УДК 533.6.011.55

Методы определения эквивалентного аэродинамического демпфирования моделей спускаемых аппаратов при испытаниях на установке свободных колебаний

Е.А. Часовников¹, С.А. Часовников²

¹Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск

²Институт химической кинетики и горения им. В.В. Воеводского СО РАН, Новосибирск

E-mail: chas@itam.nsc.ru

Разработаны два метода определения эквивалентного аэродинамического демпфирования моделей спускаемых аппаратов. В первом методе эквивалентное аэродинамическое демпфирование определяется по экспериментальным огибающим переходного процесса угла атаки по времени, во втором — по всем экспериментальным точкам переходного процесса. Выявлено, что оба метода дают близкие результаты. Проведена проверка адекватности методов для модели спускаемого на Землю космического аппарата, которая показала, что расчетные переходные процессы по углу атаки удовлетворительно согласуются с экспериментом.

Ключевые слова: модель спускаемого аппарата, свободные колебания, эквивалентное аэродинамическое демпфирование.

Введение

Для решения задач устойчивости и управляемости спускаемых в атмосфере планет космических летательных аппаратов (СА) необходима информация по аэродинамическому демпфированию этих аппаратов в широком диапазоне скоростей. Одним из основных источников получения такой информации являются испытания моделей СА в аэродинамических трубах на установках свободных вращательных колебаний по углу атаки [1–3].

Движение модели на таких установках в аэродинамической трубе может быть описано уравнением

$$I_{z} \cdot \ddot{\alpha} + \left[-\left(m_{z}^{\bar{\omega}_{z}}(\alpha) + m_{Z}^{\bar{\alpha}}(\alpha)\right) \frac{qSl^{2}}{V} \right] \cdot \dot{\alpha} - m_{Z\,\mathrm{st}}(\alpha) qSl - M_{\mathrm{fr}} = 0, \tag{1}$$

© Часовников Е.А., Часовников С.А., 2019

где I_z — момент инерции модели относительно оси вращения, α — угол атаки модели, $\dot{\alpha}$ и $\ddot{\alpha}$ — соответственно первая и вторая производные по времени t, $\left(m_z^{\bar{\omega}_z}(\alpha) + m_z^{\bar{\alpha}}(\alpha)\right)$ комплекс аэродинамических производных демпфирования (аэродинамическое демпфирование, являющееся функцией угла атаки), q — скоростной напор, V — скорость потока в трубе, S и l — характерные площадь и длина модели, $m_{Zst}(\alpha)$ — зависимость коэффициента момента тангажа от угла атаки при стационарном обтекании, $M_{fr} =$ $= -Rf_* \frac{d}{2} \cdot \text{sgn}(\dot{\alpha})$ — момент сил трения в подшипниках качения, где R — реакция в подшипниках, f_* — приведенный коэффициент трения, d — диаметр цапфы подшипника. В дальнейшем функцию $m_{Zst}(\alpha)$ будем считать линейной, т.е. $m_{Zst}(\alpha) = m_{Zst}^{\alpha} \cdot \alpha \quad (m_{Zst}^{\alpha} - m_{Zst})$ производная коэффициента момента тангажа по углу атаки), балансировочный угол атаки α_{bal} равным нулю, а аэродинамическое демпфирование $\left(m_z^{\bar{\omega}_z}(\alpha) + m_z^{\bar{\alpha}}(\alpha)\right)$ обозна-

чать как $\left(m_z^{\overline{\omega}_z} + m_z^{\overline{\dot{\alpha}}}\right)$.

Для определения аэродинамического демпфирования по измеряемому углу атаки $\alpha(t)$ требуется решить обратную задачу, что является сложной проблемой. Сложность обусловлена тем, что СА при малых сверх-, транс- и дозвуковых скоростях часто теряют аэродинамическое демпфирование [2], что приводит к формированию предельных циклов (автоколебаний). На этих режимах аэродинамическое демпфирование существенно зависит от угла атаки. На рис. 1 приведены экспериментальные данные, полученные в работе [3] для модели спускаемого на Землю космического аппарата, имеющего сегментально-коническую форму. Видно, что при числе Маха M = 2,25 формируются авто-колебания с амплитудой $\Theta \approx 4,5^{\circ}$ (рис. 1*b*), а при M = 2,0 в окрестности амплитуд $\Theta = 5^{\circ}$ наблюдается ослабление процесса затухания переходного процесса, что вызвано уменьшением аэродинамического демпфирования модели (рис. 1*a*). Приведенные данные свидетельствуют о том, что и при затухающем переходном процессе по углу атаки может иметь место зависимость аэродинамического демпфирования от угла атаки. В силу этого обстоятельства уравнение (1) даже при пренебрежимо малом трении в узле вращения становится нелинейным.

