

УДК 539.3

## ФИЗИЧЕСКИЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ ЗАДАЧ УДАРНОГО НАГРУЖЕНИЯ И НЕСТАЦИОНАРНОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ КОМПОЗИТНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Г. И. Расторгуев, С. И. Снисаренко

Новосибирский государственный технический университет, 630092 Новосибирск  
E-mails: firstpro@adm.nstu.ru, snis@craft.nstu.ru

Рассматривается задача определения упругих и вязких характеристик композиционных материалов, необходимых и достаточных для выбора физических соотношений при решении задач ударного нагружения с малыми скоростями удара (до 200 м/с) и нестационарного деформирования в диапазоне скоростей не более  $10^2 \text{ с}^{-1}$  для многослойных балок, пластин и оболочек.

**Ключевые слова:** композиционные материалы, композитные конструкции, балки, пластины, оболочки, ударное нагружение, нестационарное деформирование.

**Введение.** В настоящее время в авиации, ракетостроении, судостроении и т. д. широко применяются многослойные композиционные материалы (КМ) типа стекло-, угле-, органопластиков и т. п. с различными направлениями армирующих волокон и объемной долей полимерного связующего.

Характеристики однонаправленных слоев являются основой для расчета эффективных упругих характеристик многослойного пакета композита. Таким образом, многослойные оболочки, пластины и балки характеризуются эффективными жесткостями, которые в свою очередь определяются упругими характеристиками жесткости монослоев. Все известные на сегодняшний день методы определения эффективных характеристик многослойных композитов основаны на фундаментальных работах С. Г. Лехницкого [1] и С. А. Амбарцумяна [2] и развиты в работах как отечественных, так и зарубежных ученых (см. [3–6] и др.), в частности для динамических задач (см., например, [7, 8] и др.).

Вследствие наличия полимерного связующего КМ в той или иной степени обладают вязкоупругими свойствами, которые проявляются уже при квазистатическом нагружении, а при ударном нагружении играют существенную роль. Это обусловило появление нового направления исследований — идентификации эффективных деформационных характеристик моделей вязкоупругого деформирования композитных конструкций при нестационарном нагружении (см. [8, 9] и др.).

Вместе с тем существуют так называемые нестационарные методы экспериментального определения динамических упругих констант КМ по результатам измерения скоростей продольных и изгибных волн деформации [10, 11]. Экспериментальные данные о степени затухания этих волн могут быть использованы для определения динамических вязких констант. В этом случае единственным ограничением является наличие слоев многослойных композитов в количестве, достаточном для реализации продольного ударного нагружения образцов. Как показали предварительные эксперименты, в материалах типа угле- и стеклопластиков должно быть не менее 12 слоев, что характерно, например, для авиационных конструкций.

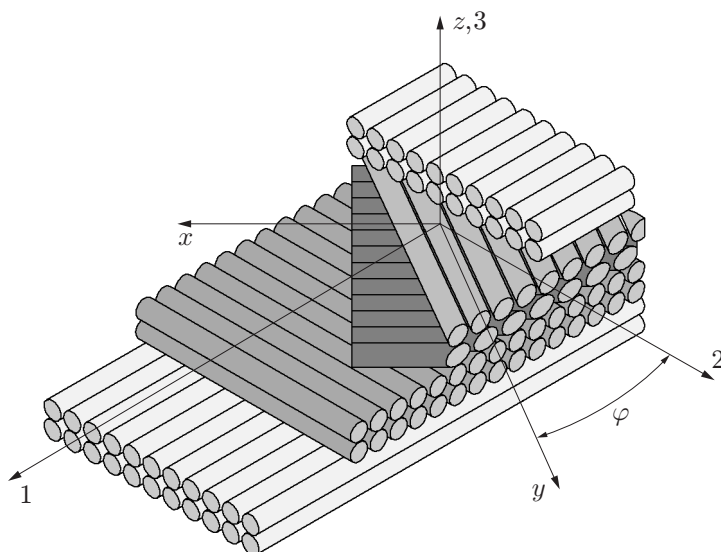


Рис. 1. Расчетная схема многослойного пакета композита для оболочек, пластин и балок

Определение необходимого и достаточного набора упругих и вязких констант КМ служит основой для выбора физических соотношений при решении задач ударного нагружения и нестационарного деформирования элементов композитных конструкций типа многослойных балок, пластин и оболочек.

### 1. Физические соотношения для многослойных оболочек, пластин и балок.

Угле- и стеклопластики представляют собой слоисто-волокнистые КМ, которые используются для создания многослойных конструкций типа оболочек, пластин и балок. Слои пакета композита, структура которого представлена на рис. 1, имеют различную жесткость, поэтому упругие свойства всего пакета характеризуются тензором жесткости  $A$ . При этом для любого слоя закон Гука имеет вид

$$\sigma^{ij} = A^{ijkl} e_{kl} \quad (i, j, k, l = 1, 2, 3), \quad (1)$$

где  $\sigma^{ij}$  — компоненты тензора напряжений слоя;  $e_{kl}$  — компоненты тензора деформаций;  $A^{ijkl}$  — компоненты тензора жесткости слоя.

