

УНИВЕРСАЛЬНЫЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ ГИДРОРАЗРЫВА В РАМКАХ МОДЕЛИ ПЕРКИНСА — КЕРНА — НОРДГРЕНА

О. П. Алексеенко, А. М. Вайсман, А. Ф. Зазовский*

Институт горного дела СО РАН, 630091 Новосибирск

* Shlumberger Cambridge Research, CB3 0HG Cambridge

Предложен алгоритм, позволяющий находить решение задачи Перкинса — Керна — Нордгрена для стандартных режимов гидроразрыва. Выявлены универсальные качественные закономерности поведения трещины, в частности, найдена асимптотика раскрытия у края и показано, что ее характер определяется скоростью увеличения или уменьшения размера трещины.

Проектирование гидроразрыва продуктивных пластов основывается на результатах теоретического анализа трех базовых моделей [1]. Они различаются геометрией развивающейся трещины: прямолинейной трещины в плоскости, трещины круговой формы в пространстве и трещины в виде растущей в горизонтальном направлении ленты, плоскость которой ориентирована вертикально. В большей степени разработана последняя модель, называемая обычно моделью Перкинса — Керна — Нордгрена (ПКН). В простейшем случае развития трещины постоянной высоты при нагнетании в нее вязкой жидкости справедливо уравнение Нордгрена [2]. Жидкость разрыва нагнетается из источника в центре. Прочностными свойствами среды в рамках данной модели пренебрегают.

В исследованиях модели ПКН до настоящего времени не обращалось должного внимания на то, что вершина трещины является особой точкой уравнения Нордгрена. Вообще говоря, в окрестности особой точки образуется погранслое, в котором решение быстро меняется, и потому плохо работают стандартные конечно-разностные методы. Чтобы преодолеть возникающие трудности, обратимся, например, к одному из краевых условий для уравнения Нордгрена — равенству нулю градиента четвертой степени раскрытия (давления) на границе. Оно соответствует непротеканию жидкости через вершину трещины. При простейшей разностной аппроксимации производной на границе давление на расстоянии шага сетки от вершины автоматически совпадает с давлением на границе, в то время как на самом деле оно должно резко меняться.

Попытка обойти эту трудность, сформулировав условие непротекания не в дифференциальной форме, а в виде интегрального закона сохранения массы [1], если не принимать специальных мер, только маскирует ее, но не устраняет.

Если при численном счете не учитывать асимптотического поведения давления в погранслое, которое тесно связано с законом роста трещины, это может существенно сказаться на точности определения скорости ее роста. Проиллюстрируем данное утверждение на задаче о большой трещине с равномерной сеткой, когда продольный размер погранслоя может оказаться значительно меньше шага сетки. Можно попытаться аппроксимировать скачком давления на границе его резкое изменение в тонком погранслое. Однако такая схематизация некорректна, поскольку возникает неопределенный параметр (величина скачка), варьирование которого меняет скорость. Существует величина скачка, при которой рост трещины остановится, причем закон сохранения массы будет выполнен.

Важно, что погрешности в скорости, накопленные в течение всей предыстории гидро-разрыва, сказываются на его основном проектном параметре — размере трещины. Установление явного вида асимптотики у вершины снимает трудности в определении скорости.

1. Рассмотрим симметричную трещину высотой $2H$ и длиной $2L$. Трещина развивается в проницаемой упругой среде. Направление ее роста в горизонтальной плоскости принято за ось X . Начало координат помещено в центр трещины. Считается, что давление жидкости постоянно по высоте и медленно меняется вдоль оси X , т. е. в каждом вертикальном сечении ($X = \text{const}$) профиль раскрытия трещины соответствует постоянному давлению и оказывается эллиптическим. Максимум раскрытия $2W(X, L)$ в данном сечении находится на горизонтальной оси эллипса и пропорционален превышению давления $P(X, L) - P_c$ над давлением раскрытия (закрытия) трещины P_c [1]:

$$P - P_c = \frac{DW}{H}, \quad D = \frac{1}{2} \frac{E}{1 - \nu^2}, \quad (1.1)$$

где коэффициент пропорциональности D представляет собой комбинацию стандартных упругих констант среды.