С учетом указанной выше проблемы чаще всего на установках свободных колебаний определяют так называемое «эквивалентное аэродинамическое демпфирование». Этот подход применим для объектов, изменение амплитуды колебаний которых за один



Рис. 1. Зависимость угла атаки от времени при M = 2(a), 2,25(b).

период достаточно мало, т.е. для слабодемпфирующих тел, к которым можно отнести и модели СА. Нелинейное уравнение (1) для слабодемпфирующих объектов с использованием асимптотического метода работы [4] может быть в рамках первого приближения представлено в виде эквивалентного линейного уравнения

$$I_{z} \cdot \ddot{\alpha} + \left[-\left(m_{z}^{\overline{\omega}_{z}}(\Theta) + m_{Z}^{\overline{\dot{\alpha}}}(\Theta)\right)_{e} \frac{qSl^{2}}{V} + \frac{2Rf_{*}d}{\pi\Theta\omega} \right] \cdot \dot{\alpha} - m_{Z\,\mathrm{st}}^{\alpha} qSl \cdot \alpha = 0, \tag{2}$$

где ω — частота собственных колебаний, $\left(m_z^{\overline{\omega}_z}(\Theta) + m_z^{\overline{\alpha}}(\Theta)\right)_{\mathbf{e}}$ — эквивалентное аэродинамическое демпфирование, являющееся функцией амплитуды колебаний. Везде далее будем обозначать эквивалентное аэродинамическое демпфирование как $\left(m_z^{\overline{\omega}_z} + m_z^{\overline{\alpha}}\right)_{\mathbf{e}}$.

Эквивалентное аэродинамическое демпфирование представляет собой некое фиктивное, постоянное при гармонических колебаниях $\alpha = \Theta \cdot \cos(\omega \cdot t)$, аэродинамическое демпфирование, работа которого за период колебаний

$$A_{\mathbf{e}} = \int_{0}^{T} \left[\left(m_{z}^{\overline{\omega}_{z}} + m_{z}^{\overline{\alpha}} \right)_{\mathbf{e}} \cdot \frac{qSl^{2}}{V} \cdot \dot{\alpha} \right] \cdot \dot{\alpha} \cdot dt = \left(m_{z}^{\overline{\omega}_{z}} + m_{z}^{\overline{\alpha}} \right)_{\mathbf{e}} \cdot \frac{qSl^{2}}{V} \cdot \int_{0}^{T} \left(-\Theta\omega \cdot \sin(\omega t) \right)^{2} \cdot dt = \\ = \left(m_{z}^{\overline{\omega}_{z}} + m_{z}^{\overline{\alpha}} \right)_{\mathbf{e}} \cdot \frac{qSl^{2}}{V} \cdot \pi \Theta^{2} \omega$$

равна работе аэродинамического демпфирования

$$A = \int_{0}^{T} \left[\left(m_{z}^{\overline{\omega}_{z}} + m_{z}^{\overline{\alpha}} \right) \cdot \frac{qSl^{2}}{V} \cdot \dot{\alpha} \right] \cdot \dot{\alpha} \cdot dt = \frac{qSl^{2}}{V} \cdot \int_{0}^{T} \left(m_{z}^{\overline{\omega}_{z}} + m_{z}^{\overline{\alpha}} \right) \cdot \left(-\Theta\omega \cdot \sin(\omega t) \right)^{2} \cdot dt =$$
$$= \frac{qSl^{2}}{V} \Theta^{2} \omega^{2} \cdot \int_{0}^{T} \left(m_{z}^{\overline{\omega}_{z}} + m_{z}^{\overline{\alpha}} \right) \cdot \sin^{2}(\omega t) \cdot dt$$

