

## О ГИДРОДИНАМИЧЕСКОМ МЕХАНИЗМЕ САМОЗАМЕДЛЕНИЯ ЭНДОТЕРМИЧЕСКОЙ РЕАКЦИИ

В. И. Найденов

(Москва)

Известно [1], что стационарные режимы работы химического реактора непрерывного действия, в котором протекает эндотермическая реакция, устойчивы. Этот вывод справедлив при условии независимости скорости движения реагирующей смеси от температуры и концентрации. Однако, как показано в [2—4], учет зависимости вязкости жидкости, а следовательно, и скорости течения от определяющих факторов процесса (температуры, глубины превращения) приводит к выявлению качественных изменений процессов химического превращения, тепломассообмена и движения. Нелинейные эффекты в средах с объемным поглощением тепловой энергии, обусловленные зависимостью коэффициента теплопроводности и мощности стока тепла от температуры, изучались в [5—7].

В данной работе описан гидродинамический механизм самозамедления эндотермической реакции, протекающей в движущейся гомогенной жидкой среде. Отметим, что полученные результаты будут справедливы и для других теплопоглощающих процессов, сопровождающих движение жидкости с переменной вязкостью.

Рассмотрим ламинарное движение вязкой жидкости в круглой трубке радиуса  $a$  и длины  $L$  под действием приложенного перепада давления  $p$ . Для простоты примем, что теплопередача через стенки трубки отсутствует, в жидкости протекает эндотермическая реакция с энергией активации  $E_2$  и тепловым эффектом  $q$ . Примем, что динамический коэффициент вязкости жидкости определяется аррениусовской зависимостью от абсолютной температуры

$$\mu = \mu_0 \exp \frac{E_1}{R} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right),$$

где  $\mu_0$ ,  $T_0$  — вязкость и температура жидкости на входе;  $E_1$  — энергия активации вязкого течения;  $R$  — газовая постоянная.

Предполагая числа Рейнольдса малыми ( $Re = Q\rho/\pi a\mu_0$ ), используем гидравлическое приближение уравнений движения и теплопереноса

$$(1) \quad p = 8\mu_0 e^{\frac{E_1}{R} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right)} \frac{Q}{\pi a^4},$$

$$\frac{dT}{dt} + \frac{Q}{\pi a^2 L \rho c_p} (T - T_0) = - \frac{q}{\rho c_p} e^{-\frac{E_2}{RT}} + \frac{\mu_0 Q^2}{\pi^2 a^3 \rho c_p} e^{\frac{E_1}{R} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right)},$$

где  $Q$  — расход жидкости;  $\rho$ ,  $c_p$  — плотность и теплоемкость жидкости. Система уравнений (1), по существу, описывает процессы движения и теплопередачи в автотермическом реакторе идеального смешения [1].

Введем безразмерные величины и систему (1) запишем в виде

$$(2) \quad \omega = e^{-1/\theta}, \quad \frac{d\theta}{d\tau} + \gamma\omega(\theta - \theta_0) = -e^{-\beta/\theta} + Br\omega^2 e^{1/\theta},$$

$$\theta = \frac{RT}{E_1}, \quad \omega = \frac{8\mu_0 Q}{\pi a^4 p} e^{-1/\theta_0}, \quad \tau = \frac{qR}{\rho c_p E_1} t,$$

$$\theta_0 = \frac{RT_0}{E_1}, \quad \gamma = \frac{a^2 E_1}{8\mu_0 q LR} e^{1/\theta_0} p, \quad \beta = \frac{E_2}{E_1},$$

$$\alpha = \frac{\mu_0 q L^2 R^2}{a^2 E_1} e^{-1/\theta_0}, \quad Br = \alpha \gamma^2.$$

Здесь параметры  $\gamma$ ,  $Br$  характеризуют соответственно отношение количества тепла, переносимого конвекцией и выделяемого в жидкости за счет сил внутреннего трения, к количеству тепла, поглощаемого химической

реакцией; параметр  $\beta$  определяет соотношение скоростей, с которыми протекают процессы теплоподвода и теплопоглощения.