Ниже выводятся соотношения для эффективных жесткостей многослойных оболочек с упрощением для многослойных пластин и балок. Используется система координат  $(x_1, x_2, x_3)$ . Для цилиндрических оболочек  $x_1$  — координата в меридиональном направлении,  $x_2$  — координата в окружном направлении,  $x_3$  — координата в направлении нормали к срединной поверхности оболочки. Для прямоугольных пластин  $(x_1, x_2, x_3)$  — декартова система координат. В задаче об изгибе балки  $x_1$  — продольная координата,  $x_3$  — координата в направлении нормали к срединной поверхности балки.

Для рассматриваемых цилиндрических оболочек используем линейные кинематические соотношения пологих оболочек на основе сдвиговой теории типа теории Тимошенко в следующем виде [12]:

$$e_{\alpha\beta} = \Omega_{\alpha\beta} + x_3 \chi_{\alpha\beta}, \quad e_{\alpha 3} = \Omega_{\alpha 3}, \quad e_{33} = \Omega_{33} \quad (\alpha, \beta = 1, 2). \quad (2)$$

Здесь  $e_{\alpha\beta}$  — компоненты тензора деформаций оболочки;  $\Omega_{\alpha\beta}$  — компоненты симметричного тензора деформаций срединной поверхности;  $\Omega_{\alpha 3}$  — деформации поперечного сдвига;  $\Omega_{33}$  — деформации нормали;  $\chi_{\alpha\beta}$  — компоненты симметричного тензора искривлений срединной поверхности оболочки.

Выражения для усилий, моментов и поперечных сил имеют вид

$$\begin{aligned} N^{\alpha\beta} &= \int_{-H/2}^{H/2} \sigma^{\alpha\beta} dx_3, & N^{33} &= \int_{-H/2}^{H/2} \sigma^{33} dx_3, \\ M^{\alpha\beta} &= \int_{-H/2}^{H/2} \sigma^{\alpha\beta} x_3 dx_3, & Q^{\alpha 3} &= \int_{-H/2}^{H/2} \sigma^{\alpha 3} dx_3 \quad (\alpha, \beta = 1, 2). \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь  $N^{\alpha\beta}$  — компоненты тензора мембранных усилий оболочки;  $N^{33}$  — компоненты тензора усилия обжатия нормали;  $M^{\alpha\beta}$  — компоненты тензора моментов;  $Q^{\alpha 3}$  — компоненты тензора поперечных сил оболочки.

Подставляя (1) и (2) в соотношения (3), получаем физические соотношения

$$\begin{aligned} N^{\alpha\beta} &= \Theta^{\alpha\beta\gamma\delta} \Omega_{\gamma\delta} + \Sigma^{\alpha\beta\gamma\delta} \chi_{\gamma\delta} + \Theta^{\alpha\beta 33} \Omega_{33}, & N^{33} &= \Theta^{3333} \Omega_{33} + \Theta^{33\alpha\beta} \Omega_{\alpha\beta} + \Sigma^{33\alpha\beta} \chi_{\alpha\beta}, \\ M^{\alpha\beta} &= \Sigma^{\alpha\beta\gamma\delta} \Omega_{\gamma\delta} + \Xi^{\alpha\beta\gamma\delta} \chi_{\gamma\delta} + \Sigma^{\alpha\beta 33} \Omega_{33}, & Q^{\alpha 3} &= 2\Theta^{\alpha 3\beta 3} \Omega_{\alpha 3} \quad (\alpha, \beta, \gamma, \delta = 1, 2), \end{aligned}$$

где  $\Theta$ ,  $\Sigma$ ,  $\Xi$  — тензоры мембранной, мембранно-изгибной и изгибной жесткостей оболочки:

$$(\Theta, \Sigma, \Xi) = \int_{-H/2}^{H/2} A(1, z, z^2) dz. \quad (4)$$

Интегрируя (4), находим выражения для эффективных жесткостей многослойной оболочки, в которые входят жесткости отдельных слоев  $A_k$ :

$$\begin{aligned} \Theta^{\alpha\beta\gamma\delta} &= \sum_{k=1}^K A_k^{\alpha\beta\gamma\delta} (z_{k+1} - z_k), & \Theta^{\alpha\beta 33} &= \sum_{k=1}^K A_k^{\alpha\beta 33} (z_{k+1} - z_k), \\ \Theta^{3333} &= \sum_{k=1}^K A_k^{3333} (z_{k+1} - z_k), & \Theta^{\alpha 3\beta 3} &= \sum_{k=1}^K A_k^{\alpha 3\beta 3} (z_{k+1} - z_k), \\ \Sigma^{\alpha\beta\gamma\delta} &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K A_k^{\alpha\beta\gamma\delta} (z_{k+1}^2 - z_k^2), & \Sigma^{\alpha\beta 33} &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K A_k^{\alpha\beta 33} (z_{k+1}^2 - z_k^2), \\ \Xi^{\alpha\beta\gamma\delta} &= \frac{1}{3} \sum_{k=1}^K A_k^{\alpha\beta\gamma\delta} (z_{k+1}^3 - z_k^3). \end{aligned} \quad (5)$$

