

## ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ СХОДЯЩЕГОСЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ПЛАМЕНИ

Р. В. Фурсенко<sup>1,2</sup>, С. С. Минаев<sup>1</sup>, К.-Л. Пэн<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН, 630090 Новосибирск  
roman.fursenko@gmail.com

<sup>2</sup>Национальный университет Тайваня, Тайпей, 10617 Тайвань, КР

Теоретически и численно изучено влияние гидродинамической неустойчивости на скорость распространения и форму сходящегося цилиндрического пламени. Теоретические исследования выполнены в рамках нелинейного эволюционного уравнения для возмущенного фронта пламени, которое может быть выведено из общей модели аналогично уравнению Сивашинского. Явление искривления поверхности сходящегося пламени, приводящее к уменьшению времени выгорания объема свежей смеси, исследовано посредством анализа точных решений нелинейного эволюционного уравнения и численного моделирования в рамках полной гидродинамической модели. Выявлены физические процессы, определяющие динамику сходящегося цилиндрического пламени.

Ключевые слова: гидродинамическая неустойчивость, структура пламени, взаимодействие пламени с потоком.

### ВВЕДЕНИЕ

Характерной чертой турбулентного горения является образование в пространстве замкнутых объемов газа, заполненных несгоревшей смесью и окруженных горячими продуктами горения [1–6]. За счет высокой температуры продуктов горения химическая реакция происходит на поверхности такого индивидуального объема и приводит к формированию фронта пламени, окружающего область, заполненную свежей смесью, и распространяющегося внутрь объема. Экспериментальные наблюдения [7] свидетельствуют, что в некоторых случаях такие порции несгоревшего газа имеют звездообразную форму и выгорают с большой скоростью, существенно превышающей скорость распространения адиабатического пламени. Почти сферические сходящиеся пламена могут быть экспериментально получены с помощью спирального турбулизатора, помещенного вблизи устья бунзеновской горелки [8].

В то время как расходящиеся пламена привлекают широкое внимание исследователей

(см., например, обзорную работу [9]) и многие проблемы, связанные с гидродинамической неустойчивостью, самоускорением пламени и теплодиффузионными эффектами, стали предметом многочисленных исследований, работы, касающиеся изучения сходящихся пламен, не столь широко представлены в литературе. Так, в работах [10–13] влияние числа Льюиса на механизмы гашения сходящегося сферического пламени исследовалось численно в рамках одномерной диффузионно-тепловой модели, не учитывающей влияние гидродинамических эффектов. В связи с этим представляется актуальным вопрос, оказывает ли гидродинамическая неустойчивость такое же существенное влияние на динамику распространения сходящегося пламени, как и в случае расходящихся пламен [9], или же это влияние незначительно.

Для описания расходящегося пламени Сивашинским было предложено слабонелинейное интегродифференциальное уравнение для фронта пламени [14, 15], которое, несмотря на значительные упрощающие предположения, описывает основные особенности, типичные для пламен, динамическое поведение которых определяется действием гидродинамической неустойчивости. Это уравнение допускает семейство точных полюсных решений [16–18], которые оказались чрезвычайно полезными для изучения динамики ячеистых пла-

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 05-02-16408).

<sup>2</sup>Kuo-Long Pan.

Department of Mechanical Engineering, National Taiwan University, Taipei 10617, Taiwan, R. O. C.

мен. Строго говоря, приближенное эволюционное уравнение, полученное в [14, 15], справедливо только в случае близости коэффициента теплового расширения газа к единице. Однако даже для реалистичных значений коэффициента расширения, существенно отличающихся от единицы, это уравнение дает качественно приемлемые решения [9].

Более точные модели, учитывающие произвольность значений коэффициента теплового расширения [19] или сильную нелинейность [20], намного сложнее для аналитических исследований. В то же время, например, модель [19], допускающая использование техники полюсных разложений для получения точных решений, демонстрирует результаты, качественно сходные с результатами исследования полюсных решений уравнения Сивашинского. Поэтому, для простоты, в настоящей работе мы использовали такие же упрощающие предположения, как и в модели Сивашинского.