Исследуем состояние теплового равновесия  $\theta_s, \omega_s$ :

$$(3) \quad \omega_s = e^{-1/\theta_s},$$

$$\gamma \omega_s (\theta_s - \theta_0) = -e^{-\beta/\theta_s} + \text{Br} \omega_s^2 e^{1/\theta_s}.$$

Исключая скорость жидкости  $\omega_s$ , для определения температуры  $\theta_s$  имеем уравнение

$$(4) \quad \gamma (\theta_0 - \theta_s) + \text{Br} = e^{(1-\beta)/\theta_s}.$$

Рассмотрим случай  $\beta < 1$  (энергия активации вязкого течения превышает энергию активации химической реакции). Анализируя (4), получим  $\gamma^*$  такое, что при  $\gamma < \gamma^*$  стационарные решения системы (2) отсутствуют, при  $\gamma = \gamma^*$  существует единственное состояние теплового равновесия и при  $\gamma > \gamma^*$  имеет место неединственность. Каждому значению  $\gamma \in (\gamma^*, \infty)$  отвечают два значения температуры  $\theta_s^{1,2}$  и скорости жидкости  $\omega_s^{1,2}$ . Для определения критических значений  $\theta_s^*, \omega_s^*$  из уравнения (4) найдем

$$(5) \quad \frac{d\gamma}{d\theta_s} (\theta_s^*) = 0,$$

$$\theta_s^{*2} [\theta_s^{*2} - (\theta_0 - \theta_s^*) (1 - \beta)] = \alpha (1 - \beta)^2 e^{(1-\beta)/\theta_s^*},$$

$$\gamma^* = (1 - \beta) \theta_s^{*-2} e^{(1-\beta)/\theta_s^*}.$$

Исследуем устойчивость стационарных решений  $\theta_s, \omega_s$  при  $\gamma > \gamma^*$ . Нестационарные решения системы (2) ищем в виде  $\theta = \theta_s + \theta', \omega = \omega_s + \omega'$ . Подставляя эти функции в (2) и линеаризуя (2) в окрестности положения равновесия, запишем уравнение для возмущения температуры

$$\frac{d\theta'}{d\tau} = \frac{e^{-1/\theta_s} \theta'}{\theta_s^2} [(1 - \beta) e^{(1-\beta)/\theta_s} - \gamma \theta_s^2].$$

Решение этого уравнения имеет вид  $\theta' = e^{\lambda\tau}$ , для определения  $\lambda$  получим спектральное уравнение

$$\lambda = e^{-1/\theta_s} \theta_s^{-2} [(1 - \beta) e^{(1-\beta)/\theta_s} - \gamma \theta_s^2].$$

Несложный анализ показывает, что при  $\beta < 1$   $\theta_s^1 < \theta_s^*$ ,  $\omega_s^1 < \omega_s^*$ ,  $\lambda > 0$ ;  $\theta_s^2 > \theta_s^*$ ,  $\omega_s^2 > \omega_s^*$ ,  $\lambda < 0$ , т. е. режимы теплопередачи и движения с меньшими температурами и скоростями оказываются неустойчивыми по отношению к бесконечно малым тепловым возмущениям. Этого и следовало ожидать, так как низкотемпературное состояние равновесия характеризуется соотношением  $dp/dQ < 0$  (расход массы жидкости уменьшается с ростом перепада давления), а такие режимы обычно энергетически неустойчивы [8]. При  $\beta > 1$ ,  $\lambda < 0$  существует единственное устойчивое состояние теплового равновесия.

