отметить, что определяющим механизмом переноса энергии уже при $t = 20$ является теплопроводность. Незначительное влияние джоулева нагрева можно проследить по росту температуры с течением времени при $z > 0,2$ м.

Распределения вертикальной компоненты скорости по координате x в трех различных z -сечениях плавильной печи при $J = 7349$ А/м² представлены на рис. 5. С ростом времени наблюдается расширение зоны и снижение скорости входного нисходящего потока вследствие уменьшения интенсивности рециркуляции вблизи границы $x = 0$. Интенсивность восходящего

Рис. 5. Профили вертикальной компоненты скорости $v(x)$ в сечениях по координате z при $J = 7349$ А/м² и $t = 5$ (1), 10 (2), 15 (3), 20 (4) с.

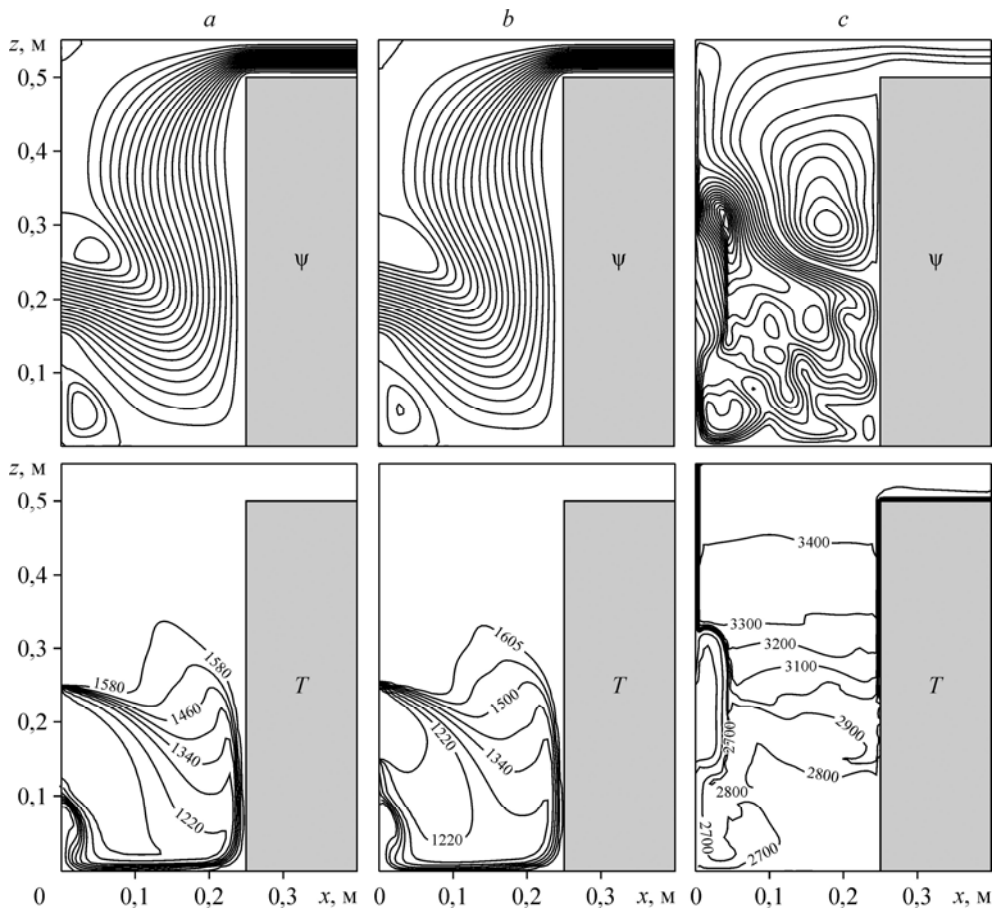


Рис. 6. Изолинии функции тока ψ и температуры T при $t = 25$ с.

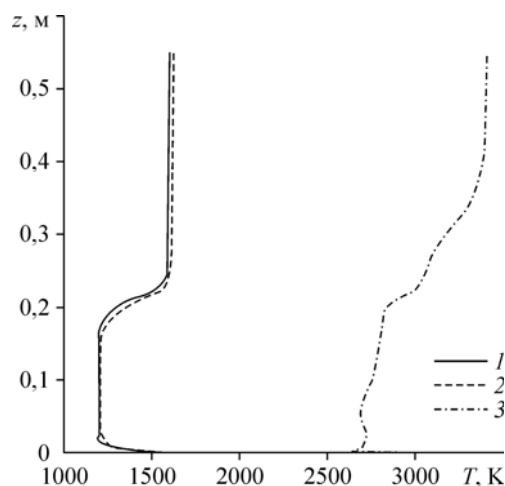
$J = 42,5$ (a), 7349 (b), 73490 (c) A/m^2 .

