

УДК 536.3

Влияние оптических свойств на радиационно-кондуктивный теплообмен в двухслойной полупрозрачной системе*

А.М. Тимофеев

Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Амосова, Якутск

E-mail: am.timofeev@s-vfu.ru

Проведен численный анализ теплового состояния двухслойной полупрозрачной системы, моделирующей расположенный на непрозрачной полубесконечной подложке гипотетический снежный покров, слои которой имеют различные коэффициенты поглощения и рассеяния. Расчеты выполнены при значениях определяющих параметров задачи, характерных для зимнего времени. Показано, что в зависимости от оптической толщины слоев, преобладания в них поглощения или рассеяния падающего внешнего излучения более интенсивно могут прогреваться подповерхностные или более глубокие слои снежно-ледовой толщи. Для решения радиационной части задачи используется подход на основе модифицированного метода средних потоков, с помощью которого учитываются зависимость оптических свойств от длины волны падающего излучения, рассеяние, отражательная способность границ слоя.

Ключевые слова: радиационно-кондуктивный теплообмен, полупрозрачная среда, рассеяние, отражение, селективность, численное моделирование, снег, лед.

Введение

Изучение нагрева снежно-ледовой толщи (СЛТ) под воздействием внешнего (солнечного) излучения необходимо для понимания процессов, протекающих в природе, и для решения практических проблем в строительстве и технике, обеспечения безопасности жизнедеятельности в северных широтах. Исследования по данной проблеме связаны со значительными трудностями, обусловленными сложным взаимодействием различных механизмов теплообмена в оптически неоднородной среде. Как показывают немногочисленные работы, выполненные в этом направлении, формирование теплового режима СЛТ зависит от большого числа факторов: оптико-теплофизических параметров [1, 2], конвективного и радиационного охлаждения на поверхности снежного покрова [3], теплового взаимодействия с подложкой [2] и т.п.

В имеющихся публикациях, посвященных исследованию теплового состояния снежно-ледовых покровов, рассматривается, как правило, оптически однородный слой. В то же время известно, что СЛТ нередко имеет слоистую структуру с различной зернистостью, это в свою очередь обуславливает различие в коэффициентах поглощения и рассеяния [4–6]. Таким образом, при решении задач теплообмена в СЛТ необходимо учитывать радиационный перенос в многослойной системе с различными оптическими свойствами: поглощением, рассеянием, оптической толщиной.

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 18-48-140011).

Математическое моделирование процессов в многослойной полупрозрачной системе является значительно более трудной задачей по сравнению с их моделированием в однослойной структуре, так как необходимо принимать во внимание изменение теплофизических и оптических свойств от слоя к слою и сопряжение температурных и радиационных полей на граничных поверхностях [7–11]. В настоящей работе численно решается задача радиационно-кондуктивного теплообмена в двухслойной полупрозрачной системе, моделирующей гипотетический снежный покров, состоящий из двух слоев с различными коэффициентами поглощения и рассеяния. На верхнюю границу системы падает внешнее излучение. На этой внешней границе задано условие конвективного теплообмена с окружающей средой, имеющей температуру T_A . Температура нижней поверхности системы T_L формируется под действием пропущенного слоем излучения и отвода тепла теплопроводностью в непрозрачную полубесконечную подложку (рис. 1, здесь l — толщина верхнего слоя, L — общая толщина слоев). Считается, что теплофизические характеристики слоев (в отличие от оптических) близки, что позволяет решать «сквозное» уравнение теплопроводности для всей системы.

Постановка задачи и метод решения

Аналогично работе [2] температурное поле в системе находится из решения уравнения нестационарного теплопереноса в плоском слое

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} - q^r \right) \tag{1}$$

с начальным

$$t = 0: T = T_0 \tag{2}$$

и граничными

$$y = 0: -\lambda \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha(T_A - T) + q_{vS}^r, \tag{3}$$

$$y = L: T = T_L \tag{4}$$

условиями. Здесь T, y, t — температура, пространственная координата и время соответственно, c, ρ, λ, α — коэффициенты теплоемкости, плотности, теплопроводности