Из формул для тензоров эффективных жесткостей многослойной оболочки (5) можно получить эффективные жесткости для многослойных пластин и балок.

При матричной записи физических соотношений используются следующие обозначения компонент тензоров эффективных жесткостей: 11 → 1; 22 → 2; 33 → 3; 23 → 4; 13 → 5; 12 → 6. При матричной записи физические соотношения (1) имеют вид

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\}.$$

Здесь  $\{\varepsilon\}^T$  — вектор деформаций:

— для оболочек и пластин

$$\{\varepsilon\}^T = \{\Omega_{11}, \Omega_{22}, \Omega_{33}, 2\Omega_{23}, 2\Omega_{13}, 2\Omega_{12}, \chi_{11}, \chi_{22}, 2\chi_{12}\};$$

— для балок

$$\{\varepsilon\}^T = \{\Omega_{xx}, \Omega_{zz}, 2\Omega_{xz}, \chi_{xx}\};$$

$\{\sigma\}^T$  — вектор усилий, моментов и поперечных сил:

— для оболочек и пластин

$$\{\sigma\}^T = \{N_{11}, N_{22}, N_{33}, 2Q_{23}, 2Q_{13}, N_{12}, M_{11}, M_{22}, M_{12}\};$$

— для балок

$$\{\sigma\}^T = \{N_{11}, N_{33}, 2Q_{13}, M_{11}\}.$$

Для векторов деформаций, усилий, моментов и поперечных сил в случае многослойной полой оболочки и многослойных пластин матрица эффективных жесткостей  $[D]$  размером  $9 \times 9$  имеет следующий вид:

$$[D] = \begin{bmatrix} \Theta_{11} & \Theta_{12} & \Theta_{13} & 0 & 0 & \Theta_{16} & \Sigma_{11} & \Sigma_{12} & \Sigma_{16} \\ \Theta_{21} & \Theta_{22} & \Theta_{23} & 0 & 0 & \Theta_{26} & \Sigma_{21} & \Sigma_{22} & \Sigma_{26} \\ \Theta_{31} & \Theta_{32} & \Theta_{33} & 0 & 0 & 0 & \Sigma_{31} & \Sigma_{32} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Theta_{44} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \Theta_{55} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \Theta_{61} & \Theta_{62} & 0 & 0 & 0 & \Theta_{66} & 0 & 0 & \Sigma_{66} \\ \Sigma_{11} & \Sigma_{21} & \Sigma_{31} & 0 & 0 & 0 & \Xi_{11} & \Xi_{12} & \Xi_{16} \\ \Sigma_{12} & \Sigma_{22} & \Sigma_{32} & 0 & 0 & 0 & \Xi_{21} & \Xi_{22} & \Xi_{26} \\ \Sigma_{16} & \Sigma_{26} & 0 & 0 & 0 & \Sigma_{66} & \Xi_{61} & \Xi_{62} & \Xi_{66} \end{bmatrix},$$

в случае многослойных балок матрица эффективных жесткостей  $[D]$  размером  $4 \times 4$  имеет вид

$$[D] = \begin{bmatrix} \Theta_{11} & \Theta_{13} & 0 & \Sigma_{11} \\ \Theta_{31} & \Theta_{33} & 0 & \Sigma_{31} \\ 0 & 0 & \Theta_{55} & 0 \\ \Sigma_{11} & \Sigma_{31} & 0 & \Xi_{11} \end{bmatrix}.$$

Здесь компоненты матриц эффективных жесткостей для оболочек, пластин и балок определяются по формулам (5). Отметим, что матрицы эффективных жесткостей записаны для случая, когда в каждом слое пакета композита плоскостью упругой симметрии является срединная поверхность слоя.