Уравнение ламинарного течения жидкости с вязкостью μ в тонком слое, которая заполняет полость трещины, при учете (1.1) можно записать в терминах раскрытия $W(X, L)$ и локального расхода $Q(X, L)$ через поперечное сечение трещины, проходящее через точку X , в виде [2]

$$\frac{\partial W^4}{\partial X} = -16\mu(\pi D)^{-1}Q. \quad (1.2)$$

Положим [1], что утечки в проницаемую среду с единицы поверхности трещины подчиняются закону Картера [3], и обозначим через γ коэффициент утечек жидкости разрыва в среду [3], а через Q_γ ежесекундный объем утечек с части поверхности, расположенной правее выделенного сечения X . В соответствии с законом Картера утечки Q_γ представимы

в форме $Q_\gamma = 4\gamma H \int_X^L \frac{dX'}{\sqrt{T - T'}}$, где T' — момент, в который расстояние от центра до вершины трещины достигло значения X' ; T — текущий момент времени, когда расстояние стало равным L . Баланс потоков через полость трещины, заключенную между сечениями X и L , с учетом непротекания через кромку можно представить в виде

$$Q = Q_\gamma + \pi H \frac{d}{dT} \int_X^L W dX'. \quad (1.3)$$

Подставляя (1.3) в (1.2) и дифференцируя по X , получаем уравнение Нордгрена [2]

$$\frac{\partial^2 W^4}{\partial X^2} = 16\mu H (\pi D)^{-1} \left(\pi \frac{\partial W}{\partial T} + \frac{4\gamma}{\sqrt{T - T'}} \right). \quad (1.4)$$

Считаем, что в начальный момент длина трещины равна нулю: $W(X, T)|_{T=0} = 0$.

Кроме начального, к уравнению (1.4) присоединяются еще три краевых условия (на одно больше, чем требует дифференциальный порядок уравнения), что позволяет дополнительно определять скорость развития трещины.

Условие в центре трещины задает расход источника $2Q_0$. В соответствии с (1.2) при учете симметрии крыльев трещины это условие записывается в виде

$$\frac{\pi D}{16\mu} \frac{\partial W^4}{\partial X} \Big|_{X=0} = -Q_0.$$

На кромке трещины ставятся два условия. Условие $W(X, L)|_{X=L} = 0$ является по существу определением края трещины.

Как следует из соотношения (1.2), дифференциальное краевое условие, отражающее непротекание через подвижную границу, имеет вид

$$\frac{\partial W^4(X, L)}{\partial X} \Big|_{X=L} = 0.$$

На практике наиболее употребительны три режима гидроразрыва. Закачку обычно проводят с постоянным расходом $Q_0 = Q_{01}$, чтобы облегчить контроль за гидроразрывом, поскольку упрощается интерпретация данных о зависимости давления P от времени T в центре трещины. Затем для получения дополнительной информации о трещине часто продолжают измерять давление и после окончания закачки. Питающую скважину либо закрывают, т. е. перекрывают поток жидкости из источника в центре $Q_0 = Q_{02} = 0$, либо ставят на излив с расходом $Q_0 = Q_{03} = -\alpha Q_{01}$ ($\alpha = \text{const}$, $\alpha \sim 1$), соизмеримым с расходом при закачке [1].

После окончания закачки различаем две стадии последовательного развития трещины: стадию роста, когда длина трещины увеличивается, и стадию релаксации, соответствующую уменьшению ее длины.

При определении числа существенных параметров задачи перейдем к безразмерным переменным $q = Q/Q_*$, $w = W/W_*$, $l = L/L_*$, $x = X/L_*$, $t = T/T_*$, $t' = T'/T_*$, где масштабные множители имеют вид

$$Q_* = Q_{01}, \quad W_* = \left[\frac{\mu}{DH} \left(\frac{Q_*}{\gamma} \right)^2 \right]^{1/3}, \quad L_* = \frac{\pi D}{16\mu} \frac{W_*^4}{Q_*}, \quad T_* = \left(\frac{\pi W_*^4}{4\gamma} \right)^2. \quad (1.5)$$