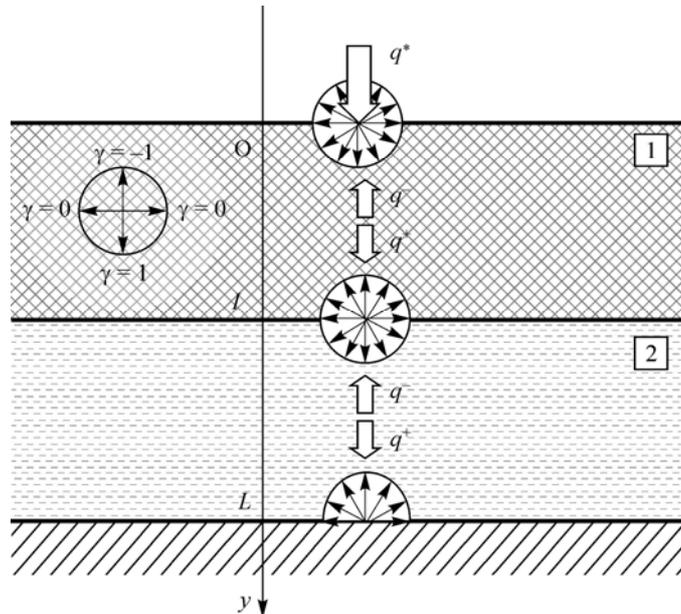


Рис. 1. Физическая схема и система координат.

и конвективного теплообмена, L — общая толщина полупрозрачных слоев (характерный размер), индекс g относится к радиационному потоку индекс νS относится к области непрозрачности спектра среды. Температура подложки находится из известного решения для полуограниченного тела с заданным на границе тепловым потоком q_L [12]:

$$T_L = T_0 + \frac{2q_L}{\lambda_L} \left(\frac{\lambda_L t}{c_L \rho_L \pi} \right)^{1/2}, \quad (5)$$

где

$$q_L = \left(q^r - \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) \Big|_{y=L}, \quad (6)$$

индекс L относится к параметрам подложки. В данной постановке задача является сопряженной, но поле температуры в полубесконечной подложке (кроме поверхностной температуры) не представляет практического интереса.

Результирующий радиационный поток $q^r(y) = 2\pi \int_0^\infty d\nu \int_{-1}^1 I_\nu(\tau_\nu, \gamma) \gamma d\gamma$ в уравнениях (1) и (6)

определяется из решения уравнения переноса для каждого оптического слоя ($i = 1, 2$):

$$\gamma \frac{\partial I_{i\nu}(\tau_{i\nu}, \gamma)}{\partial \tau_{i\nu}} + I_{i\nu}(\tau_{i\nu}, \gamma) = (1 - \omega_{i\nu}) n_{i\nu}^2 I_{b\nu}(T) + \frac{\omega_{i\nu}}{2} \int_{-1}^1 p_{i\nu}(\gamma, \gamma') I_{i\nu}(\tau_{i\nu}, \gamma') d\gamma', \quad (7)$$

$$0 < \tau_{i\nu} < \tau_{0i\nu}, \quad -1 \leq \gamma \leq 1.$$

Здесь I_ν — спектральная интенсивность излучения, определяемая как

$$\int_{-1}^1 I_\nu(\tau_\nu, \gamma) d\gamma = \int_0^1 I_\nu^+(\tau_\nu, \gamma) d\gamma + \int_{-1}^0 I_\nu^-(\tau_\nu, \gamma) d\gamma,$$

I_ν^+ и I_ν^- — интенсивности излучения в нижнюю ($\gamma > 0$) и верхнюю ($\gamma < 0$) полусферы, γ — косинус угла между направлением распространения излучения и осью координат y , $I_{b\nu}(T)$ — функция Планка излучения черного тела, $\tau_{i\nu} = k_{i\nu} y$ — спектральная оптическая глубина, индекс i относится к полупрозрачному слою 1 или 2, индекс ν (частота) обозначает спектральную величину, $\tau_{01\nu} = k_{1\nu} l$ и $\tau_{02\nu} = k_{2\nu} (L - l)$ — спектральные оптические толщины слоев 1 и 2, p_ν — спектральная индикатриса рассеяния [13], $k_\nu = \alpha_\nu + \beta_\nu$ — спектральный коэффициент ослабления, α_ν и β_ν — спектральные коэффициенты поглощения и рассеяния, $\omega_\nu = \beta_\nu / k_\nu$ — спектральное альbedo однократного рассеяния (число Шустера), n_ν — спектральный показатель преломления.