**2. Характеристики жесткости и вязкости КМ.** Упругие свойства всего пакета композита характеризуются матрицей жесткости слоя

$$[A^k] = \begin{bmatrix} A_{11}^k & A_{12}^k & A_{16}^k \\ A_{21}^k & A_{22}^k & A_{26}^k \\ A_{61}^k & A_{62}^k & A_{66}^k \end{bmatrix}. \quad (6)$$

В свою очередь компоненты матрицы жесткости выражаются через компоненты однонаправленного монослоя (представительного элемента), рассматриваемого в системе координат  $(1, 2)$ , оси которой совпадают с осями симметрии материала (см. рис. 1):

$$[A^k] = [T_A]^T [A_{1,2}] [T_A].$$

Здесь  $[A_{1,2}]$  — матрица жесткости однонаправленного монослоя, которая в случае плоского напряженного состояния имеет вид [5]

$$[A_{1,2}] = \frac{1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \begin{bmatrix} E_{11} & \nu_{21}E_{11} & 0 \\ \nu_{12}E_{22} & E_{22} & 0 \\ 0 & 0 & (1 - \nu_{12}\nu_{21})G_{12} \end{bmatrix};$$

$[T_A]$  — матрица поворотов для матрицы жесткости однонаправленного КМ:

$$[T_A] = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & sc \\ s^2 & c^2 & -sc \\ -2sc & 2sc & c^2 - s^2 \end{bmatrix}; \quad (7)$$

$s = \sin \varphi$ ;  $c = \cos \varphi$ ;  $\varphi$  — угол укладки волокон.

Угле- и стеклопластики представляют собой слоисто-волоконистые КМ, которые вследствие наличия полимерного связующего в той или иной степени обладают вязкоупругими свойствами. В качестве реологических соотношений [13] примем линейную зависимость напряжений от деформаций и их скоростей (модель Фойгта):

$$\sigma^{ij} = A^{ijkl} e_{kl} + W^{ijkl} \frac{de_{kl}}{dt} \quad (i, j, k, l = 1, 2, 3).$$

Здесь  $\sigma^{ij}$  — компоненты тензора напряжений слоя;  $e_{kl}$  — компоненты тензора деформаций;  $A^{ijkl}$  — компоненты тензора жесткости;  $W^{ijkl}$  — компоненты тензора вязкости слоя.

Компоненты матрицы жесткости слоя определены в (6). Рассмотрим один из возможных способов определения компонент матрицы вязкости. Как правило, в качестве матрицы вязкости используется матрица декрементов затухания [14]. В работе [15] на основе анализа особенностей формирования диссипативных характеристик слоисто-волоконистых КМ при динамическом нагружении получена упругодиссипативная матрица, которая в настоящей работе используется в качестве матрицы вязкости. Согласно [15] для однонаправленного КМ, рассматриваемого в системе координат (1, 2), оси которой совпадают с осями симметрии материала (см. рис. 1), матрица вязкости однонаправленного монослоя в случае плоского напряженного состояния записывается следующим образом:

$$[W_{1,2}] = \begin{bmatrix} \psi_{11}/E_{11} & -\nu_{21}\psi_{11}/E_{22} & 0 \\ -\nu_{12}\psi_{11}/E_{11} & \psi_{22}/E_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \psi_{12}/G_{12} \end{bmatrix} \quad (8)$$

( $\psi_{11}$ ,  $\psi_{22}$ ,  $\psi_{12}$  — коэффициенты диссипации, определенные в работе [15], при свободном колебании консольных образцов из углепластика).

При повороте системы координат на угол  $\varphi$  (см. рис. 1) матрица вязкости однонаправленного монослоя в системе координат  $(x, y)$  принимает вид

$$[W^k] = [T_B]^T [W_{1,2}] [T_B]. \quad (9)$$

Здесь  $[T_B]$  — матрица поворотов для матрицы вязкости однонаправленного КМ. Матрица поворотов для матрицы вязкости (9) обозначена  $T_B$ , так как она отличается от аналогичной матрицы поворотов (7) для матрицы жесткости однонаправленного КМ:

$$[T_B] = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & 2sc \\ s^2 & c^2 & -2sc \\ -sc & sc & c^2 - s^2 \end{bmatrix}.$$

Таким образом, вязкие свойства всего пакета композита характеризуются матрицей вязкости слоя

$$[W^k] = \begin{bmatrix} W_{11}^k & W_{12}^k & W_{16}^k \\ W_{21}^k & W_{22}^k & W_{26}^k \\ W_{61}^k & W_{62}^k & W_{66}^k \end{bmatrix}.$$

