Теплофизика и аэромеханика, 2009, том 16, № 3

УДК:532.516.2

Волны завихренности в задачах гидродинамической устойчивости

М.Н. Захаренков

ЦАГИ им. Н.Е. Жуковского, Жуковский

Брянский государственный университет им. И.Г. Петровского

E-mail: mikl5353@mail.ru

Известная задача перехода течения около кругового цилиндра при Re = 40 от симметричной формы к вихревой дорожке Кармана может быть рассмотрена как задача развития и усиления вихревых волн. В следе за цилиндром наблюдается развитие трех пучков вихревых волн малой интенсивности, которые хорошо визуализируются как структуры относительной завихренности $\overline{\Omega} = \Omega(t_1) - \Omega(t_0)$ — разности завихренности Ω в два различных момента времени. При этом t_0 — фиксировано. В поле $\overline{\Omega}$ чередующаяся структура квадруполей характеризуется линейным параметром $l = h/d$ отношением ширины центрального пучка вихревых волн к расстоянию между центрами квадруполей "одного знака". При достижении значения $l = 0{,}281$, которое совпадает со значением аналогичного параметра устойчивой вихревой дорожки Кармана, происходит переход от симметричного обтекания вязкой несжимаемой жидкостью к вихревой дорожке.

Ключевые слова: завихренность, вихревые волны, вихревая дорожка.

ВВЕДЕНИЕ

Подробное исследование обтекания кругового цилиндра вязкой несжимаемой жидкостью с учетом зависимости вязкости от температуры при числе Рейнольдса Re = 40 проведено в [1]. Получено, что при больших временах развития течения происходит переход от симметричной формы обтекания к вихревой дорожке. Несмотря на возможное влияние численных факторов конечно-разностной модели, таких как нелинейная неустойчивость, отражение возмущений от дальней границы расчетной области, представляет интерес изучение физических процессов, сопутствующих или приводящих к смене форм обтекания цилиндра.

В работе [2] изучались вихревые волны, распространяющиеся по поверхности профиля NACA0012. Обнаружено их усиление в области отрыва потока и особенно в окрестности задней кромки профиля. Одновременно разработан инструмент обнаружения вихревых волн даже очень малой интенсивности, который сводится к изучению структур поля относительной завихренности $\overline{\Omega} = \Omega(t_1) - \Omega(t_0)$ — разности завихренности Ω в два различных момента времени. Замкнутым структурам в пространстве $\overline{\Omega}$ соответствуют волны в пространстве Ω [3]. В настоящей работе этот аппарат исследования применяется для изучения физики перехода от симметричного обтекания кругового цилиндра к вихревой дорожке.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Постановка задачи производится в переменных: функция тока Ψ, завихренность Ω, температура T, давление p. Функция тока Ψ и завихренность Ω определены следующими соотношениями:

$$u = \frac{\partial \Psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \Psi}{\partial x}, \quad \Omega = \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x}.$$

Система уравнений Навье–Стокса в криволинейных ортогональных координатах ξ, η ($\xi = \ln r$, $\eta = \varphi$, где φ, r — полярные координаты), постановка граничных условий и метод решения приведены в [1, 4, 5]. На поверхности цилиндра задаются условия прилипания. На дальней границе расчетной области задаются условия равномерного потока, реализуемые через задание $\partial\Psi/\partial\xi\,|_{S\infty} = e^{0,5\xi\infty} \sin\eta$ и равенство $\partial\Omega/\partial\xi\,|_{S\infty} = 0$. Начальные условия соответствуют традиционному подходу: старт движущегося тела в покоящейся жидкости, т. е. функция тока и завихренность равны нулю, изменение скорости происходит мгновенно.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Верификация результатов расчетов обтекания кругового цилиндра проведена в [1]. Проведены расчеты при удалении внешней границы расчетной области: окружности радиуса $R_\infty = 40R$, где R — радиус цилиндра, числе улов по радиальному направлению $N_\xi = 640$ и при температуре невозмущенного потока $T_\infty = 20$ °C, температурах цилиндра $T_s = 21$ и $T_s = 30$ °C, которые дают значения коэффициента сопротивления и отношение длины отрывной зоны к диаметру цилиндра, необходимые для сравнения с расчетными и экспериментальными данными других авторов. Обтекание кругового цилиндра исследуется, учитывая зависимость вязкости от температуры.

