

**ПОЛУЭМПИРИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ
ГЕНЕРАЦИИ ДИСКРЕТНЫХ ТОНОВ
СВЕРХЗВУКОВОЙ НЕДОРАСШИРЕННОЙ СТРУЕЙ,
НАТЕКАЮЩЕЙ НА ПРЕГРАДУ**

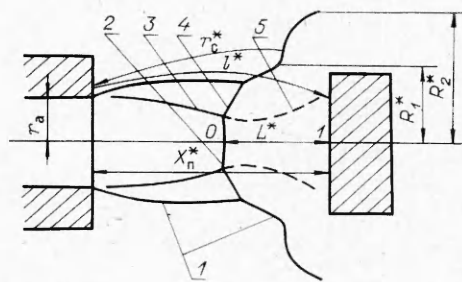
В. Н. Глазнев, В. С. Демин

(Новосибирск)

1. Явление генерации сильного дискретного тона сверхзвуковой недорасширенной струей, натекающей на преграду, впервые обнаружено Гартманом [1]. В настоящее время имеется значительное число работ, посвященных экспериментальному изучению эффекта Гартмана [2—4]. Однако механизм возникновения этих колебаний до сих пор не выяснен [2, 5]. В данной работе излагается элементарная теория названного явления.

На фиг. 1 представлена схема сверхзвуковой недорасширенной струи, натекающей на плоскую преграду (1 — граница струи; 2 — центральный скачок уплотнения (диск Маха); 3 — висячий скачок; 4 — отраженный скачок; 5 — контактный разрыв). Эффект состоит в том, что при определенных значениях числа Маха сопла M_a , степени нерасчетности струи $n = p_a/p_n$ (p_a — давление в струе в плоскости среза сопла, p_n — давление в окружающем струю пространстве), расстояния $X_n = X_n^*/r_a$ и размера преграды $r_n = r_n^*/r_a$ течение становится неустойчивым. Граница струи и волновая структура совершают периодические колебания. При этом уровень колебания давления на преграде может достигать 190—200, в ближнем акустическом поле 170—180 дБ.

На основании экспериментальных наблюдений предлагается следующий механизм возникновения колебаний. Процесс развивается из малых возмущений вследствие потери устойчивости течения [6]. При этом область дозвукового течения между диском Маха и преградой является резонатором. Звуковые волны, излучаемые из резонатора во внешнее пространство, достигают среза сопла и порождают возмущение на границе струи. Распространяясь от сопла к преграде, возмущения вследствие неустойчивости границы струи как тангенциального разрыва нарастают по интенсивности. Достигая поверхности преграды, они тормозятся, что вызывает пульсации давления на преграде. Взаимодействие последних с колебаниями в резонаторе при подходящих амплитудно-фазовых соотношениях приводит к возникновению автоколебаний в рассматриваемой системе. Данная схема явления отличается от предложенной ранее и не приведшей к успеху схемы Мерча [7] введением обратной связи через внешнее акустическое поле [6].



Ф и г. 1

2. Изложим решение, позволяющее определить области и частоты колебаний. Колебания в резонаторе считаются одномерными, так как, согласно кинограмме, диск Маха совершает плоские колебания. Для упрощения расчетов число Маха течения к преграде принято постоянным ($M \approx 0,5 M_2$), так как неучет распределения M в резонаторе приводит к ошибке в определении частоты не более $\approx 5\%$. При этих предположениях малые возмущения в резонаторе могут быть описаны системой уравнений [8]

$$(2.1) \quad \begin{aligned} \partial v / \partial \tau + M \partial v / \partial \xi + \partial p / \partial \xi &= 0; \\ \partial p / \partial \tau + M \partial p / \partial \xi + \partial v / \partial \xi &= 0, \end{aligned}$$

где $p = \delta p / k p^*$, $v = \delta v / a$ — безразмерные возмущения давления и скорости; k — показатель адиабаты; p^* , a — осредненные давление и скорость звука; $\xi = x^* / L^*$, $\tau = at / L^*$ — безразмерные координата и время; L^* — длина резонатора.