Запишем систему (1)–(4) в безразмерном виде:

$$\frac{\partial \theta}{\partial Fo} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} - Sk \frac{\partial \Phi}{\partial Y}, \quad 0 < Y < 1, \quad (8)$$

$$Fo = 0: \quad \theta = \theta_0, \quad (9)$$

$$Y = 0: \quad -\frac{\partial \theta}{\partial Y} = Bi(\theta_A - \theta) + Sk \cdot \Phi_{\nu S}, \quad (10)$$

$$Y = 1: \quad \theta = \theta_L, \quad (11)$$

где

$$\theta_L = \theta_0 + 2\kappa \left(\text{Sk} \cdot \Phi - \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) \Big|_{Y=L} \cdot (\text{Fo} / \pi)^{1/2}. \quad (12)$$

Здесь $Y = y/L$ и $\theta = T/T_R$ — безразмерные координата и температура, T_R — определяющая температура, связанная с падающим внешним потоком излучения небесного свода q^* , $\kappa = \sqrt{\lambda c \rho / (\lambda_L c_L \rho_L)}$ — параметр сопряженности, $\text{Fo} = \lambda t / (c \rho L^2)$, $\text{Sk} = 4\sigma T_R^3 L / \lambda$, $\text{Bi} = \alpha L / \lambda$ — числа Фурье, Старка, Био соответственно.

Для решения радиационной части задачи используется модифицированный метод средних потоков (СП-метод) [14]. Эквивалентная уравнению (7) система уравнений СП-метода имеет вид:

$$\frac{d}{d\tau_{iv}} (\Phi_{iv}^+ - \Phi_{iv}^-) + (1 - \omega_{iv}) (m_v^+ \Phi_{iv}^+ - m_v^- \Phi_{iv}^-) = (1 - \omega_{iv}) \Phi_{0v}, \quad (13)$$

$$\frac{d}{d\tau_{iv}} (m_v^+ \delta_v^+ \Phi_{iv}^+ - m_v^- \delta_v^- \Phi_{iv}^-) + (1 - \omega_{iv} \bar{\zeta}_{iv}) (\Phi_{iv}^+ - \Phi_{iv}^-) = 0. \quad (14)$$

Здесь $\Phi_v^\pm(\tau_v) = \pm 2\pi \int_{0(-1)}^{1(0)} I_v(\tau_v, \gamma) \gamma d\gamma / (4\sigma T_R^4)$ — безразмерные плотности полусферических потоков, $m_v^\pm \delta_v^\pm$ — коэффициенты переноса, которые являются функционалами решения и находятся в процессе итерационного решения [14], $\bar{\zeta}$ — средний косинус

угла рассеяния [13], $\Phi_{0v} = n_v^2 I_{bv} / (4\sigma T_R^4)$ — безразмерная плотность потока равновесного излучения.

Граничные условия СП-системы могут быть записаны для слоя 1 следующим образом:

$$\tau_{1v} = 0: \quad \Phi_{1v}^+ = (1 - \hat{\rho}_{1v}) \Phi_v^* + \left(1 - \frac{1 - \hat{\rho}_{1v}}{n_{1v}^2} \right) \Phi_{1v}^-, \quad (15)$$

$$\tau_{1v} = \tau_{01v}: \quad \Phi_{1v}^- = (1 - \rho_{2/1v}) \Phi_{2v}^- + \rho_{1/2v} \Phi_{1v}^+, \quad (16)$$

и для слоя 2:

$$\tau_{2v} = 0: \quad \Phi_{2v}^+ = (1 - \rho_{1/2v}) \Phi_{1v}^+ + \rho_{2/1v} \Phi_{2v}^-, \quad (17)$$

$$\tau_{2v} = \tau_{02v}: \quad \Phi_{2v}^- = \varepsilon_v \Phi_{0v} / 4 + r_v \Phi_{2v}^+. \quad (18)$$

Уравнения (15)–(17) описывают пропускание и отражение падающего полусферического излучения на полупрозрачных границах слоев, уравнение (18) описывает собственное излучение подложки и отражение падающего на нее излучения. Здесь ε_v и r_v — спектральная полусферическая диффузная излучательная и отражательная способности поверхности подложки, связанные между собой соотношением $\varepsilon_v = 1 - r_v$, коэффициенты $\rho_{2/1v}$ и $\rho_{1/2v}$ определяются из уравнений

$$n_{2v} > n_{1v}: \quad \rho_{1/2} = \hat{\rho}_{2v}, \quad \rho_{2v/1v} = 1 - (1 - \hat{\rho}_{2v}) (n_{1v}^2 / n_{2v}^2), \quad (19)$$

$$n_{2v} < n_{1v}: \quad \rho_{2/1} = \hat{\rho}_{2v}, \quad \rho_{1v/2v} = 1 - (1 - \hat{\rho}_{2v}) (n_{2v}^2 / n_{1v}^2), \quad (20)$$