Целью настоящей работы являлось исследование влияния гидродинамической неустойчивости на динамическое поведение сходящегося цилиндрического пламени. Представлены результаты теоретического анализа нелинейного уравнения, описывающего сходящееся пламя, и численного моделирования в рамках полной гидродинамической модели. Проведено качественное сравнение теоретических и численных результатов.

## АНАЛИТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Настоящий параграф посвящен теоретическому анализу динамики сходящегося цилиндрического пламени в рамках гидродинамической модели. В случае, когда зона химической реакции мала по сравнению с характерным масштабом области несгоревшего газа, пламя может рассматриваться как поверхность, разделяющая свежую смесь и продукты горения. На поверхности раздела скорость, плотность и температура газа испытывают скачок. С обеих сторон от фронта пламени поле течений описывается уравнениями Эйлера. Кроме того, в гидродинамической модели постулируется, что самоподдерживающаяся экзотермическая реакция вызывает распространение волны горения в направлении нормали к фронту пламени (направленной в сторону свежей смеси) со скоростью, равной адиабатической скорости плоского пламени  $U_b$ . Таким образом, в гидродинамическом приближении неустойчивость пламени

обусловлена исключительно тепловым расширением газа в результате химической реакции. В рамках гидродинамической модели нелинейная эволюция возмущенного фронта пламени описывается уравнением Сивашинского, последовательный вывод которого для случая расходящегося цилиндрического пламени представлен в работах [14, 15, 21]. Уравнение эволюции фронта сходящегося цилиндрического пламени может быть выведено аналогично уравнению Сивашинского и имеет вид

$$\frac{\partial R}{\partial t} + \frac{E-1}{2} \hat{K}(R) = \frac{1}{R_f^2} \frac{\partial^2 R}{\partial \varphi^2} - \frac{1}{2} \left( \frac{1}{R_f} \frac{\partial R}{\partial \varphi} \right)^2 - 1, \quad 0 \leq \varphi < 2\pi. \quad (1)$$

Уравнение (1) отличается от классического уравнения Сивашинского [15] знаком при двух последних слагаемых, поскольку направление движения фронта сходящегося цилиндрического пламени противоположно направлению движения расходящегося пламени, рассматривавшегося в [15, 21].

Линейный оператор  $\hat{K}(R)$  в уравнении (1) определяется соотношением

$$\begin{aligned} \hat{K}(R) = & \\ = - \lim_{r \rightarrow R_f} \frac{\partial}{\partial r} \int_0^{2\pi} \frac{R_f^2 - r^2}{2\pi(R_f^2 + r^2 - 2rR_f \cos(\varphi - \varphi_1))} \times & \\ \times R(\varphi_1, t) d\varphi_1. & \quad (2) \end{aligned}$$

Здесь  $r = R(\varphi, t) = R_f(t) + f(\varphi, t)$  — безразмерное положение возмущенного фронта пламени в единицах длины Маркштейна  $Ma$ ;  $R_f(t) =$

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} R(\varphi, t) d\varphi$$

— средний радиус пламени;  $t$  —

безразмерное время в единицах  $Ma/U_b$ ;  $E = \rho_u/\rho_b$  — коэффициент теплового расширения, определяемый как отношение плотностей свежего газа и продуктов горения. Длина Маркштейна  $Ma$  и адиабатическая скорость плоского пламени  $U_b$ , входящие в единицы измерения длины и времени, могут быть определены с помощью специальных экспериментов [22, 23] или оценены теоретически [23, 24].

Семейство точных решений уравнения Сивашинского впервые было найдено в работе [16] с помощью метода полюсных разложений.

Независимо от этих результатов, в работах [17, 21] был предложен метод поиска точных решений, основанный на разложении решения в частичные суммы Фурье и использовании логарифмической подстановки. В настоящем исследовании мы будем следовать методу частичных сумм Фурье [21].

Будем искать решение уравнения (1) в виде

$$R(\varphi, t) = -2 \ln(F(\varphi, t)F^+(\varphi, t)), \quad (3)$$

где функция  $F$  записана в виде частичного ряда Фурье по угловой переменной  $\varphi$ :

$$F(\varphi, t) = a_0(t) + \sum_{n=1}^N a_n(t) \exp(in(\varphi - \psi_n(t))). \quad (4)$$

а через  $F^+$  обозначена функция, комплексно сопряженная к  $F$ .