Решение системы (2.1) представляется в виде

$$(2.2) \quad \begin{aligned} p &= 0,5 \left[A_p \left(\exp \left\{ -\frac{\beta \xi}{M+1} \right\} + \exp \left\{ -\frac{\beta \xi}{M-1} \right\} \right) + A_v \left(\exp \left\{ -\frac{\beta \xi}{M+1} \right\} - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \exp \left\{ -\frac{\beta \xi}{M-1} \right\} \right) \right] \exp \{ \beta \tau \}; \\ v &= 0,5 \left[A_v \left(\exp \left\{ -\frac{\beta \xi}{M+1} \right\} + \exp \left\{ -\frac{\beta \xi}{M-1} \right\} \right) + A_p \left(\exp \left\{ -\frac{\beta \xi}{M+1} \right\} - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \exp \left\{ -\frac{\beta \xi}{M-1} \right\} \right) \right] \exp \{ \beta \tau \}, \end{aligned}$$

где $\beta = \nu + i\omega$ — безразмерная частота колебаний; $\omega = 2\pi f L^* / a$; M — среднее значение числа Маха на оси резонатора.

Таким образом, течение в резонаторе считается одномерным, имеющим постоянную осевую скорость.

В сечениях $\xi = 0$ и $\xi = 1$ необходимо сформулировать граничное условие. В сечении $\xi = 0$ его можно записать в виде

$$(2.3) \quad v + \lambda_1 p = 0.$$

Акустическая проводимость λ_1 прямого скачка уплотнения определяется [9] выражением

$$\lambda_1 = \frac{M_1^2 + 1}{2M_1^2 M_2},$$

где M_1 , M_2 — числа Маха перед центральным скачком уплотнения и за ним соответственно.

Вдоль границы струи поток движется с постоянным [10] значением числа Маха

$$M_{\pm} = \sqrt{\frac{2}{k-1} \left[\left(1 + \frac{k-1}{2} M_a^2 \right) n^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]}.$$

При этом пульсации давления на преграде $p(\xi = 1)$ можно связать с пуль-

сациями звукового давления p_c у торца сопла следующим образом:

$$(2.4) \quad p(\xi = 1) = p_c \exp \{ \varphi_r + i\varphi_i \}.$$

Здесь φ_r зависит от степени возрастания амплитуды возмущения при распространении последнего вниз по потоку вдоль границы струи, от процессов преломления звуковой волны внутрь струи и трансформации возмущения на преграде. Величина φ_i представляет собой сдвиг фаз между колебанием давления у торца сопла и колебанием давления на преграде.

Выражение (2.4) — граничное условие при $\xi = 1$, в котором надо еще определить величины p_c , φ_r , φ_i .

3. Из эксперимента следует, что во внешнее пространство акустические волны излучаются частью границы отраженной от преграды струи, а именно, кольцевой поверхностью шириной $(R_2^* - R_1^*)$ (см. фиг. 1). Используя метод, примененный в [11] для расчета акустического поля поршневой диафрагмы, можно записать звуковое давление у торца в виде

$$(3.1) \quad p_c = N \frac{\beta \exp \left\{ -\beta \frac{r_c}{L} \right\}}{2r_c L} (R_2^2 - R_1^2),$$

где

$$r_c = r_c^*/r_a; \quad L = L^*/r_a; \quad R_1 = R_1^*/r_a; \quad R_2 = R_2^*/r_a; \quad N = N^*/a_0$$

(a_0 — скорость звука в окружающем струю пространстве; N^* — скорость движения излучающей поверхности). При выводе формулы (3.1) предполагалось, что излучающая поверхность плоская, перемещается параллельно самой себе и струя не влияет на длину хода звуковых лучей. Сказанное справедливо, если поперечный размер струи меньше длины излучаемой волны. Оценка дифракции излучаемой звуковой волны на струе как на препятствии, проведенная с использованием работы [12], показала, что для направления распространения звуковой волны во внешнем поле вдоль границы падающей струи возмущающим действием струи на акустическое поле можно пренебречь. Торцы сопла имеют размер, много меньший длины волны колебаний, и поэтому считается острым, т. е. отраженная от сопла волна отсутствует.