Многочисленные результаты исследования содержатся в [1]. В предлагаемой статье достаточно ограничиться только дополнительным исследованием связи между относительной завихренностью и вихревыми волнами, развитию вихревых волн и переходом от симметричного обтекания к течению с вихревой дорожкой.

Принципиальным вопросом многочисленных исследований обтекания цилиндра при числе Re = 40 является сохранение симметрии отрывной зоны, среднего и дальнего следа за цилиндром. В настоящем исследовании проводится изучение свойств течения с оценкой поведения относительной завихренности $\overline{\Omega} = \Omega(t_2) - \Omega(t_1)$. Представляет интерес изучение развития структур относительной завихренности при больших t_2. На рис. 1 приведены линии постоянных значений относительной завихренности для $t_1 = 97,5$, $t_2 = 102,5$, 109,5, 150,5, 184,5, 226,5, 256,5. На рис. 1 видно, что при $t_2 = 226,5$ и 256,5 структуры в пространстве $\overline{\Omega}$ имеют практически совпадающие период и линейные размеры. Интенсивность $\overline{\Omega}$ возрастает. В то же время, очевидно, что замкнутым структурам в пространстве относительной завихренности $\overline{\Omega}$, соответствуют волны завихренности, имеющие тот же период. Характерно, что как структуры $\overline{\Omega}$, так и волны Ω ограничены в своем распространении только областью следа за цилиндром. Принимая во внимание, что в верхней и нижней полуплоскостях Ω имеет противоположный знак, из рис. 1 следует, что ядрам структур $\overline{\Omega}$ (замкнутые линии $\overline{\Omega}$ = const, т. е. одного знака), двигающимся по оси симметрии следа, соответствует следующий процесс: в верхней полуплоскости при $\overline{\Omega} > 0$, $\Omega^+ > 0$ завихренность Ω^+ растет по сравнению с $t = t_1$, а в нижней — $\overline{\Omega} > 0$, $\Omega^- < 0$ и $|\Omega^-| < |\Omega(t_1)|$. Таким образом, ядрам структур $\overline{\Omega}$ на

