

УДК 532.546:536.421

## К теории начального этапа накопления нефти в куполе-сепараторе\*

И.К. Гималтдинов, С.Р. Кильдибаева

Стерлитамакский филиал Башкирского государственного университета

E-mail: iljas\_g@mail.ru.

Разработана математическая модель наполнения нефтью резервуара цилиндрической формы — купола сепаратора, предназначенного для сбора нефти при ее разливе на дне водоема. Описаны два этапа наполнения купола нефтью, определены зависимости температуры слоя раствора спирта в куполе от времени, движение границы раздела слоев нефти и раствора спирта.

**Ключевые слова:** купол-сепаратор, разлив углеводородов на дне водоема, накопление нефти.

### Введение

В последнее время увеличивается интерес к процессу освоения шельфовой зоны мирового океана с целью добычи углеводородного сырья. Наряду с увеличением объемов добычи нефти и газа многократно возрастает угроза протечек в нефтепроводах, в результате которых происходит загрязнение водоемов нефтепродуктами.

Предлагается множество способов устранения аварий, связанных с повреждением скважин и трубопроводов. Один из них заключается в установке над местом утечки углеводородов устройства — купола, в котором нефть сначала накапливается, а затем откачивается в танкер, находящийся на поверхности океана.

В настоящей работе рассматривается начальный этап процесса накопления нефти в куполе, определяются распределения температурных полей при накоплении нефти внутри купола.

### 1. Постановка задачи и основные уравнения

Пусть на дне водоема имеется источник углеводородов с известными массовыми расходами нефти  $M_o$  и газа  $M_g$  и начальной температурой углеводородов  $T^e$ . Будем полагать, что нефть и газ распространяются в виде затопленной струи [1, 2], а сама струя представляет собой капли нефти, пузырьки газа и «вовлеченную» в струю окружающую воду.

Допустим, что теплофизические параметры струи такие, что пузырьки газа выше некоторой высоты  $h^*$  начинают покрываться газогидратной коркой [3]. Для сбора нефти под водой над источником истечения углеводородов устанавливается цилиндрический купол (рис. 1), нижнее основание которого открыто для накопления углеводородов,

---

\* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 14-01-97032p\_поволжье\_a).

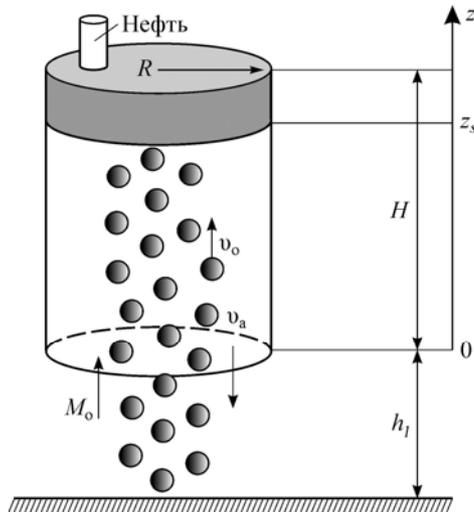


Рис. 1. Схема купола-сепаратора.  
 $H$  — высота купола,  $R$  — радиус купола.

а верхнее — закрыто. Купол фиксируется на высоте  $h_l > h^*$ . При разливе нефти в Мексиканском заливе в апреле 2010 г. [4] была предпринята попытка установки над местом аварии купола, который должен был устранить утечку углеводородов из поврежденной скважины. При этом не была продумана стратегия управления газогидратами, которые при накоплении внутри купола придали конструкции нежелательную плавучесть, что впоследствии не позволило зафиксировать купол и помешало дальнейшему его использованию.

Для предотвращения процесса накопления гидратов внутри купола до его установки на дно океана купол наполняется теплым раствором спирта с температурой  $T_a$ , причем  $T_a > T_s(p)$ , где  $T_s(p)$  — равновесная температура гидратообразования при данном давлении [5], кроме этого, должно выполняться условие  $\rho_o < \rho_a < \rho_h$ , где  $\rho_o$ ,  $\rho_a$ ,  $\rho_h$  — соответственно плотности нефти, раствора спирта и гидрата. Это условие позволяет считать, что после открытия нижнего основания купола капли нефти из струи будут проникать в купол, а частицы газового гидрата вместе с вовлеченной водой будут омывать нижнее основание купола. При этом полагаем, что нефть не смешивается с раствором спирта, а также что в конструкции купола есть устройства, которые поддерживают необходимую концентрацию раствора спирта в куполе. Будем также полагать, что стенки купола изготовлены из мягкой полиуретановой оболочки. К верхнему основанию купола подключена трубка для откачки нефти, накапливающейся внутри купола (на рисунке капли нефти обозначены серыми кружками), и устройства, обеспечивающие его маневренность и управляемость, которые не учитываются при математическом моделировании.

