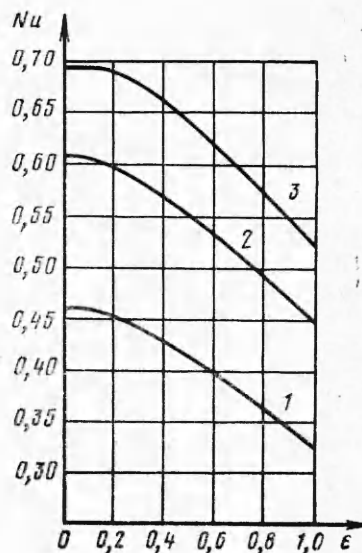


Ф и г. 1



Ф и г. 2

Пекле, получим для числа Нуссельта выражение

$$(15) \quad Nu = (4\pi a/l) [\ln(16a/Pe \gamma(a+b))]^{-1},$$

где l — длина окружности эллипса. При $b/a \rightarrow 0$ (случай пластинки) выражение (15) стремится к пределу $\lim_{b/a \rightarrow 0} Nu = \pi (\ln(16/Pe \gamma))^{-1}$. В предельном случае кругового цилиндра ($a = b$) формула (15) переходит в выражение, приведенное в [1]: $Nu = 2(\ln(8/Pe \gamma))^{-1}$. Из (15) следует, что в принятом приближении при $Pe \ll 1$ поток тепла, отводимый от поверхности цилиндра, не зависит от его ориентации и определяется только значениями числа Pe и отношением полуосей b/a .

Кривые зависимости Nu от Re и $\epsilon = b/a$ приведены соответственно на фиг. 1, 2. На фиг. 1 кривые 1—3 построены при $\epsilon = 0,1; 0,5$ и 1 соответственно. На фиг. 2 кривые 1—3 построены при $Pe = 0,01; 0,05$ и 0,1 соответственно.

Поступила 2 XII 1980

ЛИТЕРАТУРА

1. Levey H. C. Heat transfer in slip flow at low Reynolds number.— J. Fluid Mech., 1959, vol. 6, p. 385.
2. Kassoy D. R. Heat transfer from circular cylinders at low Reynolds number.— Phys. Fluids, 1967, vol. 10, p. 938.
3. Nieber C. A., Gebhart V. Low Reynolds number heat transfer from a circular cylinder.— J. Fluid Mech., 1968, vol. 32, p. 21.
4. Справочник по специальным функциям. М.: Наука, 1979.

УДК 536.24.241

О ХИМИЧЕСКОЙ РЕАКЦИИ С ВЫДЕЛЕНИЕМ ТЕПЛА НА ПОВЕРХНОСТИ ДВИЖУЩЕЙСЯ В ГАЗЕ ТЕПЛОПРОВОДНОЙ ЧАСТИЦЫ

А. Д. Полянин
(Москва)

Получено решение задачи об определении полей температуры и концентраций, обусловленных протеканием многокомпонентной химической реакции на поверхности движущейся в газе сферы при малых числах Рейнольдса и Пекле. Считается, что части-

ца теплопроводна, а скорость поверхностной химической реакции произвольным образом зависит от распределения температуры и концентраций вблизи частицы. Задача решается методом сращиваемых асимптотических разложений по малым числам Пекле. Получены приближенные аналитические формулы для определения средних чисел Шервуда и Нуссельта.

Ранее в изотермическом случае было получено распределение концентрации, обусловленное движущейся в газе реагирующей частицей при диффузионном режиме реакции [1—4], а также для поверхностной реакции первого [5—7], второго [5] и произвольного порядка [8]. В [9] определялось поле температур вне и внутри теплопроводной частицы в случае полного поглощения реагента на ее поверхности.

1. Постановка задачи. Рассматривается конвективная диффузия к теплопроводной реагирующей сфере, обтекаемой поступательным стоксовым потоком при протекании на ее поверхности неизотермической многокомпонентной химической реакции, скорость которой произвольным образом зависит от температуры и концентраций. Предполагается, что наличие поверхностной реакции не влияет на параметры потока и частицы.