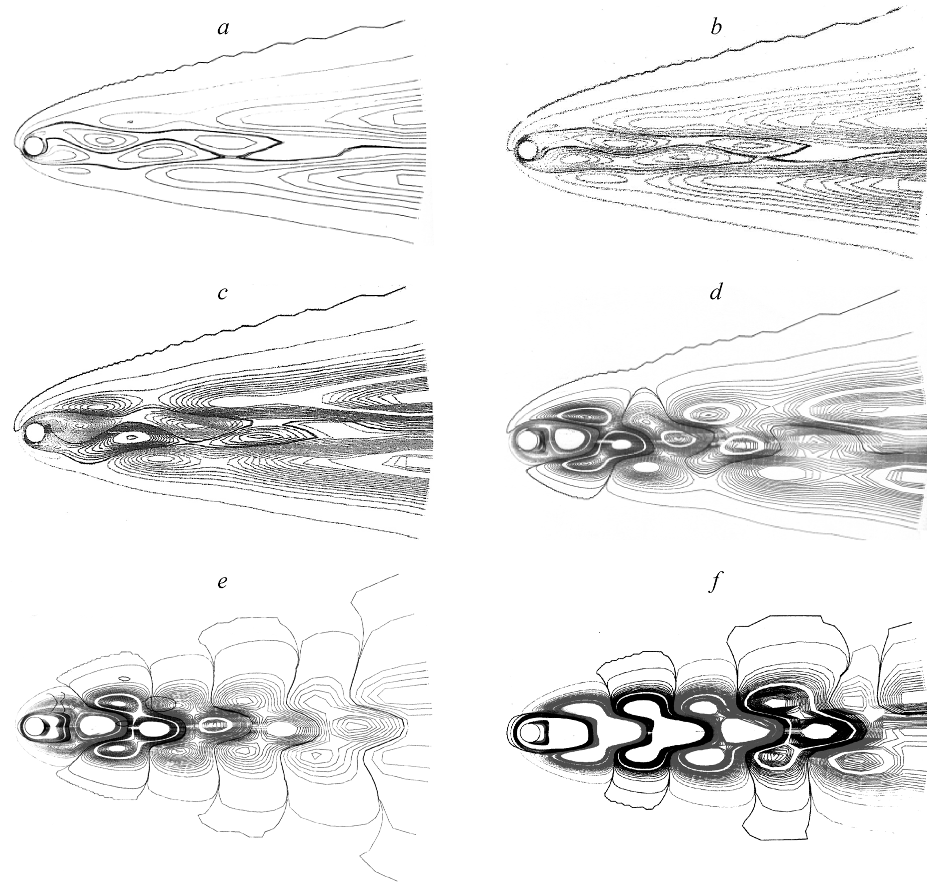

Рис. 1. Линии равных значений относительной завихренности $\overline{\Omega} = \Omega(t_2) - \Omega(t_1)$, $t_1 = 97{,}5$, $t_2 = 102{,}5$ (*a*), 109,5 (*b*), 150,5 (*c*), 184,5 (*d*), 226,5 (*e*), 256,5 (*f*).

$\overline{\Omega}_k = 0{,}000125 \cdot k$, $k = \pm 1, \ldots, \pm 20$.

оси следа соответствуют области явной несимметрии Ω в следе, поскольку $|\Omega^{+}| > |\Omega^{-}|$. Для последующего ядра ($\overline{\Omega}$ противоположного знака) несимметрия Ω тоже “меняет знак” для верхней и нижней полуплоскостей.

Наконец, при изучении таким же образом поведения Ω вдоль прямых $x = \text{const}$, производящих разрез следа в области интенсивных структур $\overline{\Omega}$, можно выделить три пучка волн с общим периодом T. Первый пучок будет соответствовать структурам $\overline{\Omega}$ на оси следа, второй — распространяться по внешнему слою $\overline{\Omega}$ структур в верхней полуплоскости, третий пучок — по внешнему слою в нижней полуплоскости. Второй и третий пучки имеют сдвиг по фазе $T/2$ с центральным пучком, что после изучения истории развития возмущений соответствует опережению. Также интересно отметить, что волнистость следа на рис. 2 при $t = 256{,}5$ (хорошо заметная на внешней границе вихревого следа), что соответствует $\overline{\Omega}$ на рис. 1, *f*, имеет период, совпадающий с периодом $\overline{\Omega}$ структур.

Отметим, что пространственные характеристики структур на рис. 1, *f* содержат в себе отношение $h/l = 0{,}281$, определенное Карманом для устойчивой вихревой дорожки. Например, определив l как расстояние между $\overline{\Omega}$ структурами следа одного знака (длина волны в Ω пространстве), H — как ширину следа

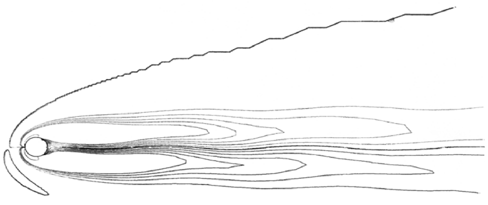

Рис. 2. Линии равных значений завихренности $\Omega_j = (j-1)\cdot 0{,}25 - 1{,}25$, $j = 1, 2,\ldots, 10$, $\Omega_k = (k-1)\cdot 20 - 50$, $k = 1,\ldots, 6$ в момент времени $t = 256{,}5$.

в $\overline{\Omega}$ пространстве, $h = H/3$ и заметив, что для центрального пучка и для волн боковых пучков ширина области распространения пучка h практически одинакова, получим $h/l = 0{,}28$. Принимая гипотезу, что такие значения отношения h/l определяют устойчивость $\overline{\Omega}$ структур, можно видеть, что переход к дорожке Кармана уже совершенно определенно является бифуркацией одного устойчивого течения к другому, тоже устойчивому. Устойчивость обоих течений определяется одним и тем же значением параметра h/l.