где спектральные коэффициенты отражения $\hat{\rho}_{1v}$ и $\hat{\rho}_{2v}$ на внешней границе и границе слоев 1 и 2 соответствуют слою с меньшим показателем преломления и имеют смысл

эффективной полусферической отражательной способности, включающей зеркальную и диффузную компоненты. Более подробно о представлении граничных условий для СП-системы на границах раздела полупрозрачных слоев можно ознакомиться в работах [14, 15].

Из решения радиационной задачи (13)–(18) определяются плотность интегрального потока излучения

$$\Phi = \int_0^{\infty} (\Phi_{\nu}^{+} - \Phi_{\nu}^{-}) d\nu \quad (21)$$

и дивергенция потока падающего излучения

$$\frac{d\Phi}{dY} = \int_0^{\infty} \tau_{0\nu} (1 - \omega_{\nu}) (n_{\nu}^2 \Phi_{0\nu} - (m_{\nu}^{+} \Phi_{\nu}^{+} - m_{\nu}^{-} \Phi_{\nu}^{-})) d\nu, \quad (22)$$

присутствующие в уравнениях (8) и (12). Для решения (13)–(18) использовался метод, разработанный в работе [7] для многослойной полупрозрачной системы и заключающийся в последовательном решении СП-системы от слоя к слою с итерационным уточнением граничных значений радиационных потоков Φ_{ν}^{\pm} в уравнениях (15)–(18). Верификация метода проводилась путем сопоставления с точными аналитическими решениями и результатами работы [11]. Краевая задача (8)–(11) решалась методом конечных разностей с использованием итерационного алгоритма и метода прогонки [2].

Анализ результатов

Расчеты выполнены для тех же, что и в исследовании [2], значений определяющих параметров задачи, типичных для снежных и ледяных покровов в зимнее время: $T_R = -50$ °C, $T_0 = T_A = -20$ °C, $Sk = 0,1$, $Bi = 1$, $\kappa = 1$. Спектральный состав падающего потока излучения моделировался трехполосной системой: в диапазоне длин волн от 0 до 0,75 мкм (ультрафиолетовая область и видимая часть спектра) $q^* = 172$ Вт/м², в диапазоне от 0,75 до 3 мкм (ближний и средний инфракрасный диапазон) $q^* = 140$ Вт/м², для длин волн от 3 мкм и более (дальний инфракрасный диапазон) $q^* = 140$ Вт/м² (см. таблицу). Границы первых двух диапазонов и значения потоков излучения соответствуют приблизительно прямому и рассеянному солнечному излучению, достигающему поверхности земли, третий случай отвечает излучению небесного свода для выбранного значения температуры T_R . Толщина полупрозрачных слоев принята одинаковой ($l = L/2$), значения показателей преломления близки друг другу: $n_{1\nu} = n_{2\nu}$. Таким образом, отражение на границе раздела слоев 1 и 2 отсутствует ($\hat{\rho}_{2\nu} = 0$). Коэффициенты отражения на внешней границе и на подложке имели соответственно значения $\hat{\rho}_{1\nu} = 0,063$ и $r_{\nu} = 0,1$, рассеяние считалось изотропным: $\bar{\zeta}_{\nu} = 0$. Слой среды считался непрозрачным в дальнем инфракрасном ($\tau_{0\nu} \rightarrow \infty$),