при гармоническом законе изменения угла атаки [4]. Таким образом, эквивалентное аэродинамическое демпфирование выражается через аэродинамическое демпфирование с помощью соотношения

$$\left(m_{z}^{\overline{\omega}_{z}}+m_{z}^{\overline{\alpha}}\right)_{\mathbf{e}}=\frac{\omega}{\pi}\cdot\int_{0}^{T}\left[m_{z}^{\overline{\omega}_{z}}\left(\Theta\cdot\cos(\omega t)\right)+m_{z}^{\overline{\alpha}}\left(\Theta\cdot\cos(\omega t)\right)\right]\cdot\sin^{2}(\omega t)\cdot dt.$$

Решением уравнения (2) является функция $\alpha = \Theta \cdot \cos(\omega \cdot t)$. Изменение амплитуды Θ описывается нелинейным дифференциальным уравнением первого порядка

$$\frac{d\Theta}{dt} = \left(m_z^{\overline{\omega}_z} + m_z^{\overline{\alpha}}\right)_{\mathbf{e}} \cdot \frac{qSl^2}{2I_z V} \cdot \Theta - \frac{Rf_*d}{I_z \pi \omega}.$$
(3)

Если пренебречь трением в узле вращения и считать постоянным эквивалентное аэродинамическое демпфирование за период колебаний, то после интегрирования уравнения (3) может быть получена формула [5]

$$\left(m_{z}^{\overline{\omega}_{z}}+m_{z}^{\overline{\alpha}}\right)_{\mathbf{e}}=\frac{2I_{Z}}{T}\cdot\frac{V}{qSl^{2}}\cdot\ln\left(\frac{\Theta_{2}}{\Theta_{1}}\right)$$

где T — период колебаний, Θ_1 и Θ_2 — соседние амплитуды колебаний (рис. 2*a*).

Следует отметить, что опыт использования описанного выше и широко применяемого метода определения эквивалентного аэродинамического демпфирования [5] свидетельствует о его недостаточной точности вследствие зашумленности сигнала $\alpha(t)$ и



Рис. 2. Зависимости кинематических параметров от времени. *a* — угол атаки (тангажа), *b* — угловая скорость, *c* — угловое ускорение; *I* — исходный сигнал, *2* — сглаженный сигнал.

влияния трения в узле вращения. В настоящей работе предложены новые помехозащищенные методы определения эквивалентного аэродинамического демпфирования слабодемпфирующих тел в широком диапазоне амплитуд колебаний с учетом сил трения.

Еще раз подчеркнем, что для баллистических расчетов СА необходимо знать его аэродинамическое демпфирование $\left(m_{z}^{\overline{\omega}_{z}} + m_{z}^{\overline{\alpha}}\right)$, а не эквивалентное $\left(m_{z}^{\overline{\omega}_{z}} + m_{z}^{\overline{\alpha}}\right)_{e}$. Известны работы (например, [5]), в которых предлагаются способы расчета аэродинамического демпфирования по известному эквивалентному аэродинамическому демпфированию. В представленной работе этот вопрос не рассматривается, как не рассматривается и оценка погрешностей предлагаемых методов.

1. Методика определения огибающих переходного процесса и коэффициента момента тангажа

Приводимая здесь методика частично изложена в работе [3]. Экспериментальный переходный процесс (зависимость угла атаки от времени) сглаживается с помощью цифрового фильтра низкой частоты — фильтра Баттерворта. Частота среза фильтра принимается в 5–7 раз больше частоты собственных колебаний модели в потоке. Во избежание фазового сдвига фильтрация осуществляется в прямом и обратном направлениях по времени [6]. Далее сигнал интерполируется сплайнами (рис. 2*a*). Затем дважды проводится численное дифференцирование сигнала и определяются производные $\dot{\alpha}(t)$ и $\ddot{\alpha}(t)$ (рис. 2*b*, 2*c*). Результаты обработки переходного процесса по описанному алгоритму обозначены на рис. 2 сплошной линией. Кроме того, здесь приведены результаты обработки переходного процесса по такому же алгоритму, но без фильтрации (сплошная линия с маркером). Видно, что процедура фильтрации позволяет подавлять шумы, что наиболее заметно в сигнале $\ddot{\alpha}(t)$ (рис. 2*c*).