Безразмерные уравнения конвективной диффузии и теплопроводности, а также граничные условия, выражающие однородность температуры и концентраций вдали от частицы, непрерывность температуры и баланс тепла на ее поверхности, «закон реакции» и ограниченность температуры в центре частицы, имеют вид [9, 10]

$$(1.1) \quad \Delta c_m = \text{Pe}_m r^{-2} J(\psi, c_m) \quad (1 < r < \infty), \quad m = 1, \dots, M;$$

$$(1.2) \quad \Delta T = \text{Pe}_0 r^{-2} J(\psi, T) \quad (1 < r < \infty);$$

$$(1.3) \quad \Delta t = 0 \quad (0 \leq r < 1);$$

$$(1.4) \quad r \rightarrow \infty, \quad c_m \rightarrow 0, \quad T \rightarrow 0;$$

$$(1.5) \quad r = 1, \quad T = t;$$

$$(1.6) \quad r = 1, \quad \partial c_m / \partial r = f_m(c_1, \dots, c_M, T);$$

$$(1.7) \quad r = 1, \quad \frac{\partial T}{\partial r} - \delta \frac{\partial t}{\partial r} = \sum_{m=1}^M h_m f_m(c_1, \dots, c_M, T);$$

$$(1.8) \quad r = 0, \quad |t| < \infty;$$

$$(1.9) \quad \psi = \frac{1}{2} \left(r^2 - \frac{3}{2} r + \frac{1}{2r} \right) (1 - \mu^2), \quad J(\psi, x) \equiv \frac{\partial(\psi, x)}{\partial(r, \mu)},$$

$$c_m^* = c_{m\infty} (1 - c_m), \quad T^* = T_\infty (1 - T), \quad t^* = T_\infty (1 - t),$$

$$\text{Pe}_m = aUD_m^{-1}, \quad \text{Pe}_0 = aU\chi^{-1}, \quad \delta = \lambda_1 \lambda^{-1}, \quad h_m = c_{m\infty} D_m H_m (\lambda T_\infty)^{-1},$$

$$f_m(c_1, \dots, c_M, T) \equiv -a(c_{m\infty} D_m)^{-1} F_m(c_1^*, \dots, c_M^*, T^*), \quad \mu = \cos \theta,$$

где c_m^* — концентрации реагентов; T^* и t^* — температура в потоке газа и внутри частицы; $c_{m\infty}$ и T_∞ — концентрации и температура на бесконечности; Pe_0 , Pe_m — тепловое и диффузионные числа Пекле; a — радиус частицы; U — скорость потока вдали от частицы; D_m — коэффициенты диффузии; χ — коэффициент температуропроводности; ψ — функция тока; H_m — теплота m -й реакции; F_m — скорости поверхностной реакции; λ_1 и λ — коэффициенты теплопроводности частицы и газа; M — число реагентов, участвующих в реакции; r , θ — сферическая система координат, связанная с частицей; $\partial(\psi, x)/\partial(r, \mu)$ — якобиан функций ψ и x .

2. Метод решения. Поток тепла и вещества на поверхность частицы. Исследуем краевую задачу (1.1)—(1.9) методом сращиваемых асимптотических разложений по малым числам Пекле [1—9]. При этом считается, что

$$\varepsilon \rightarrow 0, \quad \text{Pe}_m = \varepsilon Q_m, \quad Q_m = O(1) \quad (m = 0, 1, \dots, M)$$

(такая ситуация типична для газов, где $0,5 \leq \text{Pe}_m/\text{Pe}_0 \leq 2$) и вся область течения разбивается на две подобласти: внутреннюю $\Omega_1 = \{1 \leq r \leq O(\varepsilon^{-1})\}$ и внешнюю $\Omega_\infty = \{O(\varepsilon^{-1}) \leq r\}$ [1—9]. Как обычно, во внешней области вводится «сжатая» координата $\rho = \varepsilon r$ и решение в каждой из подобластей ищется по отдельности в виде внутреннего и внешнего разложений. При построении асимптотического решения во внутренней об-

ласти используются граничные условия на поверхности частицы (1.5)—(1.7), а во внешней области — граничные условия на бесконечности (1.4); возникающие при решении неизвестные постоянные определяются путем использования процедуры сращивания [1—9].