При экспериментальной проверке формулы (3.1) было установлено, что она удовлетворительно описывает внешнее акустическое поле в точке у среза сопла. Эксперименты с применением скоростной киносъемки показали, что излучающая поверхность и диск Маха колеблются синфазно и с одинаковой амплитудой, т. е. N^* — скорость колебания диска Маха. Сравнение значений p_c , измеренных датчиком давления у торца сопла, с p_c , вычисленным по формуле (3.1), показало отличие, не превышающее (в зависимости от режима течения) 10—15%. При этих расчетах R_2 и N , входящие в формулу (3.1), определялись экспериментально.

Как показано в работе [9], на прямом скачке уплотнения справедливо соотношение

$$(3.2) \quad N/p(\xi = 0) = (k + 1)/4M_2.$$

Поэтому граничное условие (2.4) при $\xi = 1$ с учетом (3.1), (3.2) можно записать в виде

$$(3.3) \quad p(\xi = 1) = p(\xi = 0) \frac{k + 1}{4M_2} \frac{\beta \exp \left\{ -\beta \frac{r_c}{L} \right\}}{2r_c L} (R_2^2 - R_1^2) \exp \{ \varphi_r + i\varphi_i \}.$$

4. Выразим φ_r и φ_i через параметры стационарного потока. Имея в виду, что основные процессы, характеризующие развитие возмущений в свободной струе и струе с преградой, идентичны, можно записать

$$(4.1) \quad \varphi_r = \tilde{F}_1 \varphi'_r; \quad \varphi_i = F_2 \varphi'_i,$$

где φ'_r и φ'_i — значения коэффициента возрастания и сдвига фаз для свободной струи; F_1 и F_2 — величины, зависящие от процессов трансформации возмущений на торце сопла и у преграды. Для отыскания выражений φ'_r и φ'_i используются результаты работы [13], посвященной устойчивости свободной однородной сверхзвуковой струи.

В названной работе для $M_H = 1,2-2,4$ приведены графики зависимости реальной и мнимой частей комплексной величины $k'v^*/\omega^*$ от числа Струхалиа $Sh = 2r_a f/a_0 M_H$. Здесь $k' = k'_r + ik'_i$ — комплексное волновое число; f — частота; $\omega^* = 2\pi f$; v^* — скорость потока вдоль границы струи. Так как φ'_r — функция мнимой, а φ'_i — функция реальной части $k'v^*/\omega^*$, то, аппроксимируя зависимости (приведенные в [13]) простыми формулами (для $Sh < 0,2$), можно получить

$$(4.2) \quad \varphi'_r = 3\pi \sqrt{1 + \frac{k-1}{2} M_H^2 (Sh)^2} l; \quad \varphi'_i = \pi \sqrt{1 + \frac{k-1}{2} M_H^2} \times \\ \times Sh [1 + (M_H - 1,2) Sh] l.$$

Основываясь на экспериментальных результатах, представленных в работе [14], можно сравнить значения φ_r и φ_i , рассчитанные по формулам (4.2), с измеренными в опыте значениями. Однако вместо φ_i удобнее сравнивать длину волн $\lambda = v^*/f \operatorname{Re} \{k'v^*/\omega^*\}$. Например, для $r_a = 2$ см; $Sh = 0,18$; $M_H = 1,73$ и антисимметричных колебаний ($n = 1$ в обозначениях [13]) получаются следующие значения: измеренное $\lambda = 12,0$ см, рассчитанное $\lambda = 15,2$ см; измеренное $\varphi_r^* = 0,286 \text{ см}^{-1}$, рассчитанное $\varphi_r^* = 1,00 \text{ см}^{-1}$. Из сравнения следует, что результаты работы [13] недостаточно полно учитывают истинную зависимость φ_r и φ_i от стационарных параметров струи. Поэтому можно ожидать, что отмеченное несоответствие между рассчитанными и измеренными значениями φ_r и φ_i зависит систематически от названных параметров. Следовательно, величины F_1 и F_2 , ниже определенные экспериментально, кроме указанных ранее трансформаций возмущений, должны учитывать отмеченное несоответствие.