Рис. 3. Иллюстрация методики получения
огибающих и стационарных значений
коэффициента момента тангажа.
<i>а</i> — угловая скорость, <i>b</i> — угол атаки,
<i>с</i> — коэффициент момент тангажа;
1 — сглаженный сигнал, 2 — значения
при $\dot{\alpha} = 0$ и α_{max} , 3 — значения при $\dot{\alpha} = 0$ и α_{min} .

Везде далее будем называть зависимости $\Theta + \alpha_{bal}$ и $-\Theta + \alpha_{bal}$ от времени огибающими. Для нахождения огибающих вначале находятся моменты времени, соответствующие $\dot{\alpha}(t) = 0$ (рис. 3a), а затем в эти моменты времени рассчитываются углы атаки α_{max} и α_{min} , принадлежащие огибающим (рис. 3b).

Для нахождения коэффициента момента тангажа $m_z(t)$ используется уравнение движения модели (1) в более общей форме:

$$I_z \cdot \ddot{\alpha} - M_{\rm fr} = m_z(t) qSl.$$



Зная I_z , $\ddot{\alpha}(t)$ и параметры, определяющие $M_{\rm fr}$, можно вычислить $m_z(t)$ из соотношения

$$m_z(t) = \frac{I_z \cdot \ddot{\alpha} - M_{\text{fr}}}{qSl}.$$
(4)

Пример такой обработки можно видеть на рис. 3*с*. Реакция в подшипниках *R* находится с использованием результатов весовых испытаний, а приведенный коэффициент трения f_* — из результатов стендовых испытаний. Отметим, что результаты вычислений $m_z(t)$ при $\dot{\alpha}(t) = 0$ одновременно дают стационарные значения коэффициента момента тангажа $m_{zst}(\alpha)$.

2. Метод определения эквивалентного аэродинамического демпфирования по огибающим переходного процесса (метод 1)

Представим уравнение (3) в форме

$$\frac{d\Theta}{dt} = -n_{\mathbf{e}}(\Theta) \cdot \Theta - k_{\mathrm{fr}},\tag{5}$$

где
$$n_{\rm e}(\Theta) = -\left(m_z^{\overline{\omega}_z} = m_z^{\overline{\alpha}}\right)_{\rm e} \cdot \frac{qSl^2}{2I_zV}$$
 — эквивалентный декремент затухания, $k_{\rm fr} = \frac{Rf_*d}{I_z\pi\omega}$.

Если разбить экспериментальный переходный процесс на короткие участки длиной по N = 1,5-4,5 периодов колебаний, то можно приближенно считать постоянным эквивалентное аэродинамическое демпфирование и эквивалентный декремент затухания на этом участке. Уравнение (5) в этом случае интегрируется аналитически и имеет вид

$$\Theta(t) = c \cdot \exp\left(-n_{\rm e}(\Theta_{\rm sr}) \cdot t\right) - k_{\rm fr}/n_{\rm e},\tag{6}$$

где $\Theta_{\rm sr}$ — средняя амплитуда колебаний на участке.



Рис. 4. Иллюстрация методов определения эквивалентного аэродинамического демпфирования. *а* — огибающие, *b* — коэффициент момента тангажа; *l* — эксперимент, *2* — аппроксимация.

Аппроксимируя полученные в результате обработки огибающие функцией (6) с учетом α_{bal} , можно для каждого участка переходного процесса найти эквивалентный декремент затухания $n_e(\Theta_{sr})$. Для реализации этой процедуры используется метод наименьших квадратов. Параметр k_{fr} при аппроксимации вычисляется с применением результатов весовых и стендовых испытаний. Пример аппроксимации для M = 2 и N = 4,5 приведен на рис. 4*a*. Далее рассчитывается эквивалентное аэродинамическое демпфиро-

вание $\left(m_z^{\overline{\omega}_z}(\Theta_{\rm sr}) + m_z^{\overline{\alpha}}(\Theta_{\rm sr})\right)_{\rm e} = -2I_z n_{\rm e}(\Theta_{\rm sr}) \frac{V}{qSl^2}$ для каждого участка.

