

УДК 532.539

ПОДЪЕМ ЧАСТИЦ ПЫЛИ ЗА ОТРАЖЕННОЙ УДАРНОЙ ВОЛНОЙ, СКОЛЬЗЯЩЕЙ НАД СЛОЕМ ЧАСТИЦ

С. П. Киселев, В. П. Киселев

Институт теоретической и прикладной механики СО РАН, 630090 Новосибирск

Представлены результаты математического моделирования подъема частиц за отраженной от торцевой стенки ударной волной, скользящей над слоем частиц. Показано, что подъем частиц происходит в вихре, возникающем в газе после отражения ударной волны от стенки.

1. Изучению подъема частиц пыли за скользящей ударной волной посвящено значительное число работ [1–6]. Этот процесс играет важную роль в формировании двухфазной смеси газ — частицы, заполняющей некоторый объем. В настоящее время достаточно подробно исследован подъем пыли за проходящей ударной волной. В этом случае за ударной волной газ движется с большой скоростью. За счет механизмов турбулентности [4] и действия силы Магнуса [5, 6] кинетическая энергия газа перекачивается в энергию хаотического движения частиц. Менее изучен подъем пыли за ударной волной, отраженной от торцевой стенки. В этом случае средняя скорость газа за отраженной ударной волной близка к нулю, и, казалось бы, частицы не должны подниматься с поверхности. Однако в экспериментах [1, 6] наблюдается подъем пыли за отраженной ударной волной. В работах [7, 8] выдвинуто предположение, что за отраженной ударной волной образуется вихрь, в котором поднимаются частицы. Данная работа посвящена дальнейшему развитию этой гипотезы.

2. Рассмотрим плоский канал, левый конец которого является открытым, а правый закрыт торцевой стенкой (рис. 1). Предполагается, что в начальный момент времени $t = 0$ канал длиной L и высотой H заполнен воздухом с давлением p^0 . Вблизи нижней плоскости канала в слое толщиной h находится облако частиц, представляющее собой смесь воздуха и сферических частиц диаметром d . Слева в канал входит ударная волна, ниже называемая проходящей, которая распространяется со скоростью D . После отражения от правой торцевой стенки возникает отраженная ударная волна, распространяющаяся в противоположную сторону. Следует отметить, что в экспериментах частицы насыпались слоем на

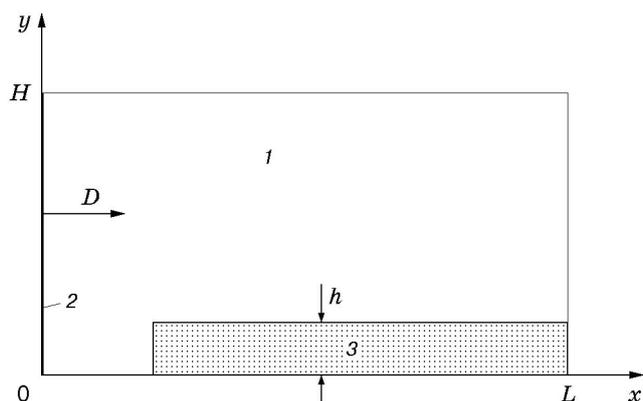


Рис. 1. Конфигурация канала, облака частиц и ударной волны в начальный момент времени:

1 — воздух, 2 — ударная волна, 3 — смесь воздуха и частиц

дно канала либо в утопленную кювету [1, 5, 6] и поэтому находились в состоянии плотной упаковки. За проходящей ударной волной частицы в верхнем слое ускоряются газом, сталкиваются с частицами из нижних слоев и передают им свою кинетическую энергию. В результате происходит потеря устойчивости плотного слоя частиц, который расширяется и становится разреженным, после чего столкновения между частицами становятся редкими и уже не играют существенной роли в подъеме частиц. В данной работе процесс потери устойчивости плотного облака не рассматривается, а облако предполагается разреженным. Это позволяет пренебречь столкновениями между частицами, что существенно упрощает математическую постановку задачи.