Положим, что на первом этапе купол зафиксирован на высоте  $h_l$  от дна океана, нижнее основание купола открывается, и внутрь купола начинают проникать капли нефти. Для простоты положим, что весь объем нефти, вытекающий из скважины, попадает внутрь купола. Тогда можно считать, что на входе в купол имеется источник нефти, из которого с известным массовым расходом  $M_o = \rho_o \alpha v_o$ , отнесенным на единицу площади, выделяются капли нефти, которые поступают в теплый раствор спирта, образуя потоки капель. Пусть  $n$  — число капель нефти в единице объема. Дроблением и слипанием капель, поднимающихся со скоростью  $v_o$ , будем пренебрегать. Так как в куполе происходит противоточное движение, т.е. капли движутся вверх, а раствор спирта из-за вытеснения каплями нефти — вниз, то для скорости  $v_o$  можем записать  $v_o = w_o - v_a$ , где  $w_o$  — скорость миграции капель нефти относительно раствора спирта,  $v_a$  — скорость раствора спирта. Здесь и далее нижние индексы “o”, “a” относятся к параметрам нефти и раствора спирта.

Тогда уравнение сохранения числа капель нефти запишется в виде:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial n v_o}{\partial z} = 0. \quad (1)$$

Запишем уравнения сохранения масс для нефти и раствора спирта [6]:

$$\frac{\partial \alpha \rho_o}{\partial t} + \frac{\partial \alpha \rho_o v_o}{\partial z} = 0, \quad (2)$$

$$\partial(1-\alpha)\rho_a/\partial t + \partial(1-\alpha)v_a\rho_a/\partial z = 0, \quad (3)$$

где  $\alpha$  — объемное содержание капель нефти в куполе.

Приведенные уравнения необходимо дополнить очевидным соотношением:

$$\alpha = \frac{4}{3}\pi a_0^3 n, \quad (4)$$

где  $a_0$  — радиус капли нефти.

Уравнения импульсов для капель нефти и раствора спирта в безынерционном приближении могут быть записаны в виде [6]:

$$-\alpha \frac{\partial p}{\partial z} - nf - \alpha \rho_0 g = 0, \quad (5)$$

$$-(1-\alpha) \frac{\partial p}{\partial z} + nf - (1-\alpha)\rho_a g = 0. \quad (6)$$

Для силы сопротивления с учетом деформации капель нефти принято [7]:

$$f = C'_\mu \frac{\rho_a w_d^2 \pi a_0^2}{2}, \quad \text{где } C'_\mu = C_\mu + \lambda \frac{3(\mu^*)^2 - \mu^* + 8}{5(\mu^* + 1)^2} \frac{\text{Re}^2}{4} \frac{\rho_a w_d^2 a_0}{\sigma},$$

$$\lambda = \frac{1}{4(\mu^* + 1)^3} \left\{ \left[ \frac{81}{80}(\mu^*)^3 + \frac{57}{20}(\mu^*)^2 + \frac{103}{40}\mu^* + \frac{3}{4} \right] - \frac{(\rho_0/\rho_a) - 1}{12}(\mu^* + 1) \right\},$$

где  $w_d$  — скорость миграции одной капли нефти,  $\mu^* = \mu_0/\mu_a$  — отношение динамических вязкостей нефти и спирта,  $\text{Re} = 2a_0\rho_a w_d/\mu_a$  — число Рейнольдса,  $\sigma$  — коэффициент поверхностного натяжения,  $C'_\mu$  — коэффициент сопротивления с учетом деформации,  $C_\mu$  — коэффициент сопротивления капли без учета деформации, который определяется следующим образом [7]:

$$C_\mu = \frac{\mu^* C_{x\infty} + C_{x0}}{1 + \mu^*}, \quad C_{x\infty} = 18,5/\text{Re}^{3/5}, \quad C_{x0} = \frac{48}{\text{Re}} \left( 1 - \frac{2,2}{\sqrt{\text{Re}}} \right),$$

здесь  $C_{x\infty}$  — коэффициент сопротивления для твердой сферы,  $C_{x0}$  — коэффициент сопротивления для пузырька.