Аналогично [1—9] можно показать, что в случае поступательного стоксова обтекания сферы (1.9) распределение температуры и концентраций на внутренней границе внешней области Ω_∞ (т. е. при $r \sim \varepsilon^{-1}$) может быть представлено в виде ($m = 1, \dots, M$)

$$(2.1) \quad r = O(\varepsilon^{-1}), \quad T = \Psi(\text{Pe}_0, \dots, \text{Pe}_M) \left\{ r^{-1} + \frac{1}{2} \text{Pe}_0 (\mu - 1) - \frac{1}{2} \text{Pe}_0^2 \ln \text{Pe}_0 + O(\text{Pe}_0^2) \right\},$$

$$r = O(\varepsilon^{-1}), \quad c_m = \Phi_m(\text{Pe}_0, \dots, \text{Pe}_M) \left\{ r^{-1} + \frac{1}{2} \text{Pe}_m (\mu - 1) - \frac{1}{2} \text{Pe}_m^2 \ln \text{Pe}_m + O(\text{Pe}_m^2) \right\},$$

где Ψ и Φ_m — неизвестные функции, определяемые в ходе решения задачи.

Для внутреннего разложения температуры и концентраций в области Ω_1 , а также для распределения температуры внутри частицы, имеет место представление

$$(2.2) \quad T = T^{(0)} + \text{Pe}_0 T^{(1)} + \text{Pe}_0^2 \ln \text{Pe}_0 T^{(2)} + O(\text{Pe}_0^2),$$

$$t = t^{(0)} + \text{Pe}_0 t^{(1)} + \text{Pe}_0^2 \ln \text{Pe}_0 t^{(2)} + O(\text{Pe}_0^2),$$

$$c_m = c_m^{(0)} + \text{Pe}_m c_m^{(1)} + \text{Pe}_m^2 \ln \text{Pe}_m c_m^{(2)} + O(\text{Pe}_m^2),$$

где функции $c_m^{(k)}$, $T^{(k)}$, $t^{(k)}$ удовлетворяют уравнениям

$$(2.3) \quad \Delta c_m^{(k)} = 0, \quad \Delta T^{(k)} = 0, \quad \Delta t^{(k)} = 0 \quad (k = 0, 2),$$

$$\Delta c_m^{(1)} = \alpha_m r^{-2} J(\psi, r^{-1}), \quad \Delta T^{(1)} = \beta r^{-2} J(\psi, r^{-1}), \quad \Delta t^{(1)} = 0.$$

При выводе второй группы уравнений (2.3) (при $k = 1$) учтено, что нулевые члены внутреннего разложения зависят только от радиальной координаты r и определяются двучленом вида $A + Br^{-1}$, где для каждого $c_m^{(0)}$, $T^{(0)}$ и $t^{(0)}$ свои постоянные A и B , которые определяются из граничных условий (1.5)—(1.8), и условия сращивания с решением в области Ω_∞ (2.1); $\alpha_m, \beta = \text{const}$.