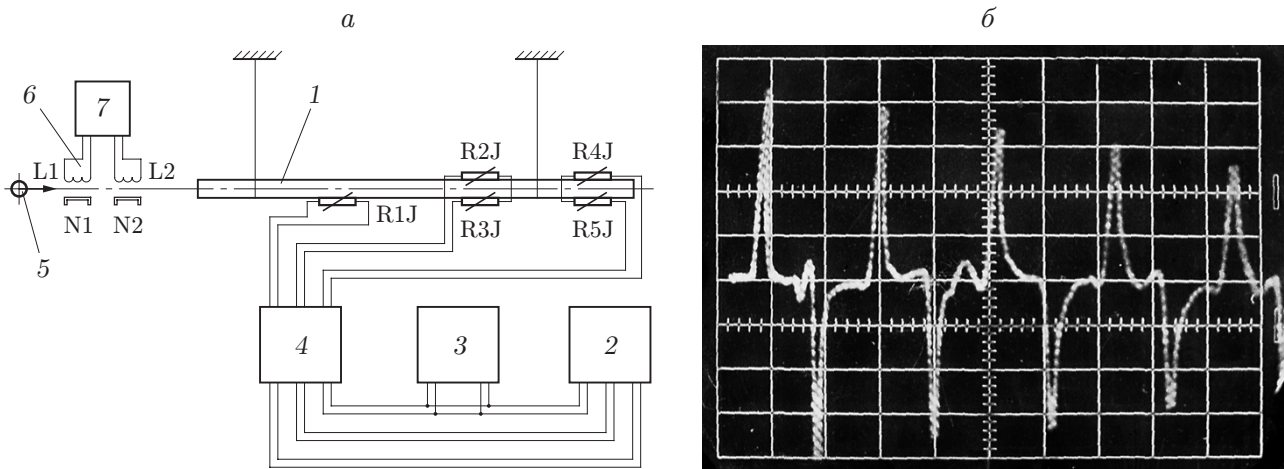


Рис. 2. Схема экспериментальной установки (а) и характерная осциллограмма (б), используемые для определения динамических характеристик жесткости методом “нестационарного стержня”:

1 — испытываемый стержень; 2 — электронный осциллограф С8-13 с памятью; 3 — электронный частотомер ЧЗ-34 для определения времени пробега волны; 4 — высокочувствительный усилитель Я40-1103 (1У14); 5 — метаемое тело (ударник); 6 — магнитоиндукционные датчики регистрации скорости ударника; 7 — электронный частотомер ЧЗ-34 для определения скорости ударника

Определяющими компонентами матрицы вязкости являются  $E_{11}$ ,  $E_{22}$ ,  $G_{12}$  — общепринятые технические упругие константы и коэффициенты  $\psi_{11}$ ,  $\psi_{22}$ ,  $\psi_{12}$  — технические вязкие константы, получаемые из экспериментов, в которых реализуются простые виды напряженного состояния.

**3. Динамические упругие и вязкие константы КМ.** В работах [10, 11] для определения динамического модуля упругости  $E_{11}^{dyn}$  разработан метод, основанный на регистрации скорости распространения прямых и отраженных волн деформаций при продольном ударе по торцу свободноповешенного стержня, изготовленного из композиционного материала, и получивший название метода “нестационарного стержня”. Схема экспериментальной установки и характерная осциллограмма представлены на рис. 2.

На свободноповешенном стержне в трех сечениях наклеены тензодатчики типа КФ-4П1-5-100-Б-12, подключенные через мостовую измерительную схему к высокочувствительному усилителю. Тензодатчик R1J предназначен для синхронизации момента запуска развертки осциллографа с моментом воздействия продольной волны на тензодатчики R2J или R3J и R4J или R5J. Симметричное расположение тензодатчиков на стержне необходимо для исключения изгибной составляющей продольной волны. Удар производился по торцу стеклопластикового стержня размером  $330 \times 10 \times 10$  мм с углами укладки  $0^\circ$  и  $90^\circ$ . Масса ударника  $m = 3 \cdot 10^{-3}$  кг, скорость соударения  $V = 40$  м/с. Скорость ударника регистрировалась магнитоиндукционными датчиками при пролете им базового расстояния между катушками индуктивности L1 и L2 с магнитами N1 и N2.

На осциллограмме, представленной на рис. 2, б, показано распространение импульса продольной волны вдоль стержня при ее многократном отражении от торцов с последующим затуханием. Экспериментально определяемая скорость распространения продольной волны деформации  $C_E^{exp}$  и время  $\Delta\tau$  пробега продольной волной базового расстояния  $L$ , определяемого по осциллограмме, связаны соотношением