Подставляя (3) в уравнение (1) и используя свойства оператора  $\hat{K}$  [17], получим уравнение для функций  $F$  и  $F^+$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial FF^+}{\partial t} + \frac{i(E-1)}{2R_f} \left( F^+ \frac{\partial F}{\partial \varphi} - F \frac{\partial F^+}{\partial \varphi} \right) = \\ = \frac{1}{R_f^2} \frac{\partial^2 FF^+}{\partial \varphi^2} + \frac{FF^+}{2}. \end{aligned} \quad (5)$$

Используя уравнение (5), можно получить систему нелинейных дифференциальных уравнений для коэффициентов  $a_n(t)$ ,  $\psi_n(t)$  разложения (4):

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \sum_{m=0}^{N-n} a_m a_{m+n} \exp(i(m\psi_m - (m+n)\psi_{m+n})) = \\ = \sum_{m=0}^{N-n} \omega(m, n) a_m a_{m+n} \exp(i(m\psi_m - \\ - (m+n)\psi_{m+n})), \quad n = 0, \dots, N, \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$\omega(m, n) = \frac{(1-E)(2m+n)}{2R_f} - \frac{n^2}{R_f^2} + \frac{1}{2}.$$

Для компактности запишем систему (6) в матричной форме

$$A \frac{dX}{dt} = B, \quad (7)$$

где  $(2N+1) \times (2N+1)$ -матрица  $A$  и вектор-столбец правой части  $B$  зависят от  $a_n(t)$  и  $\psi_n(t)$ , а  $X = (a_0(t), \dots, a_N(t), \psi_1(t), \dots, \psi_N(t))^T$  — вектор неизвестных. Система (7) решалась численно с использованием явной конечно-разностной схемы. Для решения системы линейных алгебраических уравнений, возникающей на каждом временном шаге, использовался итерационный метод Гаусса. Зависимости среднего радиуса  $R_f(t)$  и средней скорости  $V_f(t) = dR_f/dt$  фронта пламени от времени определялись из соотношений (3), (4).

Заметим, что  $a_0 a_N$  является коэффициентом при высшей гармонике в разложении  $F(\varphi, t)F^+(\varphi, t)$  в частичный ряд Фурье. Из (6) следует, что  $a_0 a_N$  будет расти со временем в том случае, если  $\omega(0, N) > 0$ . Из последнего неравенства следует, что если средний радиус пламени  $R_f$  меньше некоторого критического значения, при котором  $\omega(0, N) = 0$ , то коэффициенты при высших гармониках ( $m > N$ ) в разложении  $F(\varphi, t)F^+(\varphi, t)$  будут затухать. Поэтому задача об эволюции поверхности возмущенного пламени сводится к задаче о нелинейном взаимодействии конечного числа гармоник в разложении (4), где число членов зависит от среднего радиуса пламени и находится из условия  $\omega(0, N) = 0$ . Таким образом, применение аналитического подхода, основанного на методе частичных сумм Фурье, позволяет свести решение исходной задачи (1) к решению конечного числа обыкновенных дифференциальных уравнений (7).

## РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ АНАЛИТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Из уравнения (1) непосредственно следует формула для средней скорости сходящегося цилиндрического пламени:

$$\frac{dR_f}{dt} = -\frac{1}{4\pi R_f^2} \int_0^{2\pi} \left( \frac{\partial R_f}{\partial \varphi} \right)^2 d\varphi - 1. \quad (8)$$

Интеграл в правой части выражения (8) неотрицателен и равен нулю только при  $\frac{\partial R}{\partial \varphi} = 0$ . Отсюда можно заключить, что абсолютная скорость распространения невозмущенного цилиндрического пламени равна единице, а

абсолютная скорость распространения возмущенного сходящегося пламени всегда превышает скорость распространения невозмущенного пламени. Если поверхность возмущенного пламени состоит из гладких сегментов, разделенных острыми максимумами, или «трещинами» [25], простирающимися в глубь продуктов горения, то скорость распространения пламени тем больше, чем больше число или глубина «трещин».