3. ОБСУЖДЕНИЕ

Анализ структур относительной завихренности показал наличие трех пучков волн завихренности в следе за цилиндром. Интересно выяснить, как они формируются? Процесс усиления поверхностных волн завихренности, бегущих от передней кромки профиля NACA0012 при Re = 10000 и угле атаки $\alpha = 5^\circ$, был изучен ранее [2]. Обтекание профиля в этом случае происходит с отрывом потока и формированием замкнутой зоны отрыва потока от профиля (см. рис. 3). Получено, что поверхностные волны завихренности (см. рис. 4) при прохождении точки отрыва потока усиливаются, а затем продолжают расти в зоне отрыва потока, и их наибольший рост происходит по приближению к задней кромке профиля, где завихренность $\Omega_S = 0$. Последнее обусловлено тем, что завихренность в пограничном слое над и под профилем имеет различный знак, поэтому на задней кромке профиля или в ее малой окрестности завихренность принимает нулевое значение. Учитывая, что в точке отрыва потока завихренность тоже равна нулю, получаем, что замкнутая область отрыва потока усиливает вихревые волны.

Теперь при рассмотрении линий тока и линий равной завихренности около кругового цилиндра на рис. 5 по линиям тока можно легко определить положение точки так называемого первичного отрыва потока, а по линиям равной завихренности видно, что существует и вторичный отрыв потока. То, что точки первичного и вторичного отрывов потока совпадают, легко проясняется распределением Ω_S (рис. 6), где на верхней и на нижней частях поверхности цилиндра есть только одна точка перемены знака завихренности, учитывая, что $\Omega_S = 0$ является необходимым условием для точки отрыва потока. Область первичного отрыва потока ограничена линей тока $\Psi = 0$, а область вторичного отрыва потока — изолинией $\Omega = 0$.

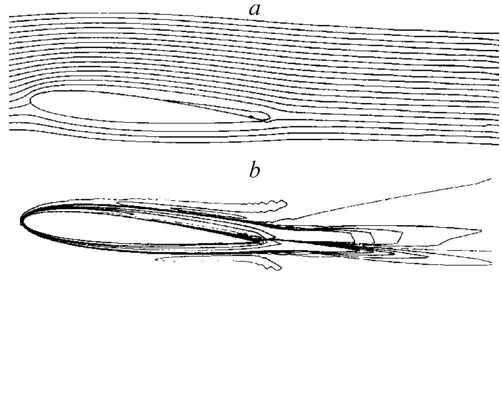

Рис. 3. Линии тока $\Psi_i = (i-1)\cdot 0{,}025 – 0{,}075$, $i = 1, 2, \ldots, 20$ (*a*) и линии равной завихренности $\Omega_j = (j-1)\cdot 0{,}25–1{,}25$, $j = 1, 2,\ldots, 10$, $\Omega_k = (k-1)\cdot 20–50$, $k = 1,\ldots, 6$ (*b*) около профиля NACA0012 при Re = = 10000, $\alpha = 5^\circ$.