$$C_E^{exp} = L/\Delta\tau.$$

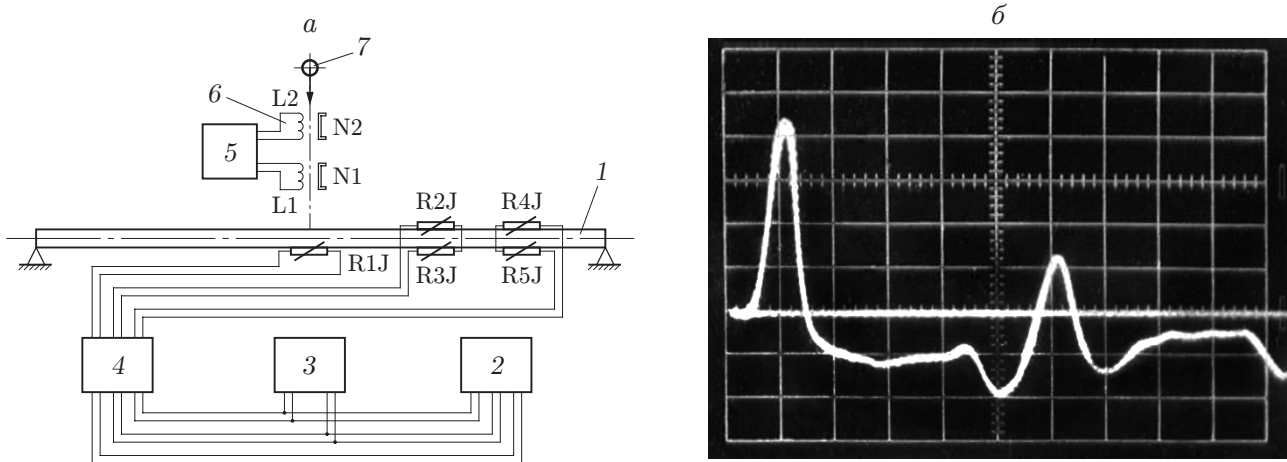


Рис. 3. Схема экспериментальной установки (а) и характерная осциллограмма (б), используемые для определения динамических характеристик жесткости методом “нестационарной балки”:

1 — испытываемая балка; 2 — электронный осциллограф С8-13 с памятью; 3 — электронный частотомер ЧЗ-34 для определения времени пробега волны; 4 — высокочувствительный усилитель Я40-1103 (1У14); 5 — электронный частотомер ЧЗ-34 для определения скорости ударника; 6 — магнитоиндукционные датчики регистрации скорости ударника; 7 — метаемое тело (ударник)

Динамический продольный модуль упругости определяется по формуле

$$E_{11}^{dyn} = \rho(C_E^{exp})^2,$$

где  $\rho$  — плотность композиционного материала испытываемого стержня.

На основе анализа переходных процессов в балках из композиционных материалов при поперечном ударе [11, 16] показано, что при определенных условиях, накладываемых на величины ударных импульсов и характерные размеры балок, можно получить осциллограммы, на которых удается зарегистрировать прямую и отраженную изгибные волны деформаций, распространяющиеся со скоростью волны поперечного сдвига. Эта скорость волны в свою очередь функционально связана с динамическим модулем поперечного сдвига  $G_{13}^{dyn}$ . Предлагаемый метод определения динамического модуля поперечного сдвига получил название метода “нестационарной балки”.

На рис. 3 показаны схема экспериментальной установки и характерная осциллограмма распространения изгибного импульса. На шарнирно закрепленной балке в трех сечениях наклеены тензодатчики КФ-4П1-5-100-Б-12, подключенные через мостовую измерительную схему к высокочувствительному усилителю. Тензодатчик R1J предназначен для синхронизации момента запуска развертки осциллографа с моментом воздействия изгибной волны на тензодатчики R2J или R3J и R4J или R5J. Поперечный удар производился по тому же образцу, который ранее нагружался продольным ударом по схеме “нестационарного стержня” при тех же параметрах удара.

На осциллограмме, представленной на рис. 3, б, показано распространение прямого и отраженного от торца изгибных импульсов вдоль балки с последующим затуханием. Экспериментально определяемая скорость распространения изгибной волны деформаций и время  $\Delta\tau$  пробега изгибной волной базового расстояния  $L$  связаны соотношением

$$C_G^{exp} = L/\Delta\tau.$$

Таблица 1

Статические и динамические упругие характеристики испытываемых КМ

КМ	$\varphi$ , град	$E_{11}^{dyn} \cdot 10^{-8}$ , Н/М <sup>2</sup>	$G_{13}^{dyn} \cdot 10^{-8}$ , Н/М <sup>2</sup>	$E_{11}^{dyn}/E_{11}^{st}$	$E_{11}^{dyn}/G_{13}^{dyn}$
Стеклопластик	0, 90	283	47	1,11	6,0
	$\pm 45$	174	38	1,08	4,6
	0, $\pm 45$ , 90	223	43	1,09	5,2
Углепластик	0, 90	1480	88	1,08	16,9
	$\pm 45$	1154	81	1,04	14,3
	0, $\pm 45$ , 90	1325	85	1,06	15,5

Динамический модуль поперечного сдвига определяется по формуле

$$G_{13}^{dyn} = \rho(C_G^{exp})^2/k.$$

Здесь  $\rho$  — плотность материала балки, изготовленной из КМ;  $k$  — коэффициент, зависящий от формы поперечного сечения (для балки с прямоугольным поперечным сечением  $k = 2/3$ ).