Величина F_1 была определена по следующей методике: у торца сопла и в центре преграды устанавливались датчики давления. Для режимов течения с автоколебаниями вычислялось отношение амплитуд измеренных давлений $|p(\xi = 1)|/|p_c| = e^{\varphi_r}$ и вычислялось значение φ_r . По формуле (4.2) рассчитывалось значение φ_r , при этом величина частоты, входящей в число Струхалиа, определялась из опыта. Оказалось, что для различных режимов течения отношение измеренного значения φ_r к расчетному φ_r остается с приемлемой точностью единицей, если расчетное значение φ_r умножить на функцию $F_1 = M_H L$.

После подстановки значения F_1 в (4.1) и преобразований для φ_r получается выражение

$$(4.3) \quad \varphi_r = 0,955 \sqrt{1 + \frac{k-1}{2} M_H^2 \frac{\omega^2}{L M_H}} l.$$

Для нахождения F_2 определялась фазовая скорость (с помощью скоростной киносъемки и с помощью термоанемометра). Было установлено, что $F_2 = 1,25$. Как видно из приведенного выше примера для свободной струи ($r_a = 2$ см; $Sh = 0,18$; $M_H = 1,73$), отношение рассчитанного λ к измеренному также близко к 1,25.

После подстановки значения F_2 в выражение для φ_i (4.1) и преобразований окончательно получим

$$(4.4) \quad \varphi_i = 1,25 \sqrt{1 + \frac{k-1}{2} M_H^2} \frac{\omega}{M_H L} \left(1 + \frac{M_H - 1,2}{\pi M_H L}\right) l.$$

Таким образом, в формулах (4.3), (4.4) эмпирически учтены все влияния на эволюцию возмущения от торца сопла до преграды.

5. Из уравнений (2.2), (2.3), (3.3) можно получить характеристическое уравнение для вычисления областей и частот автоколебаний в эффекте Гартмана. В случае $M_1 \geq 3,0$, что обычно имеет место в исследуемом явлении, выполняется неравенство

$$|(1 - \lambda_1) \exp \{-\beta/(M + 1)\}| \ll |(1 + \lambda_1) \exp \{-\beta/(M - 1)\}|.$$

При этом условии характеристическое уравнение имеет вид

$$\frac{k+1}{4M_2} \beta \frac{\exp\left\{-\beta \frac{r_c}{L}\right\}}{r_c L} (R_2^2 - R_1^2) \exp\{\varphi_r + i\varphi_i\} \approx (1 + \lambda_1) \exp\left\{-\frac{\beta}{M-1}\right\}.$$

Введением обозначений

$$\psi_1 = \frac{k+1}{4M_2} \frac{(R_2^2 - R_1^2)}{r_c L (1 + \lambda_1)}, \quad \psi_2 = \frac{r_c}{L} + \frac{1}{1-M}$$

и разделением действительной и мнимой частей получается система двух уравнений для вычисления v и ω

$$(5.1) \quad \begin{aligned} \exp\{v\psi_2\} \cos \psi_2 \omega &= \psi_1 \exp\{\varphi_r\} (v \cos \varphi_i - \omega \sin \varphi_i); \\ \exp\{v\psi_2\} \sin \psi_2 \omega &= \psi_1 \exp\{\varphi_r\} (\omega \cos \varphi_i + v \sin \varphi_i). \end{aligned}$$

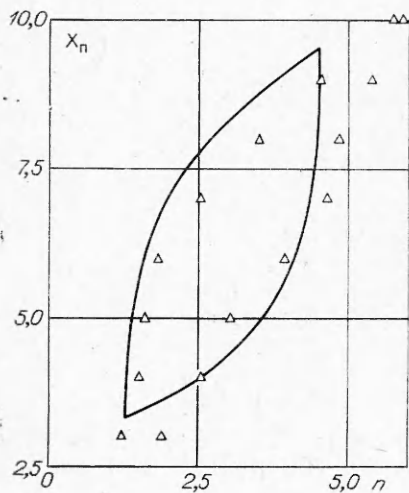
Для удобства вычисления корней систему (5.1) можно привести к виду

$$(5.2) \quad \begin{aligned} v &= \omega / \operatorname{tg}(\psi_2 \omega - \varphi_i), \\ \exp\{2\psi_2 v\} &= \psi_1^2 \exp\{2\varphi_r\} (v^2 + \omega^2). \end{aligned}$$

При этом система (5.2) может иметь корни, не являющиеся корнями исходной системы (5.1). Если в результате решения системы (5.1) окажется, что $v < 0$, то струйное течение устойчиво, если $v > 0$, то должны развиваться автоколебания.