Движение частиц будем описывать бесстолкновительным кинетическим уравнением, а течение газа — уравнениями запыленного газа. Эта модель подробно описана в [9], соответствующие уравнения в плоском случае имеют вид

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial f}{\partial t} + v_{2x} \frac{\partial f}{\partial x} + v_{2y} \frac{\partial f}{\partial y} + \frac{\partial a_x f}{\partial v_{2x}} + \frac{\partial a_y f}{\partial v_{2y}} + \frac{\partial q f}{\partial T_2} = 0, \\
& f = f(t, x, y, v_{2x}, v_{2y}, r, T_2), \quad n = \int f dV, \quad m_2 = \frac{4\pi}{3} \int r^3 f dV, \\
& dV = dv_{2x} dv_{2y} dr dT_2, \quad m_1 + m_2 = 1, \quad q = 2\pi\lambda r \text{Nu}(T_1 - T_2)/(c_s m_p), \\
& a_x = a'_x - \frac{1}{\rho_{22}} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad a_y = a'_y - \frac{1}{\rho_{22}} \frac{\partial p}{\partial y}, \\
& a'_x = \frac{v_{1x} - v_{2x}}{\tau} + 2 \frac{\rho_{11}}{\rho_{22}} (v_{1y} - v_{2y}) \omega_z, \quad a'_y = \frac{v_{1y} - v_{2y}}{\tau} - 2 \frac{\rho_{11}}{\rho_{22}} (v_{1x} - v_{2x}) \omega_z - g, \\
& \frac{1}{\tau} = \frac{3}{4} \frac{\mu \text{Re}}{\rho_{22} d^2} C_d(\text{Re}, M_{12}), \quad m_p = \frac{4\pi}{3} r^3 \rho_{22}, \\
& C_d(\text{Re}, M_{12}) = \left(1 + \exp\left(-\frac{0,43}{M_{12}^{4,67}}\right)\right) \left(0,38 + \frac{24}{\text{Re}} + \frac{4}{\sqrt{\text{Re}}}\right), \\
& \text{Re} = \rho_{11} |\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2| d / \mu, \quad M_{12} = |\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2| / c, \quad c = \sqrt{\gamma p / \rho_{11}}, \\
& \text{Nu} = 2 + 0,6 \text{Re}^{0,5} \text{Pr}^{0,33}, \quad \text{Pr} = c_p \mu / \lambda, \quad E_1 = c_v T_1, \\
& \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} + \Phi = 0, \quad \rho_1 = \rho_{11} m_1, \quad p = (\gamma - 1) \rho_{11} E_1, \tag{1} \\
& \varphi = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_1 v_{1x} \\ \rho_1 v_{1y} \\ \rho_1 (E_1 + (v_{1x}^2 + v_{1y}^2)/2) \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} \rho_1 v_{1x} \\ \rho_1 v_{1x}^2 + p m_1 \\ \rho_1 v_{1x} v_{1y} \\ \rho_1 v_{1x} A_1 \end{bmatrix}, \\
& G = \begin{bmatrix} \rho_1 v_{1y} \\ \rho_1 v_{1x} v_{1y} \\ \rho_1 v_{1y}^2 + p m_1 \\ \rho_1 v_{1y} A_1 \end{bmatrix}, \quad \Phi = \begin{bmatrix} 0 \\ \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ A_2 \end{bmatrix}, \\
& A_1 = E_1 + p m_1 / \rho_1 + (v_{1x}^2 + v_{1y}^2) / 2, \quad \rho_{22} = \text{const}, \\
& A_2 = v_{1x} \Phi_1 + v_{1y} \Phi_2 + p \left(\frac{\partial m_1}{\partial t} + v_{1x} \frac{\partial m_1}{\partial x} + v_{1y} \frac{\partial m_1}{\partial y} \right) - \Phi_3, \\
& \Phi_1 = -p \frac{\partial m_1}{\partial x} + \int m_p a'_x f dV, \quad \Phi_2 = -p \frac{\partial m_1}{\partial y} + \int m_p a'_y f dV,
\end{aligned}$$

$$\Phi_3 = \int m_p((v_{1x} - v_{2x})a'_x + (v_{1y} - v_{2y})a'_y - c_s q) f dV.$$