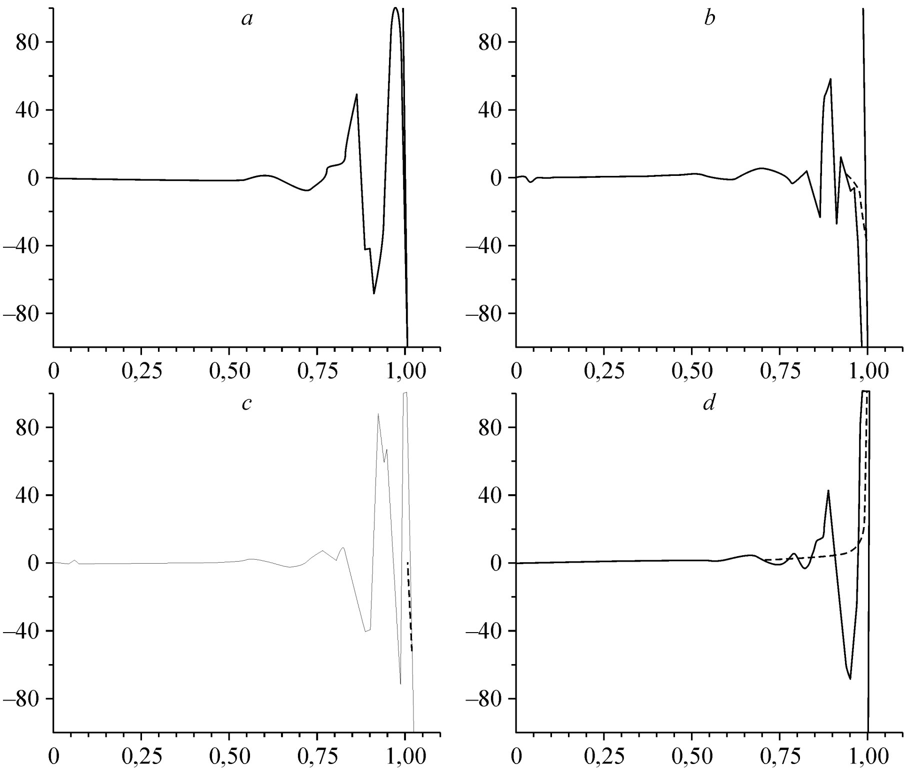

Рис. 4. Волны относительной завихренности, показанные с шагом по времени $\delta t = 0{,}1$ при $\mathrm{Re} = 10{,}000$, $\alpha = 5°$.

Поверхностная вихревая волна в точке двойного отрыва потока частично уходит в область первичного отрыва потока, а частично — в область вторичного отрыва потока, что представляет новую физическую ситуацию по сравнению с распространением вихревых волн по профилю, на котором имеется только одна зона отрыва потока. Учитывая, что генератором поверхностных волн являются как передняя, так и задняя критические точки, можно видеть, что вихреволновая структура течения достаточно сложна, и поэтому информация, получаемая при изучении структур относительной завихренности, здесь очень полезна.

Наконец, пока что обсуждались только поверхностные вихревые волны, но очевидно, что поверхностным волнам соответствует пакет волн, распространяющихся в пристеночном течении. Для всех волн этого пакета граница области вторичного отрыва потока, где $\Omega = 0$, является своеобразным препятствием, что ведет к их усилению. Таким образом, именно развитие и усиление поверхностных вихревых волн и пакета пристеночных вихревых волн является внутренним физическим

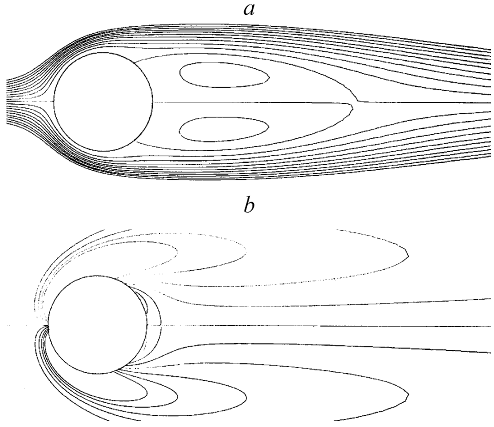

Рис. 5. Линии тока $\Psi_i = (i-1)\cdot 0{,}0125\text{–}0{,}25$, $i = 1, 2, \ldots, 20$ (*a*) и линии равной завихренности $\Omega_j = (j-1)\cdot 0{,}25\text{–}1{,}25$, $j = 1,2,\ldots,10$, $\Omega_k = (k-1)20\text{–}50$, $k = 1,\ldots, 6$ (*b*) около кругового цилиндра при $\mathrm{Re}_D = 40$.

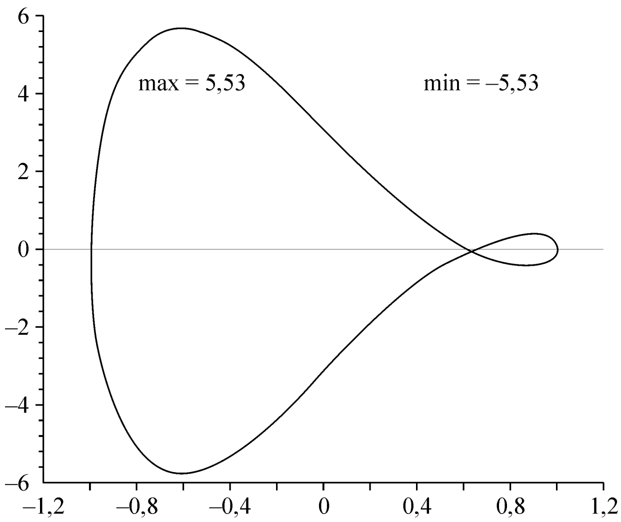

Рис. 6. Распределение завихренности Ω_S по поверхности цилиндра.

механизмом, который можно противопоставить влиянию численных факторов на развитие неустойчивости симметричного обтекания цилиндра.