Интегрируя уравнения (2.3) по поверхности S_r сферы радиуса r , получаем

$$(2.4) \quad \mathbf{L} \langle c_m^{(k)} \rangle = 0, \quad \mathbf{L} \langle T^{(k)} \rangle = 0, \quad \mathbf{L} \langle t^{(k)} \rangle = 0 \quad (k = 0, 1, 2),$$

$$\mathbf{L} \equiv \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} r^2 \frac{d}{dr}, \quad \langle u \rangle \equiv \frac{1}{4\pi r^2} \int_{S_r} u ds = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 u d\mu.$$

При выводе уравнений (2.4) учитывалось равенство $\langle J(\psi, r^{-1}) \rangle = 0$. Общее решение уравнений для средних (2.4) имеет вид

$$(2.5) \quad \langle c_m^{(k)} \rangle = a_{m1}^{(k)} + b_{m1}^{(k)} r^{-1}, \quad \langle T^{(k)} \rangle = a_2^{(k)} + b_2^{(k)} r^{-1}, \quad \langle t^{(k)} \rangle = a_3^{(k)}$$

$$(k = 0, 1, 2, a_{m1}^{(k)}, b_{m1}^{(k)}, b_2^{(k)}, a_2^{(k)}, a_3^{(k)} = \text{const}).$$

При записи последнего равенства (2.5) было учтено условие ограниченности решения внутри частицы (1.8).

Из соотношений (2.2), (2.5) для полных средних получаем

$$(2.6) \quad \langle c_m \rangle = \Phi_m(\text{Pe}_0, \dots, \text{Pe}_M) \left\{ r^{-1} - \frac{1}{2} \text{Pe}_m - \frac{1}{2} \text{Pe}_m^2 \ln \text{Pe}_m \right\},$$

$$\langle T \rangle = \Psi(\text{Pe}_0, \dots, \text{Pe}_M) \left\{ r^{-1} - \frac{1}{2} \text{Pe}_0 - \frac{1}{2} \text{Pe}_0^2 \ln \text{Pe}_0 \right\},$$

$$\langle t \rangle = \Psi(\text{Pe}_0, \dots, \text{Pe}_M) \left\{ 1 - \frac{1}{2} \text{Pe}_0 - \frac{1}{2} \text{Pe}_0^2 \ln \text{Pe}_0 \right\}.$$

Вид функций $\langle c_m \rangle$ и $\langle T \rangle$ (2.6) обусловлен использованием процедуры сращивания с решением во внешней области (2.1) с учетом равенства $\langle \mu \rangle = 0$, а функции $\langle t \rangle$ — граничным условием (1.5).

Так как $c_m^{(0)}$, $T^{(0)}$ и $t^{(0)}$ зависят только от расстояния до центра сферы, то для любой (аналитической) функции f с точностью до $O(\varepsilon^2)$ справедлива формула

$$(2.7) \quad \langle f(c_1, \dots, c_M, T) \rangle = f(\langle c_1 \rangle, \dots, \langle c_M \rangle, \langle T \rangle),$$

которая доказывается путем непосредственной проверки с учетом представления (2.2), (2.6) и свойств операции $\langle \ \rangle$.

Средние числа Шервуда и Нуссельта определяются формулами

$$(2.8) \quad \text{Sh}_m = - \left\langle \frac{\partial c_m}{\partial r} \right\rangle \Big|_{r=1} = \Phi_m, \quad \text{Nu} = - \left\langle \frac{\partial T}{\partial r} \right\rangle \Big|_{r=1} = \Psi.$$

Осредняя граничные условия (1.6), (1.7) и используя формулы (2.6) и свойство (2.7), для определения средних чисел Шервуда и Нуссельта получаем следующую алгебраическую (трансцендентную) систему уравнений:

$$(2.9) \quad - \text{Sh}_m = f_m \left(\frac{\text{Sh}_1}{\text{Sh}_{1\infty}}, \dots, \frac{\text{Sh}_M}{\text{Sh}_{M\infty}}, \frac{\text{Nu}}{\text{Nu}_\infty} \right) \quad (m = 1, \dots, M),$$

$$\text{Nu} = \sum_{m=1}^M h_m \text{Sh}_m.$$

Здесь последнее уравнение получено подстановкой в граничное условие (1.7) выражений для f_m из (1.6), а величины $\text{Sh}_{m\infty}$ и Nu_∞ соответствуют чисто диффузионному (тепловому) режиму реакции (что соответствует граничным условиям на поверхности сферы $r = 1$, $c_m = 1$, $T = 1$ для уравнений (1.1), (1.2), (1.4)) [1]

$$(2.10) \quad \text{Sh}_{m\infty} = 1 + \frac{1}{2} \text{Pe}_m + \frac{1}{2} \text{Pe}_m^2 \ln \text{Pe}_m + O(\text{Pe}_m^3),$$