Здесь индекс 1 соответствует параметрам газа, 2 — параметрам частиц; f — функция распределения частиц; $v_{1x}, v_{1y}, \rho_{11}, \rho_1, T_1, p, \gamma, E_1, m_1$ — скорости вдоль осей x и y , истинная плотность, средняя плотность, температура, давление, показатель адиабаты, удельная внутренняя энергия, объемная концентрация газа; n — счетная концентрация частиц; $v_{2x}, v_{2y}, a_x, a_y, \rho_{22}, r, T_2, m_2$ — скорости и ускорения вдоль осей x и y , истинная плотность, радиус, температура, объемная концентрация частиц; μ, λ, c_v, c — вязкость, теплопроводность, теплоемкость при постоянном объеме, скорость звука в газе; m_p, ω_z — масса и угловая скорость вращения частиц; g — ускорение свободного падения; Re, Nu, Pr, M_{12} — числа Рейнольдса, Нуссельта, Прандтля, Маха. В отличие от [9] в уравнения движения частиц и газа в (1) добавлены сила тяжести $m_p g$ и сила Магнуса $F_M = \pi d^3 \rho_{11} (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \times \boldsymbol{\omega} / 3$ (последняя формула получена в работе [10] при условии $Re_\omega = d^2 \omega / \nu \gg 1$). Система уравнений (1) не является замкнутой, так как в данной модели отсутствует уравнение для $\boldsymbol{\omega}$. Угловая скорость вращения частиц $\boldsymbol{\omega}$ определяется столкновениями частиц в плотном слое и находится из эксперимента [5, 6].

Граничные условия для системы уравнений (1) на боковых и правой торцевой стенке канала формулируются в следующем виде: для газа условие непротекания, для частиц условие зеркального отражения. На левом открытом конце канала (рис. 1) для уравнений газа ставилось условие симметрии. Перед ударной волной в момент $t = 0$ газ с давлением p^0 и температурой T_1^0 покоится: $v_{1x}^0 = v_{1y}^0 = 0$. Расчеты проводились для следующих параметров за ударной волной:

$$\begin{aligned} v_{1x} &= (1 - \xi)c_0(M_0 - 1/M_0), & v_{1y} &= 0, \\ p &= p^0((1 + \xi)M_0 - \xi), & \rho_{11} &= \rho_{11}^0 M_0^2 / (1 - \xi + \xi M_0^2), \\ \xi &= (\gamma - 1) / (\gamma + 1), & M_0 &= D / c_0, & c_0 &= \sqrt{\gamma p^0 / \rho_{11}^0}, \end{aligned}$$

где M_0 — число Маха ударной волны; c_0 — скорость звука перед ударной волной. При $t = 0$ частицы находятся в прямоугольном слое высотой h в неподвижном состоянии, объемная концентрация частиц равна m_2^0 , температура равна температуре воздуха, так что функция распределения имеет вид

$$f^0 = (6m_2^0 / (\pi d^3)) \delta(r - d/2) \delta(T_2 - T_1^0) \delta(v_{2x}) \delta(v_{2y}).$$

Система уравнений (1) решалась численно методом, описанным в [9]. Уравнения для газа аппроксимировались на равномерной сетке конечно-разностной схемой третьего порядка точности. Облако частиц разбивалось на ячейки, уравнения движения которых совпадали с уравнениями характеристик кинетического уравнения частиц в (1). Вследствие отсутствия столкновений число частиц в каждой ячейке сохранялось.