Предполагается, что в начальный момент времени фронт пламени представляет собой цилиндрическую поверхность среднего радиуса  $R_0$ , возмущенную  $N$  равномерно распределенными по углу  $\varphi$  «трещинами» одинаковой амплитуды  $A \approx 0.01R_0$  (см. ниже рис. 2, 6). В этом случае начальное возмущение поверхности пламени описывается первыми  $N$  гармониками в разложении (4) и  $\psi_n = 2\pi n/N$ . В ходе анализа мы меняли волновое число начальных возмущений  $N$ , в то время как амплитуда возмущений оставалась неизменной.

Система уравнений (7) численно решалась на временном интервале  $[0, t_c]$ , и средний радиус возмущенного пламени в начальный момент времени  $t = 0$  был равен  $R_0$ . Предположение о бесконечно узкой зоне химической реакции становится некорректным для пламен, характерный масштаб которых сравним с тепловой толщиной пламени, поэтому расчет был ограничен временем  $t = t_c$ , которому соответствует средний радиус пламени  $R_f(t_c) = 10$ .

На рис. 1 приведены зависимости средней скорости фронта пламени от времени, рассчитанные для различных значений волнового числа начальных возмущений  $N$ . В случае  $N = 3$  (кривая 1) амплитуда гармоник (глубина «трещин») монотонно растет со временем вследствие развития гидродинамической неустойчивости, в то время как число «трещин» не меняется. Это приводит к увеличению площади поверхности возмущенного пламени по отношению к площади невозмущенной цилиндрической поверхности того же радиуса и, как следствие, к повышению скорости распространения пламени. На начальной стадии развития возмущений с  $N = 15$  (кривая 2) и  $N = 24$  (кривая 3) амплитуда максимумов поверхности растет, как и в предыдущем случае, после чего скорость падает, а затем в случае  $N = 24$  вновь начинает увеличиваться. Эволюция фронта сходящегося цилиндрического пламени с начальным возмущением, соответствующим

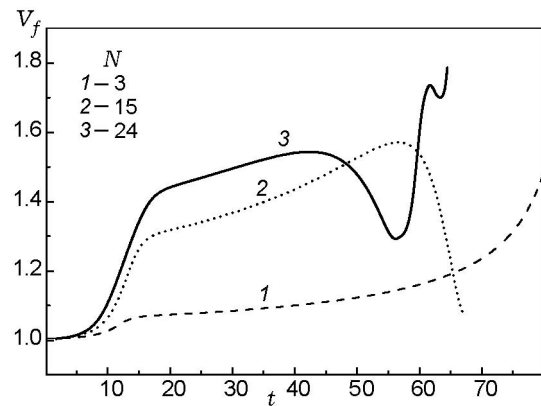


Рис. 1. Безразмерные зависимости абсолютного значения средней скорости фронта пламени от времени, рассчитанные при  $E = 3$ ,  $R_0 = 100$  и различных значениях  $N$

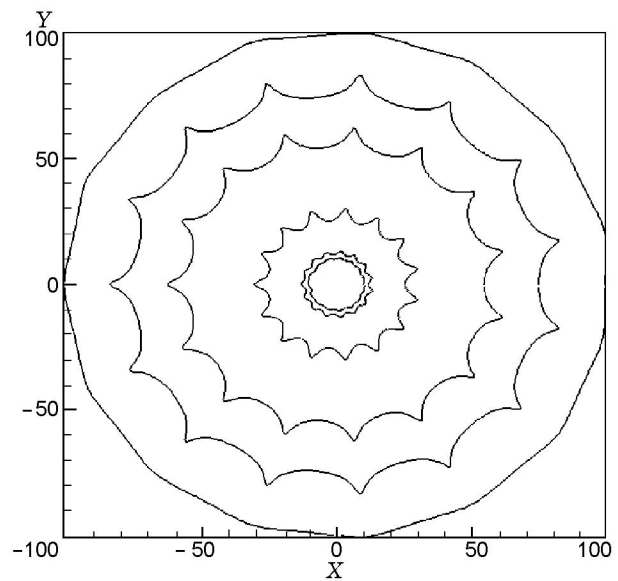


Рис. 2. Эволюция фронта возмущенного пламени при  $E = 3$ ,  $R_0 = 100$ ,  $N = 15$ ,  $t = 0, 20, 35, 55, 65, 67.25$  (от периферии к центру)

ющим случаю  $N = 15$ , приведена на рис. 2. Сближение «трещин» при малых радиусах (см. три внутренних контура на рис. 2) приводит к уменьшению относительной площади поверхности пламени и, следовательно, к уменьшению скорости фронта пламени.