На рис. 2,б и рис. 3,б представлены осциллограммы распространения продольного и изгибного импульсов для стеклопластиковых стержней и балок соответственно. Аналогичные осциллограммы получены для углепластиковых стержней и балок, характеристики которых представлены ниже. Характеристики монослоя стеклопластика:  $\rho = 1800$  кг/м<sup>3</sup>,  $h = 0,3 \cdot 10^{-3}$  м,  $E_{11} = 270 \cdot 10^8$  Н/м<sup>2</sup>,  $E_{22} = 70 \cdot 10^8$  Н/м<sup>2</sup>,  $G_{12} = 46 \cdot 10^8$  Н/м<sup>2</sup>,  $\nu_{12} = 0,26$ . Характеристики монослоя углепластика:  $\rho = 1450$  кг/м<sup>3</sup>,  $h = 0,125 \cdot 10^{-3}$  м,  $E_{11} = 1400 \cdot 10^8$  Н/м<sup>2</sup>,  $E_{22} = 85 \cdot 10^8$  Н/м<sup>2</sup>,  $G_{12} = 61 \cdot 10^8$  Н/м<sup>2</sup>,  $\nu_{12} = 0,28$ . Объемная доля полимерного связующего в пакете композита составляет 35 %.

Эффективные модули упругости и поперечного сдвига для пакета композита  $E_{11}^{st}$ ,  $E_{22}^{st}$ ,  $G_{13}^{st}$ , рассчитанные по зависимостям [5], будем называть статическими модулями упругости и поперечного сдвига. Динамические модули упругости и поперечного сдвига  $E_{11}^{dyn}$ ,  $E_{22}^{dyn}$ ,  $G_{13}^{dyn}$  определяются на основе экспериментальных “нестационарных методов”: метода “нестационарного стержня” и метода “нестационарной балки” — по скоростям распространения продольных и изгибных волн деформаций.

Результаты определения статических и динамических модулей упругости испытываемых КМ приведены в табл. 1, из которой следует, что для стеклопластика динамические модули упругости больше соответствующих статических модулей на 8–11 %, для углепластика — на 4–8 %. Наибольшее увеличение имеет место для стеклопластика, армированного под углами 0° и 90°, наименьшее — для углепластика, армированного под углами  $\pm 45^\circ$ . При этом для динамических модулей сохраняется значительная степень анизотропии: для стеклопластика  $E/G \approx 6$ , для углепластика  $E/G \approx 15$ .

Введем динамические модули вязкости и модули вязкости поперечного сдвига  $W_{11}^{dyn}$ ,  $W_{22}^{dyn}$ ,  $W_{13}^{dyn}$ , которые зависят от динамических модулей упругости и поперечного сдвига и определяются по зависимостям (8) и (9) на основе полученных в эксперименте скоростей распространения продольных и изгибных волн деформации и декрементов их затухания.

Для определения модулей вязкости продольной упругости  $W_{11}^{dyn}$ ,  $W_{22}^{dyn}$  испытывались те же стержни и балки размером  $330 \times 10 \times 10$  мм с прямоугольным поперечным сечением. В отличие от экспериментов, описанных в [15], использовались осциллограммы послепульсовых колебаний, получаемые методом “нестационарного стержня” (см. рис. 2,б). Развертка по времени выбиралась таким образом, чтобы на экране осциллографа фиксировалось не



Таблица 2  
Динамические вязкие характеристики испытываемых КМ

КМ	$\varphi$ , град	$W_{11}^{dyn}$ , м <sup>2</sup> /Н	$W_{22}^{dyn}$ , м <sup>2</sup> /Н	$W_{12}^{dyn}$ , м <sup>2</sup> /Н
Стеклопластик	0, 90	0,260	0,257	0,138
	$\pm 45$	0,290	0,294	0,117
	0, $\pm 45$ , 90	0,271	0,273	0,130
Углепластик	0, 90	0,072	0,073	0,039
	$\pm 45$	0,093	0,094	0,027
	0, $\pm 45$ , 90	0,081	0,082	0,031

менее 10 циклов прохождения продольной волны по стержню. Результаты обработки осциллограмм для испытываемых КМ представлены в табл. 2. Модули продольной вязкости  $W_{11}^{dyn}$ ,  $W_{22}^{dyn}$  получены методом “нестационарного стержня”. Использование метода “нестационарной балки” для определения модуля вязкости поперечного сдвига  $W_{13}^{dyn}$  затруднено, прежде всего из-за сильной дисперсии изгибного импульса, распространяющегося по балке. Поэтому в табл. 2 приведены значения модуля вязкости сдвига, определенные по методике, изложенной в [15], т. е. по значениям логарифмических декрементов затухания в направлении углов укладки волокон  $0^\circ$ ,  $90^\circ$  и  $45^\circ$ . Из табл. 2 следует, что при одной и той же объемной доле полимерного связующего степень демпфирования стеклопластика больше степени демпфирования углепластика. Для материалов, армированных под углами  $0^\circ$  и  $90^\circ$ , демпфирующая способность стеклопластика примерно в четыре раза выше, чем у углепластика. Для стекло- и углепластиков, армированных под углами  $\pm 45^\circ$ , наблюдается наибольшая демпфирующая способность по сравнению с демпфирующей способностью при других схемах армирования.