3. В канале прямоугольной формы длиной $L = 15$ см и высотой $H = 2,4$ см находится облако частиц оргстекла. Длина облака 14,7 см, высота $h = 0,25$ см (рис. 1). Диаметр частиц $d = 200$ мкм, плотность $\rho_{22} = 1,2$ г/см³, объемная концентрация $m_2^0 = 10^{-2}$. На облако частиц набегают ударная волна (рис. 1), число Маха которой $M_0 = 2,7$, давление в воздухе перед ударной волной $p^0 = 10^5$ Па, температура $T_1^0 = 293$ К, показатель адиабаты $\gamma = 1,4$, кинематическая вязкость газа $\nu = 0,15$ см²/с. Данные параметры облака частиц и ударной волны совпадают с соответствующими параметрами в эксперименте по подъему пыли из частиц оргстекла за проходящей ударной волной [5, 6]. Угловая скорость вращения частиц ω возникает при нецентральных столкновениях частиц в плотном слое и определяется скоростью хаотического движения частиц v_0 в плотном слое по формуле $\omega_0 = 1,5v_0/d$ [11]. После потери устойчивости и расширения слоя столкновения между

частицами прекращаются, и частота вращения частиц медленно уменьшается вследствие действия вязкости. В работах [5, 6] предполагалось, что после расширения слоя значение ω остается постоянным, а частицы за проходящей ударной волной поднимаются под действием силы Магнуса. В результате в [5, 6] найдено, что $\omega = \omega_0 \approx 6,4 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$, а скорость хаотического движения частиц $v_0 \approx 8 \text{ м/с}$. Данное значение ω_0 использовано при задании ω_z в системе уравнений (1). Отметим, что частицы начинают вращаться с угловой скоростью ω_0 не сразу после прихода ударной волны, а через некоторое время t' . Время задержки t' определяется процессами потери устойчивости плотного слоя частиц и оценивается по данным экспериментов [5, 6]. Согласно [5, 6] присутствие взвешенных частиц в потоке газа фиксируется через 70–80 мкс, поэтому $t' \approx 100 \text{ мкс}$.

В соответствии со сказанным выше в уравнениях (1) полагается $\omega_z = 0$ при $t < t^*$ и $\omega_z \neq 0$ при $t > t^*$, где $t^* = \xi/D + t'$; $\xi = x_p|_{t=0}$ — координата частицы по оси абсцисс в момент времени $t = 0$. Поскольку вращение частиц возникает при столкновениях хаотически движущихся частиц в плотном слое, вектор угловой скорости также будет иметь хаотическую ориентацию. Для учета этого обстоятельства при задании ω_z в момент $t = t^*$ в данной точке пространства частицы в ячейке разбивались на пять одинаковых ячеек, в которых ω_z полагалась равной $-\omega_0$; $-\omega_0/2$; 0 ; $\omega_0/2$; ω_0 . Значение t' в расчетах равно 100 мкс. По оценкам, время затухания угловой скорости вследствие вязкости $\tau_\omega \approx \rho_{22}/(3\rho_{11}C_d\omega)$ для данных условий ($\omega \approx 10^4 \text{ с}^{-1}$, $\text{Re}_\omega \approx 20$, $C_d \approx 1$) приблизительно равно $3 \cdot 10^4 \text{ мкс}$. Поскольку характерное время процесса $t \approx 10^3 \text{ мкс}$, изменением угловой скорости можно пренебречь, поэтому при $t > t^*$ величина ω_z в каждой ячейке остается постоянной.

Расчеты показывают, что прямая ударная волна достаточно быстро проходит весь канал. В момент $t \approx 140 \text{ мкс}$ она отражается от правой торцевой стенки канала. За это время облако частиц не успевает значительно деформироваться. На рис. 2 показана картина течения, возникающая за отраженной ударной волной в момент $t = 240 \text{ мкс}$. Видно, что