Таблица
Спектральный состав падающего излучения

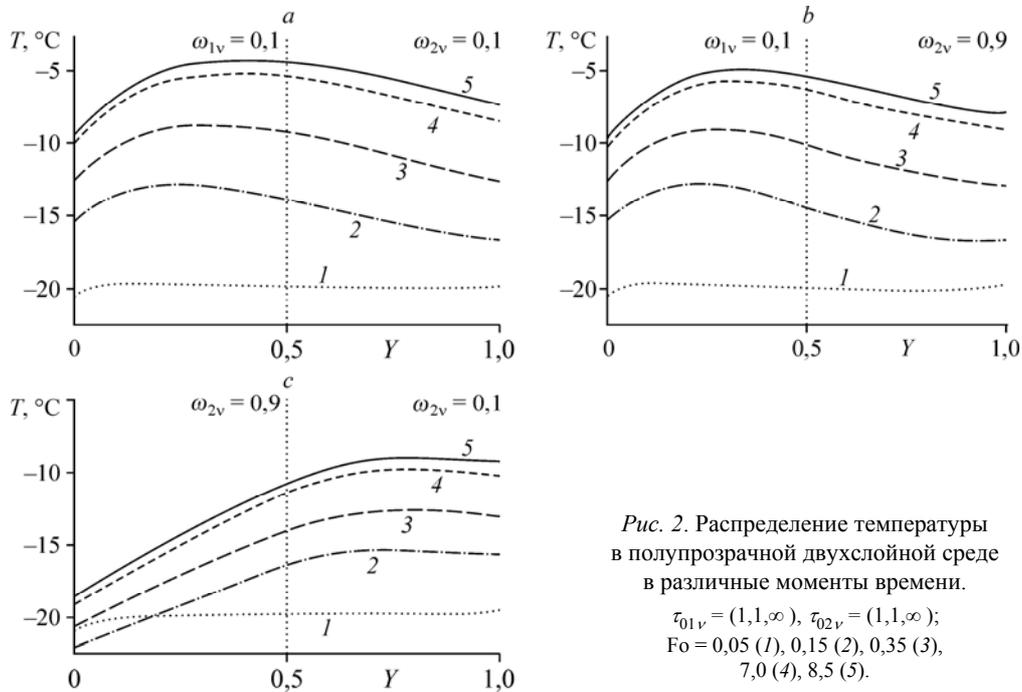
№ диапазона	Длина волны, мкм	Частота, с ⁻¹	Плотность падающего потока излучения q^* , Вт/м ²
1	0 ÷ 0,75	$4 \cdot 10^{14} \div \infty$	172
2	0,75 ÷ 3	$1 \cdot 10^{14} \div 4 \cdot 10^{14}$	140
3	3 ÷ ∞	$0 \div 4 \cdot 10^{14}$	140

в ближнем инфракрасном и коротковолновом диапазонах, оптическая толщина варьировалась от 0,1 до 10.

На рис. 2 показано распределение температуры в полупрозрачной двухслойной среде в различные моменты времени для умеренных оптических толщин. Видно, что формирование температурного поля в зависимости от ослабления излучения в верхнем (левая часть рисунка) или нижнем (правая часть рисунка) слое носит сложный характер. Когда оба слоя среды являются преимущественно поглощающими (рис. 2a), или поглощающим является первый слой, а второй слой рассеивающим (рис. 2b), падающее излучение нагревает интенсивнее верхние подповерхностные области среды.

Рассеяние наряду с поглощением является основной причиной ослабления излучения в СЛТ. Высокие показатели альбедо снега (отношение отраженного потока излучения к падающему) вызваны объемным рассеянием в его толще [1]. В результате происходит высвечивание из приграничных областей среды в сторону падающего излучения в инфракрасном диапазоне [2], что приводит к заметному снижению уровня температур в верхних слоях рассеивающей среды (рис. 2c) по сравнению с поглощающей средой при одинаковом показателе ослабления.

Отмеченный сложный характер нагрева полупрозрачной двухслойной среды демонстрируют рис. 3 и 4, где показана динамика изменения температур верхней внешней границы (кривая 1), границы раздела полупрозрачных слоев (кривая 2) и границы раздела среды с подложкой (кривая 3). Для преимущественно поглощающей среды ($\omega_{iv} = 0,1$) с умеренной оптической толщиной слоев ($\tau_{0iv} = 1$) проникающее коротковолновое излучение интенсивнее нагревает внутренние области верхнего слоя, что отражается в более сильном повышении температуры границы раздела слоев (рис. 3a). Когда же в верхнем слое преобладает рассеяние, область перегрева смещается в сторону подложки, и температура на ее границе со средой возрастает выше температур в остальных областях (рис. 3b).