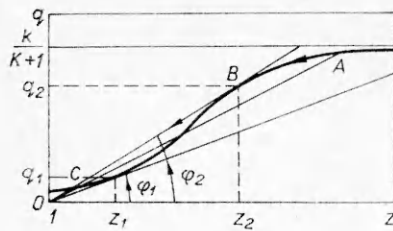
$$\text{Nu}_\infty = 1 + \frac{1}{2} \text{Pe}_0 + \frac{1}{2} \text{Pe}_0^2 \ln \text{Pe}_0 + O(\text{Pe}_0^3).$$

Таким образом, показано, что в случае многокомпонентной поверхностной химической реакции, сопровождающейся тепловыделением, при малых числах Пекле для определения интегральных притоков тепла и вещества реагирующих компонент к частице достаточно решить алгебраическую (трансцендентную) систему (2.9), (2.10), которая существенно проще исходной системы уравнений в частных производных (1.1)–(1.9).

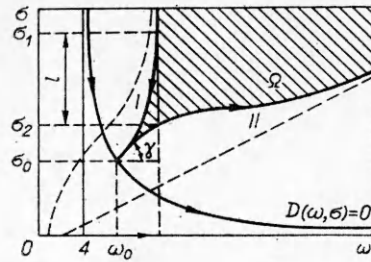
Из системы (2.9), (2.10) видно, что при малых числах Пекле отношение коэффициентов теплопроводности частицы и окружающей жидкости не влияет на интегральные характеристики процесса. Изменение параметра δ приводит лишь к перераспределению локальных теплового и диффузионных потоков на поверхности сферы при неизменности соответствующих полных потоков.

Результаты работы [8] могут быть получены путем решения первого уравнения (2.9) при $M = 1$, $f_1 = kf$. Последнее уравнение (2.9) при $M = 1$ дает результат [9].

3. Случай поверхностной химической реакции, протекающей по закону Арениуса. Рассмотрим теперь гетерогенную химическую реакцию первого порядка (при наличии в потоке одной реагирующей компоненты $M = 1$), протекающую по закону Арениуса на поверхности сферы. В этом



Ф и г. 1



Ф и г. 2

случае скорость поверхностной реакции определяется выражением [10] $F = k_0 c^* \exp(-E/RT^*)$. Здесь и далее индекс u концентрации и температуры опускается; E — энергия активации; R — универсальная газовая постоянная; k_0 — константа скорости реакции.

Система (2.9), (2.10) сводится к следующему уравнению для определения среднего числа Шервуда:

$$(3.1) \quad \text{Sh} = \frac{ak_0}{D} \left(1 - \frac{\text{Sh}}{\text{Sh}_\infty}\right) \exp\left\{-\omega \left(1 + h \frac{\text{Sh}}{\text{Nu}_\infty}\right)^{-1}\right\}, \quad \omega = \frac{E}{RT_\infty}$$

$$(h = -h_1 > 0).$$

Для удобства анализа запишем уравнение (3.1) в виде системы

$$(3.2) \quad q = k \exp(-\omega/z) [1 + k \exp(-\omega/z)]^{-1};$$

$$(3.3) \quad q = \text{tg } \varphi(z-1) \quad (z = 1 + \sigma q, \text{tg } \varphi = \sigma^{-1}),$$

$$q = \text{Sh}/\text{Sh}_\infty, \quad k = ak_0/(D\text{Sh}_\infty), \quad \sigma = h\text{Sh}_\infty/\text{Nu}_\infty.$$