На рис. 3 приведены формы поверхности возмущенного пламени, рассчитанные в последовательные моменты времени для случая  $N = 24$ . После стадий роста глубины «трещин» и их сближения, приводящего к уменьше-

нию относительной амплитуды возмущений, происходит слияние некоторых «трещин» в одну большую (см. рис. 3). Этот процесс приводит к росту относительной поверхности пламени и новому ускорению волны горения. Таким образом, можно выделить три механизма, определяющих динамическое поведение сходящегося пламени: (1) рост амплитуды возмущений; (2) сближение «трещин»; (3) образование вторичных «трещин» большой амплитуды в результате слияния соседних «трещин». Действие этих процессов проявляется в немономонном поведении скорости фронта пламени, с интервалами ускорения и замедления.

Скорость распространения сильно искривленного пламени, наблюдающегося при начальных условиях с большим числом возбужденных гармоник (см. рис. 3), может существенно превышать скорость цилиндрического пламени (см. рис. 1). В этом случае пламя приобретает типичную угловатую форму, которая наблюдалась в экспериментах [7]. Можно предположить, что развитие гидродинамической неустойчивости в некоторых случаях может приводить к распаду сходящегося цилиндрического пламени на отдельные очаги горения. Этот эффект не может быть описан в рамках слабонелинейной модели (1), и, по-видимому, для моделирования распада очага горения необходимо проведение численных рас-

четов в рамках полной модели.

Были выполнены оценки времени  $t_c$ , за которое радиус пламени уменьшится от начального радиуса  $R_0$  до значения  $R_f = 10$ . Обнаружено, что время  $t_c$ , которое может быть названо «временем схлопывания», является линейной функцией от начального радиуса  $R_0$ . В случае малых начальных радиусов «времена схлопывания» возмущенного и невозмущенного пламени близки вследствие недостатка времени для развития гидродинамической неустойчивости. Разница между этими временами увеличивается с ростом начального радиуса, причем «время схлопывания» возмущенного пламени всегда меньше «времени схлопывания» невозмущенного цилиндрического пламени. На рис. 4 приведена зависимость времени  $t_c$  от числа гармоник  $N$ , возмущенных в начальный момент времени, рассчитанная для начального радиуса  $R_0 = 100$ . Из рис. 4 следует, что более возмущенное пламя «схлопывается» быстрее, чем менее возмущенное. При этом существует интервал волновых чисел  $N$ , для которых «время схлопывания» практически постоянно. Такое поведение зависимости  $t_c(N)$  является следствием немонотонной зависимости скорости распространения сходящегося цилиндрического пламени от времени.

## РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПОЛНОЙ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Метод отслеживания фронта (front tracking technique) первоначально был разработан для моделирования многофазных течений [26]

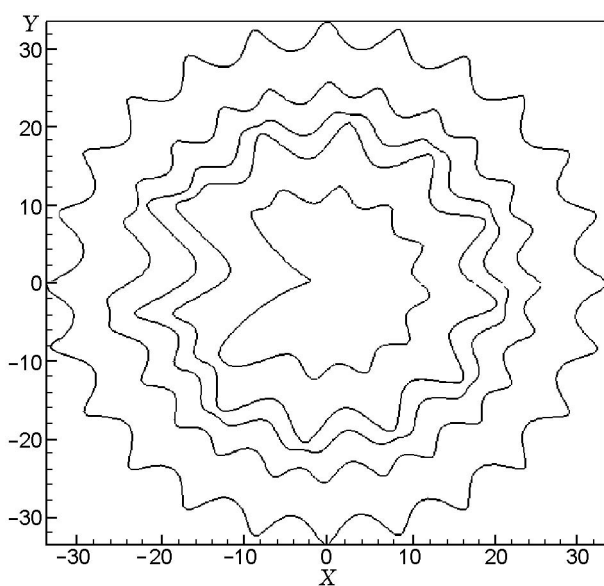


Рис. 3. Эволюция фронта возмущенного пламени при  $E = 3$ ,  $R_0 = 100$ ,  $N = 24$ ,  $t = 50, 55, 58, 60, 63.5$  (от периферии к центру)