Коэффициенты в уравнениях (5.1), (5.2) зависят от осредненных параметров струи, последние считаются известными.

6. Сопоставим результаты расчета, проведенного решением системы (5.2), с опубликованными экспериментальными данными. При расчетах для определения необходимых стационарных параметров струи использовались эмпирические зависимости, приведенные в работах [15—17]. В результате изучения большого количества фотоснимков теневой картины течения и волновой картины излучаемого акустического поля для струй с параметрами $M_a = 1-2,0$, $n = 1-20$; $X_H = 4-14$ было

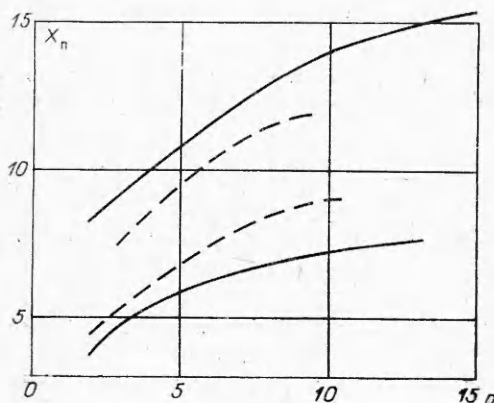


Фиг. 2

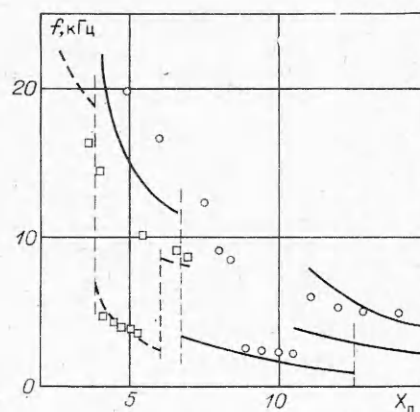
ния получена экспериментально [4]. На фиг. 4 для бесконечной преграды, числа Маха $M_a = 2,0$ для двух значений нерасчетности струи $n = 2,0$ (штриховая кривая) и $n = 7,55$ (сплошная кривая) приведена зависимость размерной частоты колебания от расстояния между соплом и преградой. Экспериментальные точки (квадратики для $n = 2,0$ и кружочки для $n = 7,55$) взяты из работы [18]. Из сравнения расчетных и экспериментальных данных следует, что изложенная теория правильно отражает основные особенности исследуемого явления и дает удовлетворительное количественное согласие с экспериментом. Так, из фиг. 4 видно, что при удалении преграды от торца сопла (X_n растет) и при фиксированной нерасчетности (пусть $n = 7,55$) при некотором значении X_n возникают автоколебания высокой частоты, но, как показывает эксперимент, малой интенсивности. При росте X_n частота этих колебаний монотонно падает. При некотором значении X_n частота колебаний уменьшается скачком, а, как показывает эксперимент, амплитуда резко возрастает. Такие колебания принято называть эффектом Гартмана. При дальнейшем увеличении X_n частота колебаний монотонно падает и амплитуда уменьшается. К основной моде затем добавляются следующие моды, и на некоторых участках можно об-

принято для конечной преграды $R_2 = R_1$, если радиус диска Маха больше или равен радиусу преграды. Если радиус преграды больше радиуса диска Маха, но меньше $(3/2)R_1$, то $R_2 = 2r_n$. Если $r_n > (3/2)R_1$, то $R_2 = 2R_1$ при $R_1 \leq 0,5l$ или $R_2 = 0,5l$ при $R_1 > 0,5l$. В последнем случае смысл назначения величины R_2 связан с тем, что ширина кольца излучателя не должна быть больше четверти длины волны излучения.

На фиг. 2 представлена кривая нейтральной устойчивости для $M_a = 1,5$; $r_n = 1,25$. Сплошной линией проведена кривая, полученная расчетом. Экспериментальные точки заимствованы из работы [3]. На фиг. 3 приведена кривая нейтральной устойчивости для $M_a = 2,0$ и бесконечной преграды. Сплошная линия получена расчетом, штриховая линия получена экспериментально [4].