Считая теперь параметр k фиксированным, исследуем число корней уравнения (3.1) в зависимости от изменения параметров ω , $\sigma \in [0, +\infty)$ (угла φ , $0 < \varphi < \pi/2$). Число корней уравнения (3.1) определяется числом пересечений прямой (3.3), проходящей под углом наклона φ к оси z в плоскости z, q через точку $(1, 0)$, с кривой (3.2) (фиг. 1). При этом в зависимости от величины параметра ω возможны следующие ситуации: 1) при любом $\sigma \in [0, +\infty)$ система (3.2), (3.3) имеет единственный корень $q = q(\omega, \sigma)$; 2) существует интервал (σ_1, σ_2) , в котором при каждом $\sigma_1 < \sigma < \sigma_2$ система (3.2), (3.3) имеет три корня, а в конечных точках интервала $\sigma = \sigma_n$ ($n = 1, 2$) — два корня; при этом всякому σ , лежащему вне этого интервала $0 \leq \sigma < \sigma_1$ или $\sigma_2 < \sigma$, соответствует единственный корень уравнения (3.1), $\varphi_n = \text{arctg } \sigma_n^{-1}$.

Можно показать, что геометрическое место точек касания прямой (3.3) с кривой (3.2) (что соответствует двум корням уравнения (3.1)) в плоскости $\omega\sigma$ задается в параметрическом виде

$$(3.4) \quad \omega(q) = (1-q)y^2 G^{-1}(1), \quad \sigma(q) = q^{-1} G^{-1}(1),$$

$$y = \ln \{k(q^{-1} - 1)\}, \quad G(n) = G(q, k, n) = (1-nq)y - n.$$

Предельная кривая (3.4) при $\omega \rightarrow \infty$ имеет две ветви, уходящие в бесконечность; при этом верхняя ветвь асимптотически выходит на кривую

$$(3.5) \quad \sigma = k^{-1} \omega^{-1} \exp \omega \quad (\omega \rightarrow \infty),$$

а нижняя имеет асимптоту

$$(3.6) \quad \sigma = (q_*^{-1} - 1) \omega - 2q_*^{-1} \quad (\omega \rightarrow \infty),$$

где $q_* < k(k+1)^{-1}$ — корень уравнения $G(q_*, k, 1) = 0$.

Кривая (3.4) в плоскости $\omega\sigma$ имеет остроконечную сингулярную точку (ω_0, σ_0) , которая является ее абсолютным минимумом, лежит на гиперболе

$$(3.7) \quad D(\omega, \sigma) \equiv \sigma\omega - 4\sigma - 4 = 0$$

и задается значением параметра $q = q_0$, где q_0 — корень уравнения $G(q_0, k, 2) = 0$.

Локальное поведение кривой (3.4) в окрестности особой точки задается формулами

$$(3.8) \quad \sigma - \sigma_0 = \operatorname{tg} \gamma (\omega - \omega_0), \quad \omega \geq \omega_0, \quad \operatorname{tg} \gamma = (1/2) q_0^{(-1)} - 1, \\ \omega_0 = \omega(q_0) = 4(1 - q_0)(1 - 2q_0)^{-1}, \quad \sigma_0 = \sigma(q_0) = q_0^{-1} - 2.$$

На фиг. 2 в плоскости $\omega\sigma$ качественно изображена кривая (3.4). В заштрихованной области Ω , расположенной между двумя ветвями кривой (3.4) (определяемыми интервалами изменения параметра q : $0 < q < q_0$ и $q_0 < q < q_*$ соответственно), при фиксированном значении $\omega > \omega_0$ отрезок $l = l(\omega) = \{\sigma_1(\omega) \leq \sigma \leq \sigma_2(\omega)\}$ (на фиг. 2 выделен жирной линией) задает те значения σ , при которых уравнение (3.1) имеет три корня.