Изучение структур относительной завихренности весьма плодотворно и позволяет выявить еще один факт. На рис. 1, *a, b, c* видно, что, по крайней мере, до t = 150,5 в следе за профилем имеются только два пучка волн, которые при $t \geq 184{,}5$ (см. рис. 1 *d, e, f*) становятся боковыми. Из этого следует, что процесс излучения волн областью вторичного отрыва начинается значительно позже формирования боковых пучков, то есть можно предполагать, что первоначально в области вторичного отрыва идет процесс насыщения.

Далее, из анализа структур относительной завихренности легко установить, что центральный и боковые пучки волн завихренности имеют сдвиг по фазе, что еще раз подчеркивает тот факт, что в области вторичного отрыва потока развивается внутренний процесс усиления вихревых волн и их последующего излучения в след за цилиндром (см. рис. 1, *e, f*).

В настоящее время наиболее важным из полученных результатов представляется тот факт, что развитие вихревой дорожки начинается после достижения значения линейного параметра h/l = 0,281, общего для волнового процесса и устойчивой вихревой дорожки Кармана. Также важно, что формирующиеся вихри идут в следе по предварительно структурированному течению, имеющему линейную характеристику, благоприятствующую именно устойчивой вихревой дорожке.

Необходимо подчеркнуть, что идея о том, что при Re = 40 в симметричной структуре течения около кругового цилиндра должен присутствовать линейный параметр, аналогичный параметру устойчивой вихревой дорожки Кармана, высказывалась в период 1975–1978 гг. на научном заседании кафедры аэромеханики и газовой динамики МГУ академиком Г.И. Петровым, но не нашла тогда подтверждения.

ВЫВОДЫ:

1. Предложен эффективный инструмент исследования вихревых волн малой и очень малой интенсивности, развивающихся при обтекании тел вязкой средой. В поле относительной завихренности вихревые волны проявляются как замкнутые чередующиеся структуры, имеющие разный знак;

2. В течении за круговым цилиндром при $\mathrm{Re}_D = 40$ выявлено последовательное развитие вихревых волн малой интенсивности, что характеризует процесс скрытой нестационарности, поскольку в поле завихренности волновое движение практически незаметно. На первой стадии течения до $t = 150{,}5$ наблюдаются два пучка волн. На второй стадии течения — три пучка волн: центральный и два боковых (соответствующих первому этапу);

3. Интенсивность волн центрального пучка растет со временем. При этом отношение h/l, где l — расстояние между $\overline{\Omega}$ структурами следа одного знака (длина волны в Ω пространстве), $h = H/3$, H — ширина следа в $\overline{\Omega}$ пространстве, достигает значения $h/l = 0{,}28$. Аналогичное отношение определено Карманом для устойчивой вихревой дорожки и равно 0,281;

4. При достижении $h/l = 0{,}28$ для структур относительной завихренности, ближайших к цилиндру, происходит вихреволновой резонанс и переход к существенно нестационарному течению–развитию вихревой дорожки;

5. Образующиеся вихри движутся в следе по предварительно структурированному волновому полю, имеющему линейную характеристику, соответствующую устойчивой вихревой дорожке Кармана.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Захаренков М.Н.** Энтропийное приближение в задаче обтекания кругового цилиндра вязкой несжимаемой средой с учетом зависимости вязкости от температуры // Теплофизика и аэромеханика. 2007. Т. 14, № 4. С. 563–590.
2. **Захаренков М.Н.** Переход поверхностной вихревой волны через точку отрыва потока от профиля // Теплофизика и аэромеханика. 1998. Т. 5, № 4. С. 519–527.
3. **Захаренков М.Н.** Скрытая нестационарность в следе за круговым цилиндром при Re = 40 как процесс структурирования течения, предшествующий переходу к вихревой дорожке // Сб. докл. Межд. конф. “Потоки и структуры в жидкостях”. С-Петербург, 2-5 июля 2007. С. 225–227.
4. **Zakharenkov M.N.** Unsteady detached separation from a circular cylinder performing rotational oscillations in a uniform viscous incompressible flow // Inter. J. for Numeric. Methods in Fluids. 1997. Vol. 25. P. 125–142.
5. **Захаренков М.Н.** Единственность давления при решении уравнений Навье–Стокса в переменных функция тока и завихренность // Матем. моделирование. 1998. Т. 10, № 1. P. 3–10.

Статья поступила в редакцию 7 апреля 2008 г.