Изменение температуры раствора спирта происходит за счет температурного следа капель нефти. Уравнение, описывающее этот процесс, имеет вид:

$$\rho_a c_a (1-\alpha) \left( \frac{\partial T_a}{\partial t} + v_a \frac{\partial T_a}{\partial z} \right) = -nQ, \quad Q = 4\pi a_0^2 q, \quad (7)$$

где  $T_a$  и  $c_a$  — температура и теплоемкость раствора спирта,  $Q$  — интенсивность источника тепла, отнесенная на единицу объема,  $q$  — интенсивность источника тепла, отнесенная на поверхность капли.

Уравнение, описывающее изменение температуры капель нефти за счет нагревания в растворе спирта, имеет вид:

$$\rho_0 c_0 \alpha \left( \frac{\partial T_0}{\partial t} + v_0 \frac{\partial T_0}{\partial z} \right) = nQ. \quad (8)$$

### 1.1. Определение скорости относительного движения капль нефти $w_o$ и раствора спирта $v_a$ , вытесняемого из купола

Скорость миграции капли нефти в слое неподвижного раствора спирта найдем из уравнения (5). Для определения скорости дрейфа капль с учетом стесненности используем следующее выражение [8]:

$$w_o = w_d / (1 - \alpha)^{-m}, \quad m = 3. \quad (9)$$

С учетом вышесказанного, при параметрах системы  $\mu_a = 1,4 \cdot 10^{-3}$  Па·с,  $\mu_o = 0,7 \cdot 10^{-3}$  Па·с,  $a_o = 10^{-3}$  м,  $\rho_a = 810$  кг/м<sup>3</sup> получим  $w_d = 3,8$  см/с,  $w_o = 0,8$  см/с.

Определим скорость раствора спирта в куполе с учетом миграции капль нефти. Границу, разделяющую слои раствора спирта и накопленной нефти, обозначим как  $z_s$  (см. рис. 1).

Запишем условие баланса масс для нефти и раствора спирта на подвижной границе:  $\rho_o \alpha (w_o + v_a - \dot{z}_s) = \rho_o (0 - \dot{z}_s)$ ,  $\rho_a (1 - \alpha) (v_a - \dot{z}_s) = 0$ , где  $\dot{z}_s = dz_s / dt$ . Из этих выражений следует, что:

$$v_a = \dot{z}_s, \quad v_a = -\alpha w_o. \quad (10)$$

Для скорости  $v_o$  можем записать:

$$v_o = w_o + v_a = (1 - \alpha) w_o. \quad (11)$$

### 1.2. Тепловое взаимодействие капль нефти с раствором спирта в куполе

Для определения интенсивности теплового потока между раствором спирта и поверхностью капль нефти будем использовать формулу [6]:

$$q = \beta (T_a - T_o), \quad (12)$$

где  $\beta = \lambda_a \text{Nu} / (2a_o)$ ,  $\text{Nu} = 2 + 0,46 \text{Re}^{0,55} \text{Pr}^{0,3}$ ,  $\text{Pr} = \mu_a c_a / \lambda_a$ ,  $\text{Pr}$  и  $\text{Nu}$  — приведенные числа Прандтля и Нуссельта,  $\lambda_a$  — коэффициент теплопроводности раствора спирта.

### 1.3. Процесс накопления слоя нефти

После того, как капль нефти достигают верхнего основания купола, начинается второй этап — процесс накопления нефти внутри купола. Закон сохранения масс для слоя нефти имеет вид:

$$dM_o^l / dt = m^+, \quad m^+ = \rho_o \alpha w_o S. \quad (13)$$

### 1.4. Начальные и граничные условия

Пусть начало координат совпадает с нижним основанием купола в исходном состоянии ( $t = 0, z > 0$ ), раствор спирта неподвижен ( $v_a = 0$ ), капль нефти отсутствуют ( $\alpha = 0$ ), а распределение давления внутри купола соответствует гидростатическому:

$$p = p_o - \rho_a g z, \quad (14)$$

где  $p_o$  — давление на сечении нижнего основания купола. В момент времени  $t = 0$  открывается нижнее основание купола и из струи с интенсивностью  $M_o$  в купол начинает поступать нефть. Причем  $M_o$  выражает приток массы нефти в купол за единицу времени и с единицы поверхности нижнего основания купола. Будем считать, что поток