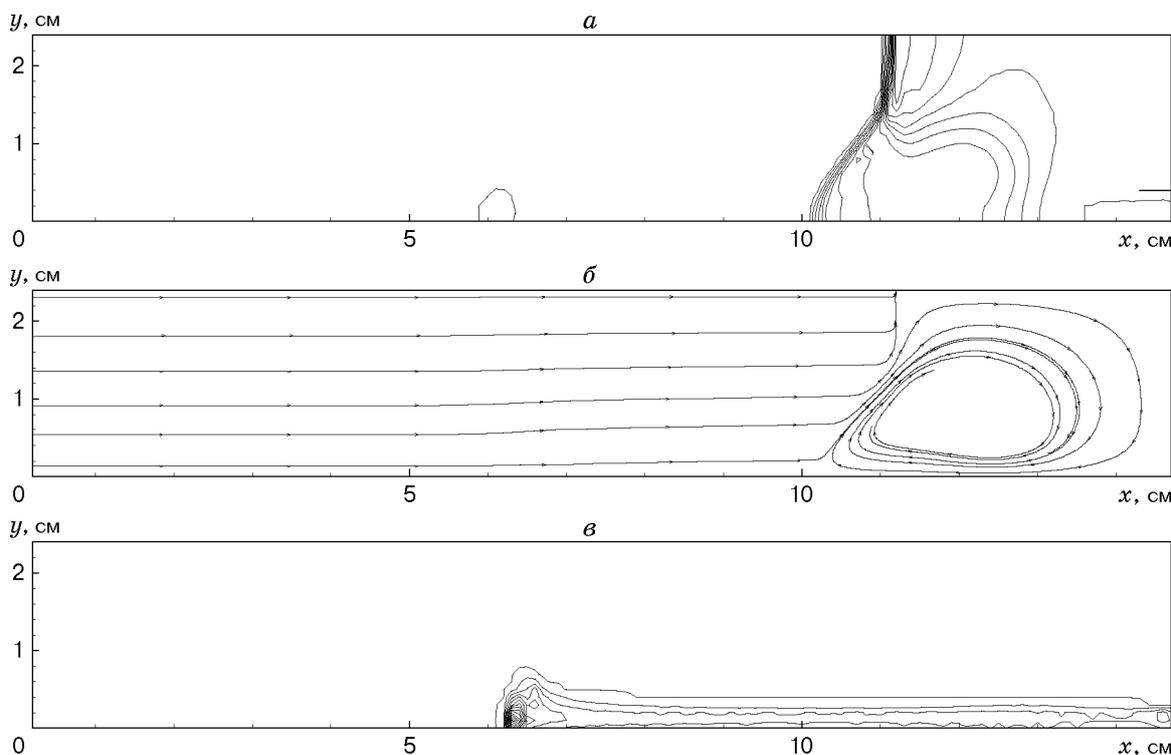


Рис. 2. Картина течения газа и частиц при $t = 240 \text{ мкс}$:
 а — изобары; б — линии тока; в — изолинии $m_2(x, y) = \text{const}$

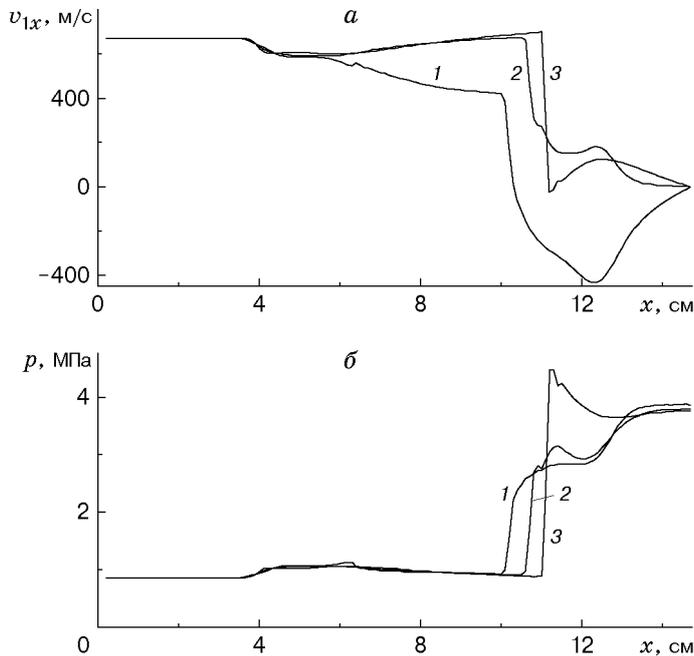


Рис. 3. Распределение скорости газа (а) и давления (б) вдоль оси x при $t = 240$ мкс:

1 — $y_1 = 0,2$ см; 2 — $y_2 = 1$ см; 3 — $y_3 = 2,2$ см

отраженная ударная волна приобретает λ -образную структуру, а за ней возникает вихрь, который играет важную роль в подъеме частиц. Отметим, что образование λ -образной структуры отраженной ударной волны, скользящей над облаком частиц, экспериментально наблюдалось в работе [6]. При $t = 240$ мкс облако частиц не претерпевает существенной деформации, а частицы облака сносятся потоком газа вправо по направлению к торцевой стенке (рис. 2, б). Как показано ниже, образование вихревого течения обусловлено формированием λ -образной структуры отраженной ударной волны вследствие неоднородности потока газа за проходящей ударной волной.

На рис. 3, а показаны распределения скорости $v_{1x}(x, y)$ в трех сечениях $y = y_i$, параллельных нижней стенке канала. В сечении $y_1 = 0,2$ см показана скорость $v_{1x}(x, y)$ вблизи нижней стенки канала, в сечении $y_2 = 1$ см — $v_{1x}(x, y)$ в середине канала, в сечении $y_3 = 2,2$ см — $v_{1x}(x, y)$ вблизи верхней стенки канала. Соответствующие распределения давления приведены на рис. 3, б. Резкие скачки скорости и давления соответствуют фронту отраженной ударной волны в сечениях $y = y_i$. Видно, что вблизи нижней стенки скорость газа перед ударной волной меньше, чем вдали от нее. В то же время давление перед отраженной ударной волной является однородным и не зависит от ординаты y . Уменьшение v_{1x} вблизи нижней стенки обусловлено торможением газа частицами облака, а однородность давления обеспечивается его выравниванием за счет акустических волн. Следствием указанной неоднородности зависимости $v_{1x}(y)$ является то, что отраженная ударная волна вблизи нижней стенки канала распространяется влево с большей скоростью, чем вдали от нее, а ее фронт со временем приобретает характерную λ -образную форму. Обозначая индексом 1 параметры газа перед отраженной ударной волной, а индексом 2 — за ней, из закона сохранения импульса оценим давление за отраженной ударной волной $p_2 \approx \rho_1(v_{1x} - D)^2 + p_1$. Из сказанного выше следует, что разность $v_{1x} - D$ уменьшается при приближении к нижней стенке, что приводит к соответствующему уменьшению давления p_2 . Этот вывод согласуется с данными численных расчетов (рис. 3, б). Поскольку давление вблизи верхней стенки канала больше, чем вблизи нижней, возникает поперечный градиент давления, под действием которого газ начинает двигаться сверху вниз. По-