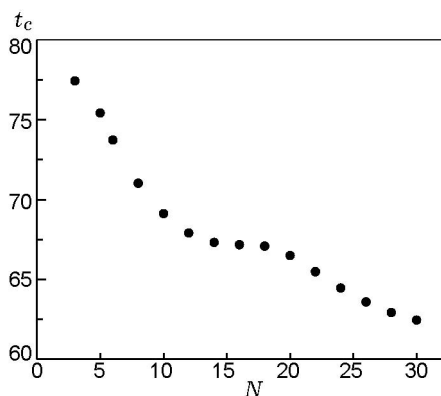


Рис. 4. Зависимость «времени схлопывания»  $t_c$  от числа гармоник  $N$ , рассчитанная при  $E = 3$ ,  $R_0 = 100$

и модифицирован в [27, 28] для случая распространения поверхности пламени по предварительно перемешанной смеси газов в произвольном поле течений. Этот метод позволяет учесть тепловое расширение газа на фронте пламени и его влияние на газодинамику горения. Детальное описание метода отслеживания фронта, используемого в настоящей работе для численного моделирования сходящегося цилиндрического пламени, приведено в [29]. Было выполнено тестирование сходимости численного алгоритма, которое позволило определить шаг сетки, необходимый для адекватного описания фронта сходящегося пламени. Обнаружено, что использование сетки с шагом  $h = 0.02$  достаточно для получения решения с хорошей точностью. Численные зависимости скорости распространения волны горения от времени и эволюция фронта сходящегося цилиндрического пламени приведены на рис. 5 и 6 соответственно. Численные данные подтверждают теоретические результаты об ускорении сходящегося пламени и немонокотной зависимости скорости фронта от времени. Характерной особенностью, присущей численному моделированию, является наличие численного шума, проявляющегося в образовании новых «трещин» на фронте пламени. Возмущения, вызываемые численным шумом, приводят к ускорению пламени (за счет развития гидродинамической неустойчивости) даже в случае, если поверхность цилиндрического пламени в начальный момент времени не была возмущена. На рис. 5 приведены зависимости средней скорости фронта пламени от времени, рассчитанные для начальных условий, описывающих возмущенное и невозмущенное цилиндрическое пламя. Результаты численного моделирования свидетельствуют о немонокотном ускорении волны горения (см. рис. 5) и формировании характерной угловатой формы фронта сходящегося пламени (см. рис. 6), что находится в качественном согласии с теоретическими предсказаниями. Отметим также, что ускорение сходящегося пламени было обнаружено и экспериментально в работе [8].

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Теоретически и численно исследовано влияние гидродинамической неустойчивости на динамику распространения сходящегося пламени. Обнаружено, что в результате развития гидродинамической неустойчивости скорость

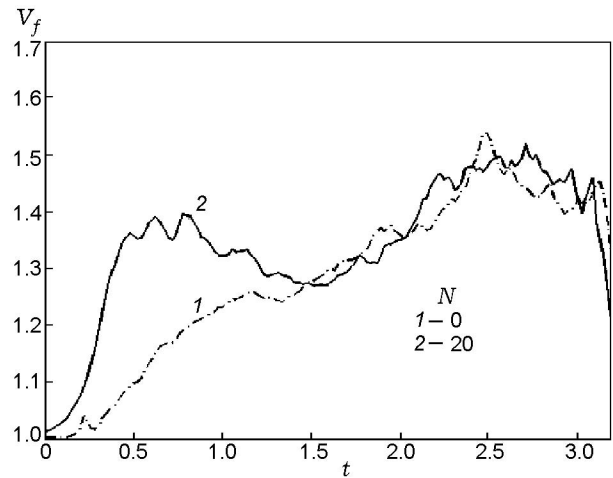


Рис. 5. Численные зависимости средней скорости пламени от времени, рассчитанные при  $E = 5$  и  $N = 0$  (начальные возмущения отсутствуют) (кривая 1),  $N = 20$  (кривая 2)