нефти попадает в раствор спирта в виде капель нефти радиусом  $a_0$  со скоростью дрейфа  $v_0$ . Тогда для потока массы нефти  $M_0$ , принимаемого куполом с единицы площади основания с другой стороны, можем записать:

$$M_0 = \rho_0 \alpha v_0. \quad (15)$$

Таким образом, задание массового расхода нефти, согласно выражению (15), эквивалентно заданию объемного содержания нефти на нижнем основании купола. Запишем исходную систему уравнений в виде:

$$\partial n / \partial t = -\partial n v_0 / \partial z, \quad (16)$$

$$\frac{\partial T_0}{\partial t} = \frac{nQ}{\rho_0 c_0 \alpha} - v_0 \frac{\partial T_0}{\partial z}, \quad (17)$$

$$\frac{\partial T_a}{\partial t} = -\frac{nQ}{\rho_a c_a (1-\alpha)} - v_a \frac{\partial T_a}{\partial z}. \quad (18)$$

Из (10) следует:

$$dz_s / dt = -\alpha w_0. \quad (19)$$

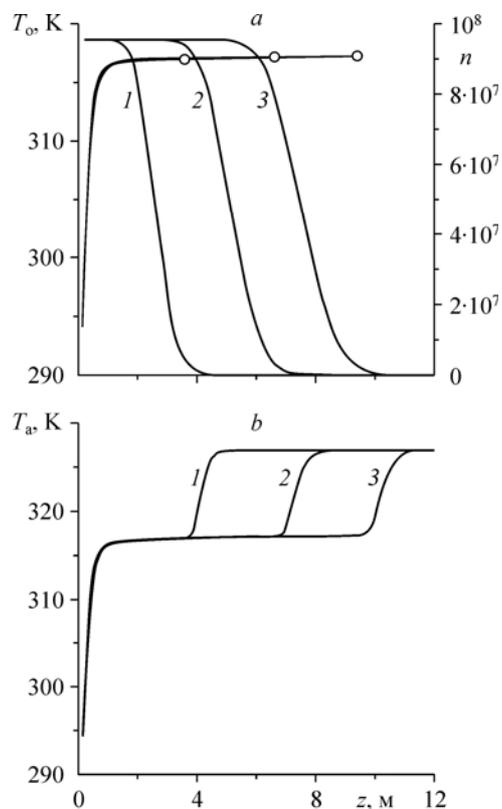
## 2. Результаты расчетов

На рис. 2 представлены зависимости температуры капель нефти и их количества (рис. 2a), а также температуры слоя раствора спирта внутри купола (рис. 2b) от вертикальной координаты  $z$  для процесса всплытия капель нефти в слое раствора спирта. Расчеты проводились при следующих параметрах: высота купола  $H = 12$  м, начальная температура капель нефти  $T_0 = 277$  К, температура раствора спирта  $T_a = 327$  К, радиус капли нефти  $a_0 = 10^{-3}$  м,  $\alpha = 0,4$ ,  $\rho_h = 910$  кг/м<sup>3</sup>,  $\rho_a = 810$  кг/м<sup>3</sup>,  $\rho_0 = 650$  кг/м<sup>3</sup>,  $\mu_a = 1,4 \cdot 10^{-3}$  Па·с,  $\mu_0 = 0,7 \cdot 10^{-3}$  Па·с,  $\lambda_a = 0,167$  Вт/(м·К),  $c_0 = 1670$  Дж/(кг·К),  $c_a = 4200$  Дж/(кг·К),  $\sigma = 0,7 \cdot 10^{-3}$  Н/м,  $p_0 = 15$  МПа. Из графиков следует, что при фиксированном массовом расходе нефти  $M_0$  со временем устанавливается некоторая квазистационарная картина в виде волны ступенчатого типа для концентрации капель в растворе спирта.

Мигрирующая часть волн представляет собой поток капель нефти. Температура в волне достигает значения  $T_0 = T_a = 317$  К, т.е. происходит нагрев капель нефти и охлаждение слоя раствора спирта. Отметим также что, поскольку в куполе реализуется противоточное движение, «информация» о начальной температуре капель нефти не передается внутрь купола.