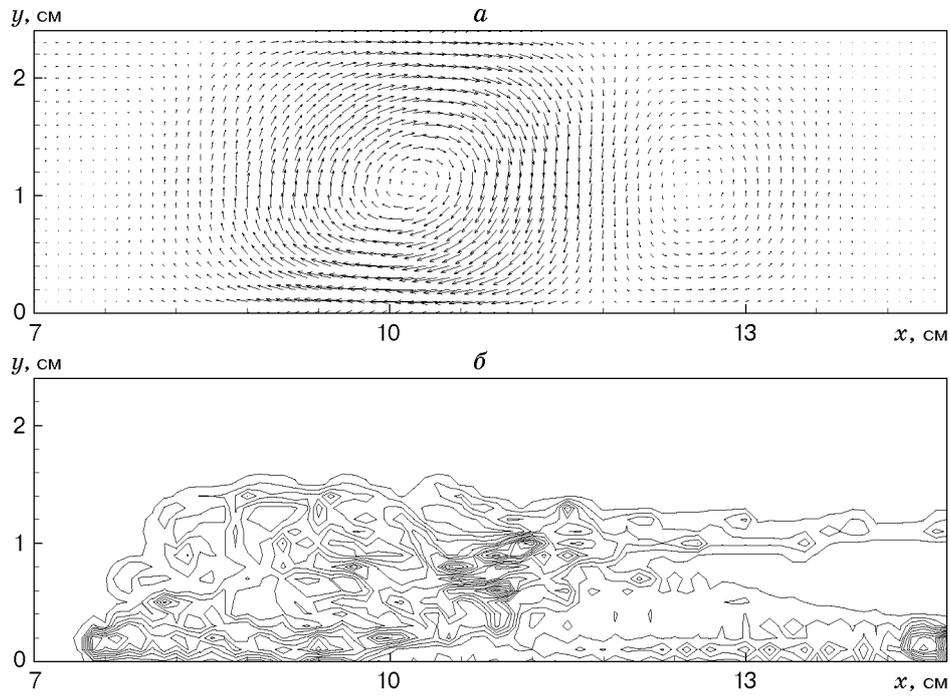


Рис. 4. Картина течения газа и частиц при $t = 560$ мкс:
 a — поле скоростей v_1 ; b — изолинии $m_2(x, y) = \text{const}$

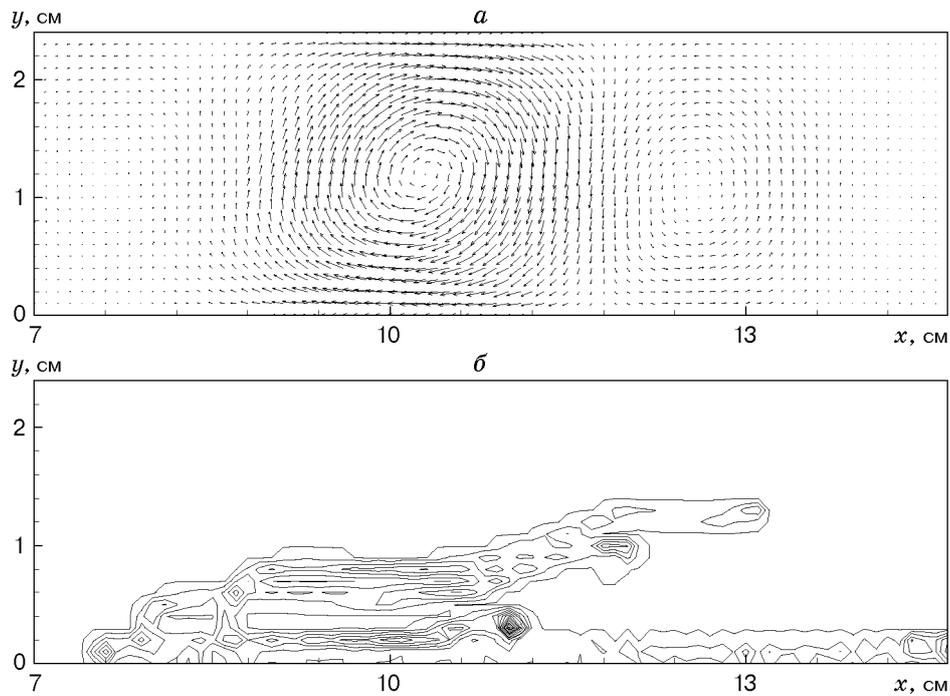


Рис. 5. Картина течения газа и частиц при $t = 560$ мкс, $F_M = 0$:
 a — поле скоростей v_1 ; b — изолинии $m_2(x, y) = \text{const}$

сле столкновения возникающего потока газа с нижней стенкой он сворачивается в вихрь (см. рис. 2, б). В дальнейшем, при смещении отраженной ударной волны влево, вихрь растягивается, и его поперечный размер увеличивается до тех пор, пока вихрь не заполнит все сечение канала. После выхода ударной волны из облака частиц ее фронт становится прямым, и она отрывается от вихря. Частицы, попадающие в область вихря, сначала тормозятся, а затем поднимаются. В дальнейшем качественная картина течения сохраняется, и частицы занимают большую часть поперечного сечения канала (рис. 4). Скорость газа в вихре достигает 150 м/с, в результате силы Магнуса F_M и аэродинамического сопротивления $(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)/\tau$ оказываются достаточно большими, что обеспечивает подъем частиц диаметром 200 мкм.