В безразмерных переменных уравнение, начальное и краевые условия примут вид

$$\frac{\partial^2 w^4}{\partial x^2} - \frac{\partial w}{\partial t} = f, \quad f = \frac{1}{\sqrt{t-t'}}; \quad (1.6)$$

$$w|_{t=0} = 0, \quad w|_{x=l} = 0; \quad (1.7)$$

$$q(x, l)|_{x=l} = -\frac{\partial w^4}{\partial x} \Big|_{x=l} = 0, \quad q(x, l)|_{x=0} = -\frac{\partial w^4}{\partial x} \Big|_{x=0} = q_0. \quad (1.8)$$

Расход $q(x)$ в произвольном сечении x , согласно (1.3), представим в виде $q = \int_x^i \left(\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{1}{\sqrt{t-t'}} \right) dx'$, причем в соответствии с (1.2) во внутренних точках

$$q(x, t) = -\frac{\partial w^4(x, t)}{\partial x}. \quad (1.9)$$

В выбранных переменных величина расхода q_0 в центре равна единице при закачке, нулю при закрытой скважине и $-\alpha$ при изливе.

Из формулировки задачи (1.6)–(1.8) видно, что в режиме закачки функция $w(x, t)$ не зависит от физических констант и режимных параметров. В этом смысле решение носит универсальный характер. После закрытия скважины $w(x, t, t_0)$ зависит от продолжительности закачки t_0 . Режим излива характеризуется еще одним дополнительным параметром α .

В выбранных переменных уравнение Нордгрена не содержит явно параметра, который характеризовал бы относительное влияние двух основных факторов, формирующих геометрию трещины: утечек в проницаемую среду и перетекания жидкости внутри трещины. Его роль играет длина трещины $2l$. При малых l утечки незначительны. Их влияние

становится заметным, когда l достигает значений порядка единицы. Суммарные потери жидкости при этом становятся соизмеримыми с ее объемом в трещине. При больших l все поведение трещины определяется утечками. Как известно [1], в этом случае $w \sim l^{1/4}$.

2. Рассмотрим режим закачки. Перепишем выражение для старшей производной в уравнении (1.6) в форме

$$\frac{\partial^2 w^4}{\partial x^2} \equiv \frac{\partial}{\partial x} (4w^3) \frac{\partial w}{\partial x},$$

откуда видно, что процесс раскрытия трещины описывается нелинейным диффузионным уравнением со степенным коэффициентом диффузии $4w^3$ и правой частью, обусловленной утечками. Переменность коэффициента диффузии вдоль трещины отражает весьма существенные свойства гидроразрыва. При постоянном коэффициенте диффузии во все моменты времени, кроме начального, решение формально всюду отлично от нуля, т. е. длина трещины бесконечна и говорить о скорости ее увеличения не имеет смысла. При переменном коэффициенте диффузии его градиент на кромке пропорционален скорости роста трещины.

Рассмотрим профиль трещины в окрестности вершины. Анализировать уравнение (1.6) в окрестности особой точки в переменных x, t затруднительно, поскольку производные от w по обеим переменным стремятся к бесконечности при $x \rightarrow l$. Лучше перейти в подвижную систему координат $\xi = l - x$ с центром на кромке трещины и заменить переменную t на l . По физическим соображениям естественно ожидать, что $w(\xi, l)$ будет гладкой функцией l при всех значениях ξ (в дальнейшем для функции новых переменных сохраним старое обозначение).

Через $c(l) = dl/dt$ обозначим скорость роста трещины, и после простых преобразований перепишем в новых координатах уравнение (1.6) и краевые условия в виде

$$\frac{\partial^2 w^4}{\partial \xi^2} - c(l) \left(\frac{\partial w}{\partial \xi} + \frac{\partial w}{\partial l} \right) = f, \quad f = \left[\int_0^\xi \frac{d\xi}{c(l-\xi)} \right]^{-1/2}; \quad (2.1)$$

$$w(\xi, l)|_{l=0} = 0, \quad w(\xi, l)|_{\xi=0} = 0, \quad \frac{\partial w^4(\xi, l)}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0} = 0, \quad \frac{\partial w^4(\xi, l)}{\partial \xi} \Big|_{\xi=l} = 1. \quad (2.2)$$

В такой формулировке раскрытие, отвечающее текущей длине l , явно зависит от скорости роста трещины в течение всей предыстории. Скорость $c(l)$ должна быть совместимой со сформулированными краевыми условиями.