Рис. 2. Распределение температуры капель нефти, температуры слоя раствора спирта внутри купола и концентрации капель от вертикальной координаты  $z$ .

Моменты времени: 500 (1), 1000 (2), 1500 (3) мин.



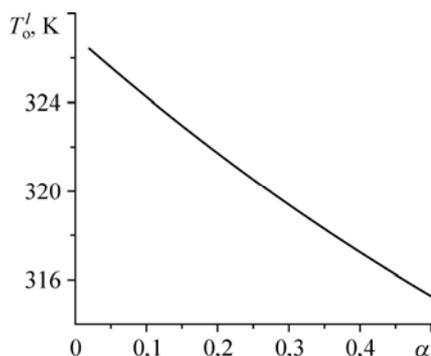


Рис. 3. Зависимость температуры слоя нефти от различных начальных значений объемного содержания нефти.

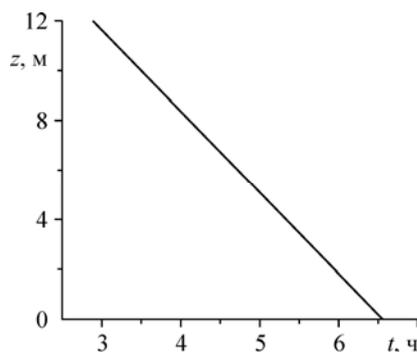


Рис. 4. Зависимость координаты раздела слоев нефти и раствора спирта  $z_s$  от времени.

Температура накапливающегося слоя нефти у верхнего основания купола будет равна температуре поступающих капель нефти. Так как температура капель нефти имеет квазистационарный профиль, можно получить зависимость температуры слоя нефти от различных начальных значений объемного содержания нефти  $\alpha$ . Зависимость температуры слоя нефти от объемного содержания капель нефти представлена на рис. 3. Очевидно, что с увеличением объемного содержания нефти  $\alpha$  температура, до которой нагреваются капли нефти, уменьшается, и соответственно будет уменьшаться температура слоя накапливающейся нефти. На рис. 4 представлена зависимость координаты раздела слоев нефти и раствора спирта  $z_s$  от времени в процессе накопления слоя нефти внутри купола.

### Заключение

Построена математическая модель начального этапа заполнения нефтью купола-сепаратора. Рассмотрено два этапа работы купола, включающих процесс поднятия капель в слое раствора спирта и процесс накопления слоя нефти в куполе. Получены зависимость температуры капель нефти, слоя раствора спирта и количества капель нефти от вертикальной координаты  $z$ , зависимость температуры слоя нефти от начального объемного содержания и зависимость скорости движения координаты, разделяющей слой нефти и раствора спирта от времени. Установлено, что с увеличением начального объемного содержания нефти температура слоя нефти уменьшается.

Авторы выражают глубокую признательность академику АН РБ В.Ш. Шагапову за поставленную задачу и обсуждение результатов.

### Список литературы

1. **Абрамович Г.Н.** Теория турбулентных струй. М.: ЭКОЛИТ, 2011. 720 с. (Репринтное воспроизведение издания 1960 г.)
2. **Lee J.H.W., Chu V.H.** Turbulent jets and plumes — a Lagrangian approach. Kluwer, 2003. 390 p.
3. **Rehder G., Brewer P.W., Peltzer E.T., Friederich G.** Enhanced lifetime of methane bubble streams within the deep ocean // *Geophysical Research Letters*. 2002. Vol. 29, No. 15. P. 21-1–21-4.
4. **Шарапов Р.В.** Глобальные экологические катастрофы: миф или реальность? // *Машиностроение и безопасность жизнедеятельности*. 2011. № 1. С. 14–16.
5. **Макогон Ю.Ф.** Гидраты природных газов. М.: Недра, 1974. 285 с.
6. **Нигматуллин Р.И.** Динамика многофазных сред. Ч. 1. М.: Наука, 1987. 464 с.
7. **Броунштейн Б.И., Фишбейн Г.А.** Гидродинамика, массо- и теплообмен в дисперсных системах. Л. Химия, 1977. 280 с.
8. **Нигматуллин Р.И.** Динамика многофазных сред. Ч. 2. М.: Наука, 1987. 360 с.

Статья поступила в редакцию 16 июня 2014 г.,  
после доработки — 4 июля 2014 г.