Для оценки влияния силы Магнуса проведен расчет при указанных выше параметрах, однако сила Магнуса в соответствующих уравнениях системы (1) полагалась равной нулю. Рассчитанные поля скоростей \mathbf{v}_1 и изолинии объемной концентрации частиц $m_2(x, y)$ приведены на рис. 5. Сравнение с рис. 4 показывает, что поле скоростей меняется слабо, а подъем частиц происходит медленнее, чем при учете силы Магнуса. Однако, если провести количественное сравнение числа частиц $N_2 \approx \int m_2(x, y) dx$, поднявшихся на высоту $y_2 = 1$ см, то окажется, что это различие не слишком велико. Таким образом, вклады сил Магнуса и аэродинамического сопротивления в подъем частиц за отраженной ударной волной оказываются соизмеримыми.

Итак, в данной работе представлены результаты численного моделирования подъема пыли за ударной волной, отраженной от торцевой стенки канала. Обнаружено возникновение вихревого течения за отраженной ударной волной. Показано, что в образовавшемся вихре происходит подъем частиц под действием сил Магнуса и аэродинамического сопротивления, значения которых в вихре сравнимы между собой.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Борисов А. А., Любимов А. В., Когарко С. М., Козенко В. П.** О неустойчивости сыпучей среды при скольжении по ней ударной волны и детонационных волн // Физика горения и взрыва. 1967. Т. 3, № 1. С. 149–151.
2. **Bracht K., Merzkich W.** The erosion of dust by a shock wave in air: initial studies with laminar flow // Intern. J. Multiphase Flow. 1978. V. 4, N 1. P. 89–95.
3. **Fletcher B.** The interaction of a shock with a dust deposit // J. Phys. D. Appl. Phys. 1976. V. 9. P. 197–202.
4. **Kuhll A. L., Chien K., Ferguson R. E., et al.** Simulation of a turbulent dusty boundary layer behind shock // Current topics in shock waves: Proc. of the 17th Intern. symp. on shock waves and shock tubes. S. 1., 1990. P. 762–769.
5. **Бойко В. М., Папырин А. Н.** О динамике образования газозвеси за ударной волной, скользящей вдоль поверхности сыпучей среды // Физика горения и взрыва. 1978. Т. 23, № 2. С. 122–126.
6. **Бойко В. М.** Лазерная диагностика микропроцессов, возникающих при взаимодействии ударных волн с жидкими и твердыми частицами: Дис. . . д-ра физ.-мат. наук. Новосибирск, 1995.
7. **Киселев С. П., Киселев В. П.** О воспламенении частиц угольной пыли в ударных волнах // ПМТФ. 1995. Т. 36, № 3. С. 31–37.
8. **Kiselev S. P., Vorozhtsov E. V., Fomin V. M.** Foundations of fluid mechanics with applications: problem solving using mathematica. Boston; Basel; Berlin: Birkhäuser, 1999.

9. **Киселев В. П., Киселев С. П., Фомин В. М.** О взаимодействии ударной волны с облаком частиц конечных размеров // ПМТФ. 1994. Т. 35, № 2. С. 26–37.
10. **Гольдштик М. А., Козлов Б. Н.** Элементарная теория концентрированных дисперсных систем // ПМТФ. 1973. № 4. С. 67–77.
11. **Гольдштик М. А., Сорокин В. Н.** О движении частицы в вихревой камере // ПМТФ. 1968. № 6. С. 149–152.

Поступила в редакцию 28/V 2001 г.