Заметим, что $w \rightarrow 0$ при $\xi \rightarrow 0$ в силу краевого условия, но производная $\partial w/\partial \xi$ при этом неограниченно возрастает. В то же время $\partial w/\partial l \rightarrow 0$, что отражает гладкость раскрытия по переменной l . Таким образом, при малых ξ можно ожидать выполнения неравенства

$$\frac{\partial w(\xi, l)}{\partial l} \ll \frac{\partial w(\xi, l)}{\partial \xi}.$$

Пренебрегая производной $\partial w/\partial l$ по сравнению с $\partial w/\partial \xi$ и заменяя приближенно $c(l-\xi)$ на $c(l)$ при малых ξ , сведем уравнение к одномерному $(w^4)'' - cw' - \sqrt{c/\xi} = 0$ (литрихом обозначено дифференцирование по ξ). Проинтегрировав это уравнение, получим с учетом краевых условий при $\xi = 0$ уравнение первого порядка $(w^4)' = cw + 2\sqrt{c\xi}$. Функция w стремится к нулю при $\xi \rightarrow 0$ медленнее, чем $\sqrt{\xi}$. Поэтому, оставив в правой части только главное слагаемое и сократив одну степень w , перепишем уравнение в виде

$$(4w^3)' = 3c. \quad (2.3)$$

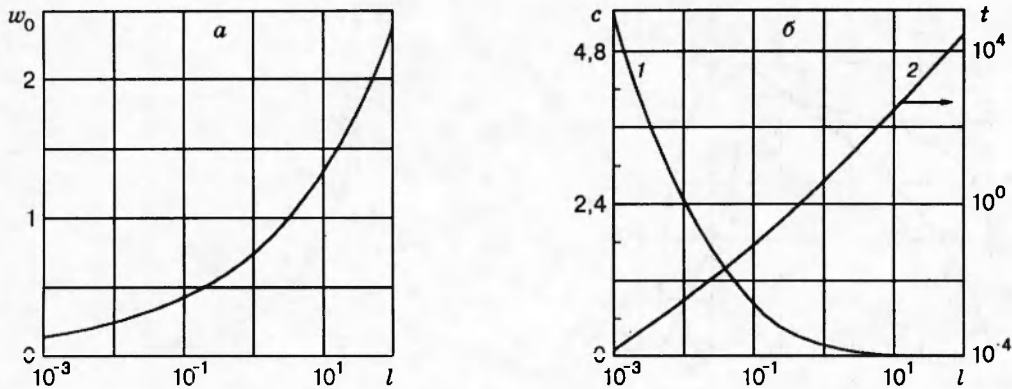


Рис. 1

Отсюда следует, что градиент коэффициента диффузии на границе численно равен утроенной безразмерной скорости роста трещины.

Решение уравнения (2.3), обращающееся в нуль на границе, имеет вид $w^3 = (3/4)c\xi$. Эта формула определяет асимптотическое поведение раскрытия трещины у вершины в режиме закачки, причем видно, что производная $\partial w/\partial \xi$ действительно неограниченно возрастает, а $\partial w^4/\partial \xi \rightarrow 0$ при $\xi \rightarrow 0$.

Подчеркнем, что речь идет именно о росте трещины. При отрицательном c не существует решения рассматриваемого типа, имеющего физический смысл.

В области плавного поведения искомых функций (вне погранслоя) правомерно при рассмотрении режима закачки численно решать задачу (2.1), (2.2) стандартным методом прогонки с итерациями по нелинейности. При этом установленная асимптотика позволяет определить величину скорости c из условий «сшивки» численного и асимптотического решений. Последнее по построению удовлетворяет заданным однородным краевым условиям на вершине.

На рис. 1 представлены результаты расчетов основных параметров растущей трещины: a — зависимость раскрытия трещины в центре $w_0 = w(l, l)$, рассчитанная для режима закачки; $б$ — зависимости скорости роста трещины c (линия 1) и времени закачки t (линия 2) от длины l .

3. Рассмотрим поведение трещины после закрытия скважины. Возмущение, возникшее при смене режима, распространяется по трещине с конечной скоростью. Поэтому рост трещины не останавливается мгновенно, а продолжается до тех пор, пока возмущение не достигнет окрестности вершины. После этого поток из основной части трещины уменьшается и главную роль начинают играть утечки. До тех пор, пока рост будет продолжаться, трещину можно рассматривать в рамках схемы, описанной выше. Единственное отличие с формальной точки зрения — нулевой расход в центре (последнее краевое условие (2.2) станет однородным). Однако когда трещина достигает максимального размера, асимптотика у вершины кардинально меняется. Это требует соответствующего видоизменения расчетной схемы.