Можно показать, что $\partial q_*/\partial k > 0$, $\partial q_0/\partial k > 0$. Поэтому при изменении параметра k с учетом равенств (3.5)—(3.8) область $\Omega = \Omega(k)$ деформируется следующим образом: сингулярная особая точка, лежащая на параболе (3.7), при увеличении параметра k движется вниз и вправо, при этом уменьшается угол наклона γ к оси ω ; асимптотическая кривая (3.5), соответствующая максимально возможным значениям параметра σ , приближается к оси ω обратно пропорционально величине k ; вторая асимптота (3.6) приближается к оси ω , а ее точка пересечения с осью ω , оставаясь в правой полуплоскости, движется вправо от нуля.

На фиг. 2 штриховые линии I и II соответствуют асимптотическим кривым (3.5) и (3.6), стрелки на границе области Ω указывают направление движения точек кривой (3.4) при увеличении параметра k , стрелки на гиперболе $D(\omega, \sigma) = 0$ — направление движения особой точки (ω_0, σ_0) при увеличении параметра k , стрелки на оси ω — направление движения точек пересечения асимптоты (3.6) с осью ω при увеличении параметра k , при этом координата точки пересечения всегда больше двух.

Из системы (3.2), (3.3) видно, что имеют место следующие предельные соотношения:

$$(3.9) \quad \sigma \rightarrow 0, \quad q \rightarrow (1 + k^{-1}e^{\omega})^{-1}, \quad \sigma \rightarrow \infty, \quad q \rightarrow k(k + 1)^{-1}.$$

При уменьшении скорости частицы средние числа Шервуда и Нуссельта, соответствующие диффузионному режиму реакции (2.10), уменьшаются. При этом, как следует из уравнения (3.1), точка A , отвечающая высокотемпературному режиму реакции, движется влево по кривой (3.2) до точки B (см. фиг. 1). После прохождения B высокотемпературный режим уже существовать не может, поэтому B «перепрыгивает» с верхней части кривой на нижнюю в точку C , что уже соответствует низкотемпературному режиму реакции на поверхности частицы.

Из уравнения (3.2) видно, что среднее число Шервуда уменьшается при увеличении теплоты реакции h .

4. Некоторые замечания. Из уравнений для средних чисел Шервуда и Нуссельта (2.9), (2.10) видно, что они не зависят от отношения коэффициентов теплопроводности частицы и жидкости δ . Покажем, что последнее равенство (2.9) справедливо и в самом общем случае произвольной формы поверхности частицы Γ и поля течения при любых числах Пекле $0 \leq \operatorname{Re}_m < \infty$.

Действительно, так как поле температуры t внутри частицы удовлетворяет уравнению Лапласа (1.3), то для любого замкнутого контура γ , лежащего внутри частицы, поверхностный интеграл от $\partial t/\partial n$ ($\partial/\partial n$ — производная по нормали к поверхности) по γ равен нулю. Устремляя теперь γ к Γ и учитывая непрерывность соответствующей интегральной функции по γ , получаем, что интеграл по поверхности частицы Γ от $\partial t/\partial n$ также равен нулю. С учетом этого, интегрируя граничное условие (1.7) по поверхности частицы и используя (1.6), получаем последнее уравнение (2.9),

которое выражает закон сохранения энергии. В этом смысле параметр δ , фигурирующий в граничном условии (1.7), малосуществен.