Рассмотрим нестационарную задачу

$$(6) \quad d\theta/d\tau = -e^{-\beta/\theta} - \gamma e^{-1/\theta} (\theta - \theta_0) + \text{Br} e^{-1/\theta}.$$

Анализируя (6), получим при  $\beta = 0$   $d\theta/d\tau \rightarrow -1$  для  $\theta \rightarrow 0$ , при  $\beta > 0$   $d\theta/d\tau \rightarrow 0$  для  $\theta \rightarrow 0$ , т. е. скорость охлаждения жидкости после потери устойчивости тем больше, чем больше разница в энергиях активации вязкого течения и химической реакции. Очевидно, области критических температур  $\theta_s^* > \theta_0$  соответствует область существенного диссипативного тепловыделения; в области  $\theta_s^* < \theta_0$  преобладает тепловая конвекция.

При увеличении  $\theta_s^*$  критический перепад давления падает, так как уменьшается вязкость жидкости.

Обратимся к физическому анализу полученных результатов. Исследуем область взаимодействия тепловой конвекции и теплопоглощения (диссипация механической энергии мала по сравнению с этими факторами процесса). Этой области соответствуют критические температуры жидкости, меньшие температуры входа. При больших перепадах давления или малых тепловых эффектах реакции поток нагретой вязкой жидкости вносит достаточное количество тепла, необходимого для протекания реакции в стационарном режиме. В этом случае из-за наличия нелинейных связей в системе устанавливается два состояния равновесия, одно из которых с большей скоростью и температурой жидкости является устойчивым, а другое — неустойчивым по отношению к малым тепловым возмущениям. При малых перепадах давления или больших тепловых эффектах реакции создается такая ситуация, при которой количества тепла, вносимого потоком жидкости, не хватает для осуществления стационарных условий движения и теплообмена. Структура теплового баланса качественно изменится, и, так как теплоподвод будет меньше теплопоглощения, возникнет нестационарный режим движения вязкой жидкости и протекания эндотермической реакции с прогрессирующим падением температуры, скорости жидкости и скорости реакции.

Критический режим течения, отделяющий качественно разные типы движения жидкости (стационарный и нестационарный), неустойчив по отношению к тепловым возмущениям; если из-за случайных возмущений температура системы понизится, то это приведет к увеличению вязкости и уменьшению конвекционной теплопередачи, еще большему понижению температуры и т. д. Естественно, что при этом понижается и мощность теплопоглощения, но, так как энергия активации вязкого течения превосходит энергию активации эндотермической реакции, падение мощности стока тепла будет происходить медленнее, чем уменьшение тепловой конвекции. Увеличение градиента температуры вдоль реакционной зоны, которое в рассматриваемой ситуации есть стабилизирующий фактор, не будет играть заметной роли, так как суммарная скорость теплоподвода и теплопоглощения экспоненциально зависит от температуры и подавляет ее изменение вдоль течения.

Физическое явление уменьшения скорости теплопоглощающего процесса, обусловленное прогрессирующим увеличением вязкости жидкой среды, можно трактовать как гидродинамическое самозамедление эндотермической реакции. Если энергия активации вязкого течения существенно больше энергии активации химической реакции, то самозамедление проявляется наиболее резко, так как отчетливо выделяется временной интервал, в течение которого вязкость жидкости достигает очень высоких значений. При этом падение температуры жидкости носит катастрофический характер и происходит за сравнительно короткий промежуток времени, который можно определить как период индукции обнаруженного явления.

При сближении энергий активации вязкого течения и реакции падение температуры и увеличение вязкости жидкой среды будет происходить в течение длительного интервала времени и иметь асимптотический характер. Процесс гидродинамического самозамедления теплопоглощения сопровождается прогрессирующей отдачей энергии внешнему источнику, поддерживающему движение жидкости. Такое физическое самопрекращение химической реакции, обусловленное гидродинамическими условиями ее протекания, может представить интерес для некоторого круга явлений самоорганизации в неравновесных системах [9]. Из-за наличия положительной обратной связи в рассматриваемой сильно неравновесной термодинамической системе химическая реакция, управляемая поступлением необходимой энергии, может перекрыть ее доступ, затормозив поток жидкости, несущий тепло.