Исследуем поведение раскрытия в этом случае. Сделаем оправдывающееся в дальнейшем предположение, что погранслоя у вершины исчезает и $\partial w/\partial \xi$ ограничена в точке $\xi = 0$. Тогда в силу краевого условия $w(0) = 0$ в малой окрестности вершины w порядка ξ , производная $\partial w^4/\partial \xi$ порядка ξ^3 , откуда следует, что локальный расход q стремится к нулю при $\xi \rightarrow 0$, как ξ^3 . Таким образом, оба однородных краевых условия будут автоматически выполнены. При малых ξ производная $\partial q/\partial \xi = \partial w/\partial t + 1/\sqrt{t-t'}$ стремится к нулю, как ξ^2 , следовательно, производная $\partial w/\partial t$ на границе при $x = l$ равна $\partial w/\partial t = -1/\sqrt{t-t'}$.

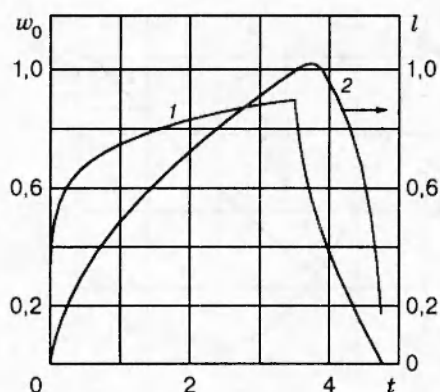


Рис. 2

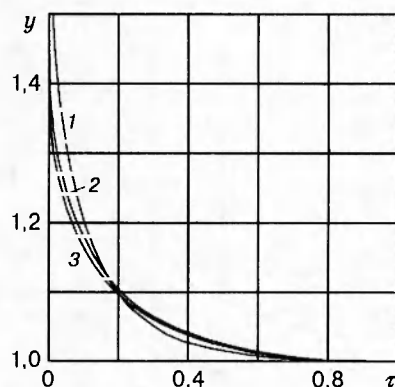


Рис. 3

Подчеркнем, что момент t' относится к режиму закачки, $t-t'$ не обращается в нуль, потому выписанная производная не имеет особенности.

Ниже удобно рассматривать w как функцию x, t . Пусть $x(t)$ — закон движения кромки. По определению раскрытие на кромке в любой момент времени равно нулю, поэтому на кромке выполняется условие $dw = (\partial w/\partial x) dx + (\partial w/\partial t) dt = 0$ и скорость движения вершины c представима в виде

$$c \equiv \frac{dx}{dt} = 1 / \left(\sqrt{t-t'} \frac{\partial w}{\partial x} \right). \quad (3.1)$$

При уменьшении длины раскрытия трещины уменьшается до нуля в точке, куда приходит вершина, при этом производная $\partial w/\partial x$ в этот момент отрицательна. Согласно (3.1), скорость c тогда также отрицательна, как и должно быть на стадии релаксации, т. е. сделанное выше предположение об отсутствии погранслоя у вершины на рассматриваемой стадии оправдано.

Формулировать задачу на стадии релаксации удобно в виде (1.6), (1.7) вместе с последним условием (1.8) при $q_0 = 0$. Переходя к рассмотрению текущего состояния, считаем заданным предшествующее состояние трещины, в частности градиент раскрытия на кромке. Тогда по формуле (3.1) можно найти скорость движения границы в этот момент, что позволит определить и ее текущее положение. Таким образом, приходим к задаче с известными границами, причем на каждой границе задано по краевому условию. Подчеркнем, что в уравнении (1.6) ни производные, ни правая часть в рассматриваемом случае не имеют особенностей, что позволяет без проблем пользоваться методом прогонки по всей области. Краевое условие для расхода на кромке не используется, но это связано с тем, что при отсутствии погранслоя оно выполняется автоматически.