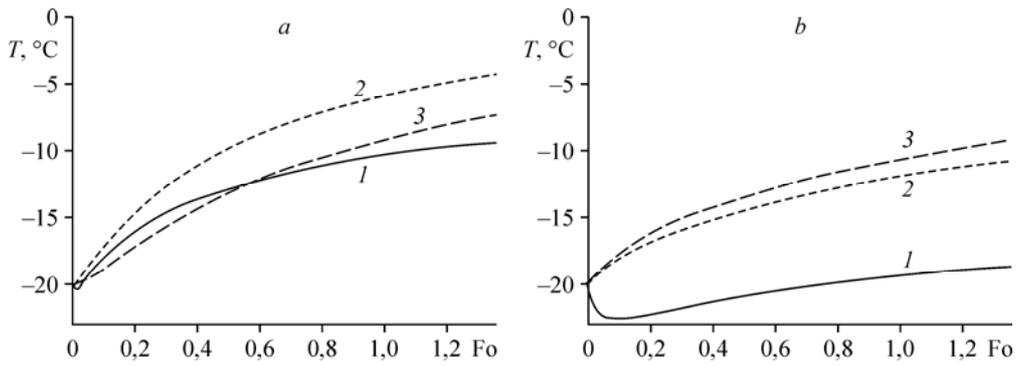


Рис. 3. Влияние рассеяния на динамику изменения температуры в полупрозрачной двухслойной среде.

$\tau_{01v} = (1, 1, \infty)$, $\tau_{02v} = (1, 1, \infty)$; *a* — $\omega_{1v} = 0,1$, $\omega_{2v} = 0,1$, *b* — $\omega_{1v} = 0,9$, $\omega_{2v} = 0,1$;
1 — верхняя граница, 2 — граница раздела слоев, 3 — подложка.

Температура верхней внешней границы среды отстает в динамике от температур внутренних областей среды по причине поверхностного радиационного охлаждения в дальней инфракрасной области, так как температура среды выше температуры небесного свода T_R . По этой причине в начальные моменты времени наблюдается понижение температуры внешней поверхности (ниже начальной) и лишь затем ее рост в результате подтока тепла за счет теплопроводности из внутренних областей, нагретых к тому времени проникающим коротковолновым излучением. Отметим, что поверхностное радиационное охлаждение является существенным фактором формирования теплового режима СЛТ [3], особенно в ночное время.

С уменьшением оптической толщины верхнего слоя его влияние на тепловой режим полупрозрачной среды снижается. Проникающее излучение интенсивнее нагревает верхние области оптически более плотного второго слоя среды. При этом рассеяние в первом слое не оказывает существенного влияния на температурное поле среды (рис. 4*a*). В случае оптически толстого верхнего слоя энергия падающего излучения поглощается в приповерхностной области, тепло из которой затем через теплопроводность передается в нижележащие слои. В результате нагрев верхней внешней границы среды опережает нагрев границы раздела её слоев, который в свою очередь опережает нагрев подложки (рис. 4*b*).

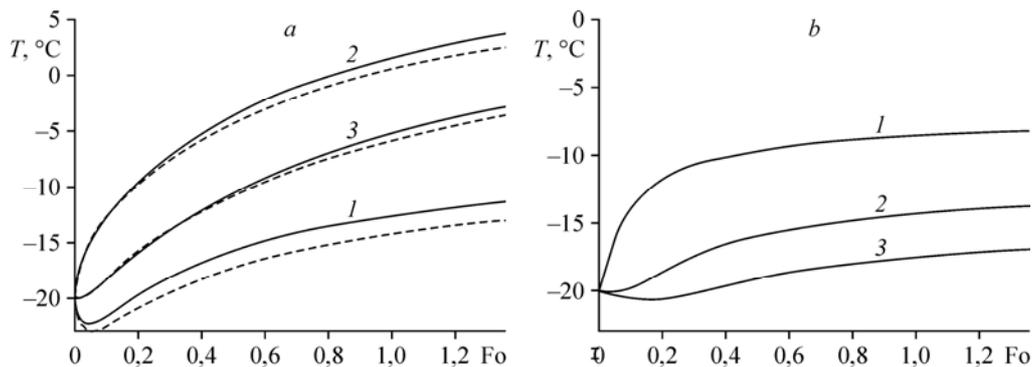


Рис. 4. Влияние оптической толщины на динамику изменения температуры в полупрозрачной двухслойной среде.

a — $\tau_{01v} = (0,1, 10, \infty)$, $\tau_{02v} = (0,1, 10, \infty)$, *b* — $\tau_{01v} = (10, 10, \infty)$, $\tau_{02v} = (10, 10, \infty)$;
сплошные линии — $\omega_{1v} = 0,1$, $\omega_{2v} = 0,1$, пунктирные линии — $\omega_{1v} = 0,9$, $\omega_{2v} = 0,1$;
обозначения линий 1–3 см. на рис. 3.