В области существенного диссипативного тепловыделения механизм самозамедления несколько меняется. Тепло, выделяемое в жидкости за счет внутреннего трения, поглощается реакцией и отводится через поперечное сечение трубки конвекцией. Так как скорость тепловыделения примерно такая же, как и скорость конвекционной теплопередачи (оба процесса определяются скоростью движения жидкости), то механизм образования тепловой неустойчивости в принципе остается прежним: начиная с некоторого критического перепада давления источник тепла перестает уравновешивать сток. Если вязкость жидкости слабее зависит от температуры, чем скорость теплопоглощения, то критических явлений не наблюдается; в этом случае понижение температуры жидкости приводит к эквивалентному понижению мощности стока тепла, тем самым стабилизируя процессы теплообмена и движения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Вольтер Б. В., Сальников И. Б. Устойчивость режимов работы химических реакторов. М.: Химия, 1972.
2. Бостанджиян С. А., Мержанов А. Г., Худяев С. И. О гидродинамическом тепловом взрыве.— ДАН СССР, 1965, т. 163, № 1.
3. Ваганов Д. А. Критические явления, вызванные изменением вязкости с глубиной превращения.— ПМТФ, 1975, № 2.
4. Найденов В. И. Об интегральных уравнениях, описывающих распределение температуры в плоском течении неньютоновских сред.— ПМТФ, 1983, № 5.
5. Калашников А. С. О характере распространения возмущений в задачах нелинейной теплопроводности с поглощением.— ЖВММФ, 1974, т. 14, № 4.
6. Мартинсон Л. К. О конечной скорости распространения тепловых возмущений в средах с постоянным коэффициентом теплопроводности.— ЖВММФ, 1976, т. 16, № 5.
7. Мартинсон Л. К. Тепловой пограничный слой в нелинейной среде с объемным поглощением тепла.— ЖВММФ, 1981, т. 21, № 4.
8. Джозеф Д. Устойчивость движений жидкости. М.: Мир, 1981.
9. Николс Г., Пригожин И. Самоорганизация в неравновесных системах. М.: Мир, 1979.

Поступила 29/VIII 1984 г.

УДК 532.526

### МОДЕЛЬ ТЕЙЛОРОВСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ

*М. Д. Камчибеков*

(Москва)

1. Тейлоровская (или рэлей-тейлоровская) неустойчивость (ТН) возникает на границе раздела тяжелой и легкой жидкостей в поле тяжести, когда тяжелая жидкость располагается сверху. ТН активно изучалась как экспериментально [1], так и теоретически с привлечением аналитических методов [2—5], а также путем численного моделирования развития неустойчивости [6—8]. Интерес к этому явлению в последнее время усилился в связи с проблемами управляемого термоядерного синтеза с инерциальным удержанием плазмы. Показано [9, 10], что развитие неустойчивости на поверхностях оболочек мишени происходит адекватно ТН и может приводить к ухудшению симметрии сжатия и выходных характеристик мишени. Для проведения оценок развития ТН в такого рода задачах полезной представляется простая модель, которая бы описывала рост возмущений с приемлемой для практических целей точностью. В данной работе в рамках физически оправданных допущений относительно профиля возмущений, позволяющих упростить постановку задачи о развитии ТН, получены уравнения, правильно описывающие как линейную, так и асимптотическую стадию ТН.

2. Обычная постановка задачи о развитии ТН заключается в следующем [4]. В однородном поле тяжести с ускорением  $g$ , направленным вниз, при  $z > \theta(x, t)$  располагается тяжелая жидкость с плотностью  $\rho$ , а при  $z < \theta(x, t)$  — легкая жидкость с плотностью  $\rho_*$  ( $\rho_* < \rho$ );  $\theta(x, t)$  — вертикальная координата поверхности раздела тяжелой и легкой жидкостей;  $z, x$  — вертикальная и горизонтальная декартовы координаты.