3. Метод определения эквивалентного аэродинамического демпфирования с использованием коэффициента момента тангажа (метод 2)

Преобразуем уравнение (2) к следующему виду:

$$\frac{I_z \cdot \ddot{\alpha} + \frac{2Rf_*d}{\pi \Theta \omega} \cdot \dot{\alpha}}{qSl} = m_{Z\,\text{st}}^{\alpha} \cdot \alpha + \left(m_z^{\overline{\omega}_Z} + m_{Z}^{\overline{\alpha}}\right)_e \frac{l}{V} \cdot \dot{\alpha}.$$

Правая часть уравнения, в соответствии с [4], представляет собой эквивалентный коэффициент момента тангажа

$$m_{Z\mathbf{e}} = m_{Z\mathrm{st}}^{\alpha} \cdot \alpha + \left(m_{z}^{\overline{\omega}_{Z}} + m_{Z}^{\overline{\alpha}}\right)_{\mathbf{e}} \frac{l}{V} \cdot \dot{\alpha}.$$
 (7)

Для определения эквивалентного аэродинамического демпфирования разбиваем как и в методе 1 (см. раздел 2) экспериментальный переходный процесс на короткие участки по N = 1,5-4,5 периодов колебаний и приближенно считаем эквивалентное аэродинамическое демпфирование $\left(m_z^{\overline{\omega}_Z} + m_Z^{\overline{\alpha}}\right)_e$ постоянным на этом участке. Используя метод наименьших квадратов, аппроксимируем $m_z(t)$, рассчитанный по (4), функцией (7) и определяем производную $m_{Z\,st}^{\alpha}$ и эквивалентное аэродинамическое демпфирование $\left(m_{z}^{\overline{\omega}_Z} + m_Z^{\overline{\alpha}}\right)_e$. Далее находим среднюю амплитуду колебаний Θ_{sr} на этом участке. Пример аппроксимации для M = 2 и N = 4,5 приведен на рис. 4b.

4. Апробация методов

Отработка вышеописанных методов определения эквивалентного аэродинамического демпфирования осуществлялась на основе экспериментальных данных [3] при M = 2–4. Модель возвращаемого космического летательного аппарата испытывалась



I-3 — оораоотка по методу 2, b-10 — оораоотка по методу 1; I, 6 — число периодов колебаний N = 1,5, 2, 7 — N = 2,5,3, 8 — N = 3,5, 4, 9 — N = 4,5, 5, 10 — N = 5,5.

на установке свободных вращательных колебаний по углу тангажа в сверхзвуковой аэродинамической трубе периодического действия. Ось вращения модели была смещена в сторону от ее оси симметрии, что обусловливало балансировку модели в потоке на углах атаки $\alpha_{\rm bal} \sim 20^{\circ}$.

Для переходного процесса при M = 2 было определено эквивалентное аэродинамическое демпфирование двумя методами при числе периодов N = 1,5, 2,5, 3,5, 4,5,5,5 (рис. 5). Видно, что в целом оба метода дают близкие результаты. Что касается влияния числа периодов, то при N = 2,5-5,5 данные достаточно близки между собой. При N = 1,5 результаты существенно отличаются, по-видимому, вследствие влияния шумов. Переходные процессы для других чисел Маха обрабатывались по методу 2 при N = 2,5 (рис. 6). Анализ показывает, что при всех числах Маха и амплитудах колебаний, больших 6°, эквивалентное аэродинамическое демпфирование близко к -0,2. При числах Маха 2 и 2,25 в окрестности $\Theta = 4^{\circ}$ наблюдается уменьшение эквивалентного аэродинамического демпфирования, это приводит при M = 2,25 к автоколебаниям. Аналогичная тенденция к уменьшению эквивалентного аэродинамического демпфирования сохраняется до M = 3,5, но при меньших амплитудах (рис. 6*с*).