Фиг. 3



Фиг. 4

наружить две моды колебаний. При дальнейшем росте X_{II} нулевая мода исчезает и остается звучать вторая мода. Первая мода в эксперименте не обнаружена, хотя расчет показывает возможность ее существования (но расчет не может указать на интенсивность возможного колебания). При $n = 2$, как видно из фиг. 4, эксперимент обнаруживает нулевую и первую моду.

Очевидно, что приведенные на фиг. 2, 3 границы области автоколебаний не являются линиями, разделяющими зоны наличия и отсутствия колебаний с дискретным тоном. Они лишь выделяют область существования нулевой моды колебания, обладающей большой интенсивностью.

Поступила 25 III 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. Hartmann J., Trolle B. New investigation on the jet generator for acoustic waves. Det. Kgl. Danske Videnskabernes selekab. Mathematisk-fysiske Meddelelser. VII, 6, 1926.
2. Борисов Ю. Я. Источники мощного ультразвука.— В кн.: Физика и техника мощного ультразвука. Ч. 1. М., «Наука», 1967, с. 9.
3. Голубков А. Г., Козьменко Б. К., Остапенко В. А., Солотчин А. В. О взаимодействии сверхзвуковой недорасширенной струи с плоской ограниченной преградой.— «Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук», 1972, вып. 3, № 13, с. 52.
4. Семилетенко Б. Г., Усков В. П. Экспериментальные зависимости, определяющие положение ударных волн в струе, натекающей на преграду, перпендикулярную ее оси.— «Инж.-физ. журн.», 1972, т. 23, № 3, с. 453.
5. Дулов В. Г. О движении тройной конфигурации ударных волн с образованием следа за точкой ветвления.— ПМТФ, 1973, № 6, с. 67.
6. Глазнев В. И., Демин В. С., Желтухин Н. А. К теории струйного генератора Гартмана.— «Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук», 1973, вып. 3, № 13, с. 138.
7. Morch K. A. A theory for the mode of operation of the Hartmann air jet generator.— «J. Fluid Mechanics», 1964, vol. 20. Рус. пер. сб. Механика, 1965, № 2(90), с. 110.
8. Раушенбах Б. В. Вибрационное горение. М., ГИФМЛ, 1961.
9. Скабин А. П., Тарасюк В. А. Взаимодействие акустических возмущений с ударной волной.— «Труды Ленингр. политехн. ин-та. Аэротермодинамика», 1970, № 313.
10. Гинзбург И. П. Аэрогазодинамика. М., «Выш. школа», 1966, с. 318—320.
11. Ржевкин С. Н. Курс лекций по теории звука. Изд. Московск. ун-та, 1960.
12. Лямшев Л. М. К теории рассеяния звука тонким стержнем.— «Акуст. журн.», 1956, т. III, вып. 4.
13. Седелников Т. Х. О дискретной составляющей частотного спектра шума свободной сверхзвуковой струи.— В кн.: Физика аэродинамических шумов. М., «Наука», 1967.
14. Глазнев В. И. Некоторые закономерности распространения возмущений дискретного тона в сверхзвуковой свободной струе.— «Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук», 1972, вып. 2, № 8, с. 37.
15. Финатъев Ю. П., Щербаков Л. А. О возможности аппроксимации границы недорасширенной осесимметричной струи дугой эллипса.— «Инж.-физ. журн.», 1969, т. XVII, № 4.
16. Авдусевский В. С., Иванов А. В., Карпман П. М., Трасковский В. Д., Юделович М. Я. Течение в сверхзвуковой вязкой недорасширенной струе.— «Изв. АН СССР. МЖГ», 1970, № 3.
17. Остапенко В. А., Солотчин А. В. Силовое воздействие сверхзвуковой недорасширенной струи на плоскую преграду.— «Изв. СО АН СССР», 1974, вып. 3, № 13.
18. Семилетенко Б. Г., Собколов Б. Н., Усков В. П. Особенности неустойчивого взаимодействия сверхзвуковой струи с безграничной преградой.— «Изв. СО АН СССР», 1972, вып. 3, № 13.