течения вблизи противоположной стенки $x = 0,25$ возрастает на начальном временном этапе, после чего наблюдается формирование динамического пограничного слоя, отражающего увеличение скорости только на границе этого слоя. В сечении $z = 0,2$ с ростом времени уменьшается вертикальная компонента скорости нисходящего и восходящего потоков, вследствие изменения конфигурации течения — наблюдается уменьшение входной рециркуляции и, соответственно, входной поток начинает несколько изменять направление движения (рис. 3). В верхней части полости происходит расширение потока и незначительное снижение максимальной скорости.

На рис. 6, 7 показано влияние плотности электрического тока на структуру течения и теплоперенос. При малых значениях J (рис. 6, a) прогрев полости не наблюдается. Как отмечалось выше (рис. 4), при $J = 7349 A/m^2$ в зоне $z > 0,2$ происходит незначительное повышение температуры. В случае $J = 73490 A/m^2$ (рис. 6, c) существенный рост температуры в полости вызван джоулевым нагревом, что отражается также и на структуре течения.

Профили температуры в сечении $x = 0,1$ м при $t = 25$ с и различных значениях плотности электрического тока, представленные на рис. 7, полностью отражают преобладание интенсивности джоулевого нагрева над продвижением фронта пониженной температуры со стороны входного сечения.

Рис. 7. Профили температуры $T(z)$ в сечении $x = 0,1$ м, $t = 25$ с и $J = 42,5$ (1), 7349 (2), 73420 (3) $\text{A}/\text{м}^3$.



Заключение

Разработана принципиально новая электроплазменная установка для получения высокотемпературных силикатных расплавов из мелкодисперсного сырьевого материала. Проведенный численный анализ показал возможность комплексного исследования процессов переноса массы, импульса и энергии в представленном объекте на основе преобразованных переменных “функция тока — завихренность скорости”. В результате проведенных исследований установлено, что формирование рециркуляционной зоны вблизи входного сечения на начальном временном этапе находит отражение в более качественном расплавлении поступающего в печь материала. Под качественным расплавлением материала в рассматриваемой математической постановке подразумевается более длительный прогрев материала. Повышение времени прогрева материала может достигаться путем увеличения времени пребывания его в полости печи. Образование циркуляционной зоны вблизи входного отверстия естественным образом приводит к необходимости продвижения материала сначала к основанию плавильной печи, а оттуда, в соответствии с рассчитанными линиями тока, вдоль правой стенки полости к выходному отверстию. Такая траектория движения расплава представляется наиболее оптимальной в отношении роста времени прогрева материала и не требует дополнительного изменения конфигурации плавильной печи.

Список литературы

1. Махова М.Ф., Джигирис Д.Д. Основы производства базальтовых волокон и изделий. М.: Теплоэнергетик, 2002. 416 с.
2. Пат. 2355651. РФ, МПК⁷ C03B37/4. Установка для получения минерального расплава плазменным нагревом / Волокитин О.Г., Гайслер Е.В., Никифоров А.А., Скрипникова Н.К.; патентообладатели Волокитин О.Г., Гайслер Е.В., Никифоров А.А., Скрипникова Н.К. № 2007123894/03; заявл. 25.06.2007; опубл. 27.12.2008, Бюл. № 14. 8 с.
3. Пат. 2344093 РФ, МПК⁷ C03B37/4. Установка для получения минеральных волокон / Волокитин О.Г., Никифоров А.А., Скрипникова Н.К.; патентообладатели Волокитин О.Г., Гайслер Е.В., Никифоров А.А., Скрипникова Н.К. № 2007115745/03; заявл. 25.04.2007; опубл. 20.01.2009, Бюл. № 2. 5 с.
4. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1978. 736 с.
5. Таблицы физических величин: справочник / под ред. И.К. Кикоина. М.: Атомиздат, 1976. 1008 с.
6. Шеремет М.А. Сопряженные задачи естественной конвекции. Замкнутые области с локальными источниками тепловыделения. Берлин: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2011. 176 с.
7. Пасконов В.М., Полежаев В.И., Чудов Л.А. Численное моделирование процессов тепло- и массообмена. М.: Наука, 1984. 288 с.
8. Kuznetsov G.V., Sheremet M.A. A numerical simulation of double-diffusive conjugate natural convection in an enclosure // Inter. J. of Thermal Sci. 2011. Vol. 50. P. 1878–1886.
9. Sheremet M.A. Mathematical simulation of unsteady natural convection inside a sphere // Computational Thermal Sci. 2011. Vol. 3. P. 277–287.
10. Sheremet M.A. Laminar natural convection in an inclined cylindrical enclosure having finite thickness walls // Inter. J. Heat and Mass Transfer. 2012. Vol. 55. P. 3582–3600.
11. Джалурия Й. Естественная конвекция: тепло- и массообмен: пер. с англ. М.: Мир, 1983. 400 с.

Статья поступила в редакцию 10 декабря 2012 г.,
после переработки — 20 марта 2013 г.