На рис. 2 приведены результаты расчета раскрытия w_0 в центре (кривая 1) и длины l (кривая 2) в зависимости от времени (сначала в режиме закачки до достижения значения $l = 1$, а затем при нулевом расходе до полного закрытия трещины).

Кривая $w_0(t)$ для закачки, как отмечалось, универсальна. Поведение раскрытия при нулевом расходе естественно зависит от времени закачки t_0 . Однако после того как в центральной области трещины сгладится возмущение ее профиля, вызванное сменой режима, и скорость перетекания жидкости на периферию существенно уменьшится, оседание в центре снова приобретет универсальный характер. Рассмотрим уравнение Нордгрена в малой окрестности центра. Плавность профиля означает, что производная $\partial^2 w/\partial x^2$ становится

малой величиной, так что уравнение Нордгрена при малых x приобретает вид

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{1}{\sqrt{t-t_0}}, \tag{3.2}$$

из которого следует, что скорость оседания в окрестности центра определяется только утечками.

Введем переменную τ :

$$\tau = (t - t_0)/(t_c - t_0). \tag{3.3}$$

Моменты t_c, t_0 полного закрытия трещины и прекращения закачки рассматриваем здесь как функции длины трещины l_0 к моменту t_0 .

Полагая $x = 0$ в (3.2) и соответственно $t' = 0$, интегрируя по t и переходя к переменной τ , получим $w_0 \approx 2\sqrt{t_c} - 2\sqrt{t_0} + (t_c - t_0)\tau$. Отсюда следует, что при $\tau \rightarrow 1$ функция $y(\tau) = w_0(\tau)/(2\sqrt{t_c} - 2\sqrt{t_0} + (t_c - t_0)\tau)$ стремится к единице. Как видно из рис. 3, в координатах y, τ кривые раскрытия в широком диапазоне значений l_0 выходят на общую асимптотику практически одновременно ($l_0 = 0,01; 0,1; 1$ — кривые 1-3 соответственно).

4. При достаточно большой интенсивности излива существует качественное различие в поведении трещины на разных режимах, которое желательно проанализировать. Особый интерес представляет влияние утечек на измеряемую величину — давление в центре трещины. Его исследование требует предварительного рассмотрения закачки и излива в предельном случае непроницаемой среды.

Уравнение, начальное и краевые условия в этом случае имеют вид

$$\frac{\partial^2 w^4}{\partial x^2} - \frac{\partial w}{\partial t}; \tag{4.1}$$

$$w|_{t=0} = 0, \quad w|_{x=l} = 0; \tag{4.2}$$

$$q(x, l)|_{x=l} = \frac{\partial w^4}{\partial x}|_{x=l} = 0; \tag{4.3}$$

при закачке $q(x, l)|_{x=0} = -\frac{\partial w^4}{\partial x}|_{x=0} = 1; \tag{4.4}$

при изливе $q(x, l)|_{x=0} = -\frac{\partial w^4}{\partial x}|_{x=0} = -\alpha \quad (\alpha \sim 1). \tag{4.5}$

В режиме закачки множество последовательных состояний трещины можно упорядочить по любому монотонно меняющемуся параметру, например величине раскрытия в центре. Состояние в момент прекращения закачки можно характеризовать параметром w_{00} — значением полураскрытия в центре. В режиме излива раскрытие, вообще говоря, будет зависеть от w_{00} . В отличие от общего случая, для непроницаемой среды эта зависимость находится аналитически. При закачке и изливе решение для произвольного значения w_{00} сводится к решению для некоторого фиксированного значения, например $w_{00} = 1$. Это следует из инвариантности всей системы (4.1)–(4.5) относительно масштабного преобразования $w \rightarrow w_{00}w, x \rightarrow w_{00}^4x, t \rightarrow w_{00}^5t$.

Если рассмотреть решение при $w_{00} = 1$ и обычном [1] отношении расходов при изливе и закачке $\alpha = 0,25$, то продолжительность закачки $t_0 = 0,9735$ и излива $t_c - t_0 = 0,8122$, где $t_c = 1,7857$ — момент закрытия трещины в центре, принимаемый за момент окончания излива.