**Заключение.** При теоретическом анализе ударного нагружения и нестационарного деформирования композитных балок, пластин и оболочек с использованием в качестве физических соотношений достаточно простых реологических моделей типа модели Фойгта определяющими компонентами матрицы вязкости могут служить динамические модули вязкости, а также динамические модули упругости и поперечного сдвига, которые устанавливаются из экспериментов при простых видах напряженного состояния.

Динамические модули упругости и поперечного сдвига  $E_{11}^{dyn}$ ,  $E_{22}^{dyn}$ ,  $G_{13}^{dyn}$  определяются по скоростям распространения продольных и изгибных волн деформаций с использованием экспериментальных “нестационарных методов”.

Динамические модули вязкости и модули вязкости сдвига  $W_{11}^{dyn}$ ,  $W_{22}^{dyn}$ ,  $W_{13}^{dyn}$  зависят от динамических модулей упругости и поперечного сдвига и определяются по экспериментально найденным скоростям распространения продольных и изгибных волн деформаций и декрементов их затухания.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Лехницкий С. Г. Анизотропные пластинки. М.: Гостехтеоретиздат, 1957.
2. Амбарцумян С. А. Общая теория анизотропных оболочек. М.: Наука, 1974.
3. Болотин В. В. Механика многослойных конструкций / В. В. Болотин, Ю. Н. Новичков. М.: Машиностроение, 1980.
4. Малмейстер А. К. Сопrotивление полимерных и композитных материалов / А. К. Малмейстер, В. П. Тамуж, Г. А. Тетерс. Рига: Зинатне, 1980.
5. Алфуттов Н. А. Расчет многослойных пластин и оболочек из композиционных материалов / Н. А. Алфуттов, П. А. Зиновьев, Б. Г. Попов. М.: Машиностроение, 1984.

6. **Андреев А. Н.** Многослойные анизотропные оболочки и пластины: Изгиб, устойчивость, колебания / А. Н. Андреев, Ю. В. Немировский. Новосибирск: Наука. Сиб. издат. фирма, 2001.
7. **Богданович А. Е.** Нелинейные задачи динамики цилиндрических оболочек. Рига: Зинатне, 1987.
8. **Абросимов Н. А.** Нелинейные задачи динамики композитных конструкций / Н. А. Абросимов, В. Г. Баженов. Н. Новгород: Нижегород. гос. ун-т, 2002.
9. **Абросимов Н. А., Баженов В. Г., Куликова Н. А.** Идентификация вязкоупругих характеристик композитных материалов по результатам экспериментально-теоретического анализа динамического поведения полусферических оболочек // ПМТФ. 2006. Т. 47, № 3. С. 126–133.
10. **Шляхов В. И., Снисаренко С. И.** К вопросу определения механических характеристик полимерных композиционных материалов // Проблемы механики удара и разрушения: Сб. науч. тр. Даугавпилс: Даугавпилс. высш. воен. авиац. инж. уч-ще, 1982. Т. 1, вып. 1–4. С. 4–6.
11. **Снисаренко С. И., Музыченко В. П.** Переходные процессы в балках из полимерных композиционных материалов при ударном нагружении // Проблемы механики удара и разрушения: Сб. науч. тр. Даугавпилс: Даугавпилс. высш. воен. авиац. инж. уч-ще, 1982. Т. 1, вып. 1–4. С. 184–190.
12. **Снисаренко С. И.** Кинематические соотношения для конечно-элементного анализа нестационарного деформирования композитных конструкций // Науч. вестн. НГТУ: Сб. науч. тр. Новосибирск: Новосиб. гос. техн. ун-т, 2007. № 1. С. 151–160.
13. **Ильюшин А. А.** Основы математической теории термовязкоупругости / А. А. Ильюшин, Б. Е. Победря. М.: Наука, 1980.
14. **Спинцис И. А.** Определение физико-механических характеристик упруговязких материалов в ортотропных и изотропных слоях по скорости распространения и декрементам затухания продольных и сдвиговых колебаний // Механика полимеров. 1967. № 1. С. 161–166.
15. **Зиновьев П. А., Ермаков Ю. Н.** Анизотропия диссипативных свойств волокнистых композитов // Механика композит. материалов. 1985. № 5. С. 816–825.
16. **Кокошвили С. М.** Методы динамических испытаний жестких полимерных материалов. Рига: Зинатне, 1978.

*Поступила в редакцию 14/V 2007 г.,  
в окончательном варианте — 21/XII 2007 г.*

---