Заключение

На основании предложенной модели радиационно-кондуктивного теплообмена для двухслойной полупрозрачной среды установлено, что формирование температурного поля в слоистой СЛТ носит сложный характер, который определяется интенсивностью объемного ослабления падающего излучения в разных слоях и в различных участках спектра. Показано, что в зависимости от оптической толщины слоев, преобладания в них поглощения или рассеяния падающего излучения более интенсивно могут прогреваться подповерхностные или более глубокие слои СЛТ. Рассеивающий поверхностный слой в случае оптически плотной среды в результате высвечивания значительно снижает температуру поверхностных областей СЛТ. Заметная роль в теплообмене в полупрозрачной среде принадлежит также поверхностному радиационному охлаждению в инфракрасной области.

Селективность задачи учитывалась в настоящей работе с помощью трехполосной модели. Для разработки более точной модели требуются подробные сведения относительно спектральных оптических свойств снежного покрова, получение которых является довольно затруднительным ввиду большой погрешности их определения в процессе нагрева. В то же время можно сказать, что качественная картина теплообмена при такой интерпретации рассматриваемого процесса выдержана правильно, но количественная оценка нуждается в дальнейшем уточнении.

Список литературы

1. **Красс М.С., Мерзликин В.Г.** Радиационная теплофизика снега и льда. Ленинград: Гидрометеоздат, 1990. 261 с.
2. **Тимофеев А.М.** Моделирование радиационного нагрева снежно-ледяного покрова // Теплофизика и аэромеханика. 2018. Т. 25, № 5. С. 797–804.
3. **Dombrovsky L.A., Kokhanovsky A.A., Randrianalisoa J.H.** On snowpack heating by solar radiation: a computational model // J. Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer. 2019. Vol. 227. P. 72–85.
4. **Warren S.G.** Optical properties of snow // Rev. Geophys. Space Phys. 1982. Vol. 20. P. 67–89.
5. **Kokhanovsky A.A., Zege E.P.** Scattering optics of snow // Applied Optics. 2004. Vol. 43, No. 7. P. 1589–602.
6. **Malinka A., Zege E., Heygster G., Istomina L.** Reflective properties of white sea ice and snow // The Cryosphere. 2016. Vol. 10. P. 2541–2557.
7. **Рубцов Н.А., Тимофеев А.М.** Радиационно-кондуктивный теплообмен в многослойной полупрозрачной системе // Теплофизика и аэромеханика. 2000. Т. 7, № 3. С. 411–422.
8. **Тимошенко В.П., Трнев М.Г.** Метод расчета тепловых режимов многослойных полупрозрачных материалов. // Учен. зап. ЦАГИ. 1986. Т. 17, № 3. С. 83–93.
9. **Tsai C.-F., Nixon G.** Transient temperature distribution of a multilayer composite wall with effects of internal thermal radiation and conduction // Numerical Heat Transfer. 1986. Vol. 10, No. 1. P. 95–101.
10. **Ozsisik M.N., Ho C.-H.** Combined conduction and radiation in two-layer planar medium with flux boundary condition // Numerical Heat Transfer. 1987. Vol. 11, No. 3. P. 321–340.
11. **Spucler C.M., Siegel R.** Two-flux and diffusion method for radiative transfer in composite layers // J. Heat Transfer. 1996. Vol. 118, No. 1. P. 218–222.
12. **Карслоу Г., Егер Д.** Теплопроводность твердых тел. М: Наука, 1964. 488 с.
13. **Ивенс, Чу, Черчилль.** Влияние анизотропии рассеяния на перенос излучения // Тр. Амер. общ-ва инж.-мех. Теплопередача. 1965. Т. 87, № 3, С. 69–76.
14. **Рубцов Н.А., Тимофеев А.М., Саввинова Н.А.** Комбинированный теплообмен в полупрозрачных средах. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2003. 198 с.
15. **Рубцов Н.А.** К определению граничных условий радиационного теплообмена на плоской поверхности раздела двух сред в многослойных системах // Теплофизика и аэромеханика. 2003. Т. 10, № 1. С. 87–102.

*Статья поступила в редакцию 12 июля 2019 г.,
после доработки — 22 августа 2019 г.,
принята к публикации 26 августа 2019 г.*