При $w_{00} \neq 1$ через \bar{w}_0 обозначим отношение w_0/w_{00} . Удобно перейти к переменной τ , определяемой соотношением (3.3). На основании установленной выше симметрии уравнений (4.1)–(4.5) можно утверждать, что в режиме излива оседание в центре в выбранных

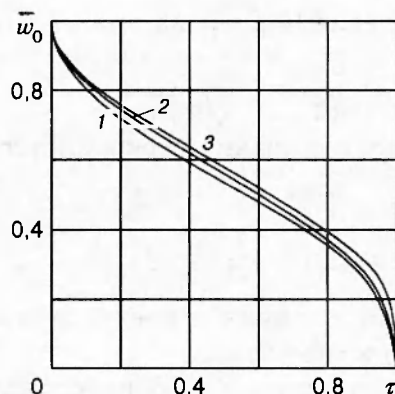


Рис. 4

координатах (\bar{w}_0, τ) описывается универсальной кривой 1, изображенной на рис. 4, не зависящей от длительности закачки и излива.

Выразим \bar{w}_0, τ через размерные величины $W(0, T) = W(X, T)|_{X=0}$ и T :

$$\bar{w}_0 = \frac{W(0, T)}{W(0, 0)}, \quad \tau = \frac{T - T_0}{T_c - T_0}. \quad (4.6)$$

Величину \bar{w}_0 можно выразить также через измеряемое давление. В соответствии с (1.1) и формулами (4.6) имеем

$$\bar{w}_0 = \frac{P(T) - P_c}{P(T_0) - P_c}. \quad (4.7)$$

На рис. 4 вместе с кривой оседания для непроницаемой среды показана зависимость $\bar{w}_0(\tau)$, рассчитанная в рамках общей модели (1.6)–(1.8) для случаев малых и умеренных утечек ($l_0 = 0,1$ и 1 — кривые 2 и 3). Видно, что все кривые достаточно близки. Это означает, что в пластах со слабой и умеренной проницаемостью утечки не оказывают существенного влияния на характер падения давления $P(T)$ при изливе.

На первый взгляд такая нечувствительность кажется странной. Действительно, если утечки не малы, они сказываются на профиле трещины уже в режиме закачки, особенно при ее завершении (формировании начального профиля трещины для излива), и обязательно влияют на деформацию профиля при изливе. Тем не менее падение давления в центре зависит главным образом от того, что происходит в его ближайшей окрестности. Интенсивный излив протекает достаточно быстро, и за это время возмущение, вызванное сменой режима, не успевает распространиться далеко, поэтому рост трещины не прекращается даже к моменту ее схлопывания в центральной части. В то же время оседание в центре обусловлено процессами, происходящими только в этой сравнительно небольшой зоне, охваченной возмущением. В интересующей нас зоне утечки несут существенный по сравнению с расходом при изливе. Здесь при формировании начального профиля трещины на стадии излива скорость суммарных утечек также мала по сравнению с расходом при закачке.

Обнаруженные универсальные закономерности в падении давления при изливе особенно полезны при расчете давления закрытия P_c по данным гидроразрыва. В соотношение (4.7) входят момент T_c закрытия трещины в центре и давление P_c , которые непосредственно из измерений определить очень трудно. Однако если рассмотреть второе уравнение (4.6) вместе с (4.7), используя данные измерений $P(T)$ в режиме излива, по крайней мере, еще

в двух точках T_1 , T_2 , кроме точки T_0 , то при известной функции $\bar{w}_0(\tau)$ получим систему алгебраических уравнений, которой достаточно для нахождения P_c . Можно показать, что для повышения точности момент T_1 должен выбираться до наступления перегиба на кривой $P(T)$, но не слишком близко к T_0 , а момент T_2 — после наступления перегиба, но не слишком близко к T_1 либо к T_c . Из зависимостей, представленных на рис. 4, вытекает, что давление в точке перегиба кривой $P(T)$ не совпадает с давлением закрытия, что противоречит общепринятому мнению [1].

ЛИТЕРАТУРА

1. **Reservoir Stimulation** / М. J. Economides, К. G. Nolte (Eds). Houston: Schlumberger Educational Serv., 1989.
2. **Nordgren R. P.** Propagation of a vertical hydraulic fracture // SPE J. 1972. V. 12. P. 306–314.
3. **Kemp L. F.** Study of Nordgren's equation of hydraulic fracturing // SPE Production Eng. 1990. V. 5. P. 311–314.

Поступила в редакцию 26/IX 1996 г.