Последнее равенство (2.9) позволяет получать интегральные тепловые характеристики задачи в тех случаях, когда известен полный диффузионный поток на частицу. При этом наиболее просто использовать равенство (2.9), когда скорость поверхностной реакции не зависит от температуры $f = f(c)$, $M = 1$. В таких случаях диффузионная задача (1.1), (1.4), (1.6) может быть решена отдельно независимо от тепловой, после чего по вычисленному среднему числу Шервуда и формуле (2.9) определяется среднее число Нуссельта. При этом в частном случае малых чисел Пекле можно воспользоваться результатами работ [2, 6], полученными для случая полного поглощения вещества на реагирующей поверхности и химической реакции первого порядка $f(c) = kc$, протекающей на поверхности частицы произвольной формы, обтекаемой поступательным стоксовым потоком. Для теплового числа Нуссельта из последней формулы (2.9) с учетом [6] получаем

$$\text{Nu} = -h \left\{ \text{Sh}_0 + \frac{1}{4} \text{Sh}_0^2 \text{Pe} + \frac{1}{4} \text{Sh}_0^2 (\mathbf{F} \cdot \mathbf{i}) \text{Pe}^2 \ln \text{Pe} \right\} + O(\text{Pe}^2),$$

$$\text{Nu} = \frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma} \nabla T d\Gamma, \quad \mathbf{F} = \frac{\mathbf{F}^0}{6\pi\mu a |\mathbf{U}|}, \quad \mathbf{i} = \frac{\mathbf{U}}{|\mathbf{U}|}, \quad \text{Pe} = \frac{a |\mathbf{U}|}{D},$$

где \mathbf{U} — скорость потока на бесконечности; a — радиус эквивалентной по объему сферы; \mathbf{F} — безразмерный вектор, равный отношению силы сопротивления \mathbf{F}^0 данной частицы к величине стоксовой силы сопротивления твердой сферы радиуса a ; μ — динамическая вязкость жидкости; Sh_0 — число Шервуда, соответствующее массообмену покоящейся частицы с неподвижной средой ($\mathbf{U} \equiv 0$) в случае, когда на поверхности частицы Γ протекает химическая реакция первого порядка.

Последняя формула (2.9) является обобщением результатов [9] на случай реагирующих частиц произвольной формы и конечной скорости реакции.

Автор благодарит Ю. П. Гупало, Ю. С. Рязанцева и Ю. А. Сергеева за полезное обсуждение.

Поступила 11 XI 1980

ЛИТЕРАТУРА

1. Acrivos A., Taylor T. D. Heat and mass transfer from single sphere in Stokes flow.— Phys. Fluids, 1962, vol. 5, N 4.
2. Brenner H. Forced convection heat and mass transfer at small Peclet numbers from particle of arbitrary shape.— Chem. Engng. Sci., 1963, vol. 18, N 2.
3. Rimmer P. L. Heat transfer from a sphere in a stream of small Reynolds number.— J. Fluid Mech., 1968, vol. 32, N 1.
4. Rimmer P. L. Heat transfer from a sphere in a stream of small Reynolds number.— J. Fluid Mech., 1969, vol. 35, N 4 (Corrigenda, J. Fluid Mech., 1969, vol. 35, N 4).
5. Taylor T. D. Mass transfer from single spheres in Stokes flow with surface reactions.— Int. J. Heat Mass Transfer, 1963, vol. 6, N 11.
6. Гупало Ю. П., Рязанцев Ю. С. О массо- и теплообмене сферической частицы в ламинарном потоке вязкой жидкости.— ПММ, 1971, т. 35, вып. 2.
7. Гупало Ю. П., Рязанцев Ю. С., Сысков Ю. Н. Диффузия к обтекаемой реагирующей частице произвольной формы.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1975, № 2.
8. Гупало Ю. П., Полянин А. Д. и др. Конвективная диффузия к твердой частице в потоке газа при нелинейной кинетике гетерогенной химической реакции.— ДАН СССР, 1977, т. 237, № 1.
9. Гупало Ю. П., Рязанцев Ю. С., Чалюк А. Т. О поле температур, возникающем при движении реагирующей сферы при малых конечных числах Пекле и Рейнольдса.— ПМТФ, 1972, № 2.
10. Франк-Каменецкий Д. А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М.: Наука, 1967.