Качественно характер зависимости эквивалентного аэродинамического демпфирования от амплитуды колебаний при М = 2,25 имеет вид, изображенный на рис. 7а. При амплитудах, обозначенных на рис. 7а цифрами $(m_{z}^{\overline{\omega}_{z}} + m_{z}^{\overline{\alpha}})_{e}$ 0 1 и 2, возможно формирование двух режимов -0,4 2 автоколебаний с жестким возбуждением. Од--0.2нако устойчивыми и фактически реализуемы-0 ми являются автоколебания на режиме 2. -0.4b 0 На рис. 7b приведена гипотетическая качест-

венная зависимость аэродинамического демпфирования $\left(m_z^{\overline{\omega}_z} + m_z^{\widetilde{\alpha}}\right)$ от угла атаки при M = 2,25.

обработка эксперимента по методу 2 при N = 2,5,
 2 — аппроксимация.



Рис. 6. Зависимость эквивалентного аэродинамического демпфирования от амплитуды колебаний при М = 2,0 (*a*), 2,25 (*b*), 3,5 (*c*).





С целью проверки адекватности предложенных методов определения эквивалентного аэродинамического демпфирования было проведено численное интегрирование уравнения (5) при числах Маха 2 и 2,25. Интегрирование осуществлялось методом Рунге–Кутты чет-

вертого порядка. Из данных, представленных на рис. 8, видно, что результаты расчетов огибающей $\Theta_{sr} + \alpha_{bal}$ удовлетворительно согласуются с данными эксперимента. Интегрирование уравнения (5) также проводилось при отсутствии трения в узле вращения. Нетрудно заметить (рис. 8*a*), что при M = 2 качественно изменился характер переходного процесса и сформировались автоколебания, а при M = 2,25 амплитуда автоколебаний заметно увеличилась.

Заключение

Разработаны два метода определения эквивалентного аэродинамического демпфирования моделей спускаемых аппаратов при испытаниях на установке свободных колебаний. В методе 1 эквивалентное аэродинамическое демпфирование определяется по огибающим переходного процесса угла атаки по времени. В методе 2 для этой цели используется зависимость коэффициента момента тангажа от времени. Апробация методов для модели спускаемого космического летательного аппарата показала, что оба метода дают близкое эквивалентное аэродинамическое демпфирование. Результаты численного расчета огибающей переходных процессов с использованием полученных данных при числах Маха 2 и 2,25 удовлетворительно согласуются с экспериментом. Выявлено, что в диапазоне чисел Маха М = 2-3,5 при малых амплитудах колебаний происходит уменьшение эквивалентного аэродинамического демпфирования модели спускаемого аппарата. При M = 2,25 это приводит к автоколебаниям, а при M = 2 в отсутствии трения в узле вращения создает возможность возникновения автоколебаний с жестким возбуждением с амплитудой $\Theta \approx 5^{\circ}$.





Список литературы

- **1. Липницкий Ю.М. Красильников А.В., Покровский А.Н., Шманенков В.Н.** Нестационарная аэродинамика баллистического полета. М.: Физматлит, 2003. 174 с.
- Kazemba C.D., Braun R.D., Clark L.G., Schoenenberger M. Survey of blunt body dynamic stability in supersonic flow // AIAA-2012-4509. P. 1–27.
- 3. Адамов Н.П., Харитонов А.М., Часовников Е.А., Дядькин А.А., Крылов А.Н., Александров Э.Н. Экспериментальные исследования аэродинамических характеристик модели возвращаемого аппарата на установке свободных колебаний при сверхзвуковых скоростях // Теплофизика и аэромеханика. 2016. Т. 23, № 6. С. 825–834.
- 4. Крылов Н.М., Боголюбов Н.Н. Введение в нелинейную механику. Киев: АН УССР, 1937. 365 с.
- Redd B., Olsen D.M., Barton R.L. Relationship between the aerodynamic damping derivatives measured as a function of instantaneous angular displacemsent and the aerodynamic derivatives measured as a function of oscillation amplitude // NASA-TN-D-2855, 1965. 16 p.
- 6. Сергеенко А.Б. Цифровая обработка сигналов. СПб: БХВ- Петербург, 2011. 757 с.

Статья поступила в редакцию 2 апреля 2018 г., после доработки — 21 сентября 2018 г., принята к публикации 11 октября 2018 г.