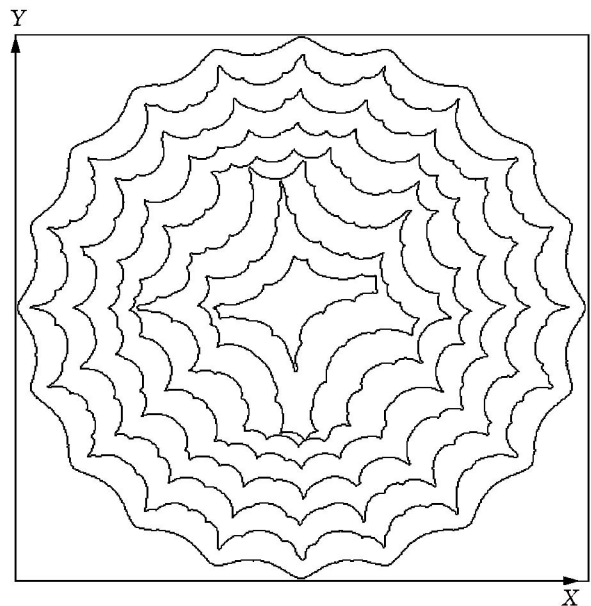


Рис. 6. Эволюция фронта возмущенного пламени при  $E = 5$ ,  $N = 20$ ,  $\Delta t = 0.4$  (численное моделирование)

фронта сходящегося цилиндрического пламени может существенно (до  $1.5 \div 2$  раз) превышать адиабатическую. Результаты численного и теоретического анализа свидетельствуют о немонокотном характере зависимости скорости фронта пламени от времени. Выделены механизмы, определяющие динамическое поведение сходящегося пламени, а именно: рост амплитуды

ды возмущений вследствие гидродинамической неустойчивости; сближение «трещин»; образование вторичных «трещин» большой амплитуды в результате слияния соседних «трещин». Теоретические результаты, полученные в рамках приближенной модели, качественно согласуются с данными численного моделирования.

Авторы благодарны Национальному центру высокоэффективных вычислений, Тайвань, КР (National Center for High-Performance Computing (NCHC), Taiwan (R. O. C.)) за предоставленные вычислительные мощности.

### ЛИТЕРАТУРА

1. **Wu M., Driscoll J. M.** A numerical simulation of a vortex convected through a laminar premixed flame // *Combust. Flame.* — 1991. — V. 91. — P. 310–332.
2. **Ashurst W. T.** Flame propagation through swirling eddies, a recursive pattern // *Combust. Sci. Technol.* — 1993. — V. 92. — P. 87–103.
3. **Zhu J., Ronney P. D.** Simulation of front propagation at large non-dimensional flow disturbance intensities // *Combust. Sci. Technol.* — 1994. — V. 100. — P. 183–201.
4. **Poinsot T., Veynante D., Candel S.** Diagrams of premixed turbulent combustion based on direct simulation // *Proc. Combustion Inst.* — 1990. — V. 23. — P. 613–619.
5. **Roberts W. L., Driscoll J. F., Drake M. C., Ratcliffe J. W.** OH fluorescence images of the quenching of a premixed flame during an interaction with a vortex // *Proc. Combustion Inst.* — 1992. — V. 24. — P. 169–176.
6. **Mueller C. J., Driscoll J. F., Reuss D. L., Drake M. C., Rosalik M. E.** Vorticity generation and attenuation as vortices convect through a premixed flame // *Combust. Flame.* — 1998. — V. 112. — P. 342–358.
7. **Lee G. G., Huh K. Y., Kobayashi H.** Measurement and analysis of flame surface density for turbulent premixed combustion on a nozzle-type burner // *Combust. Flame.* — 2000. — V. 122. — P. 43–57.
8. **Бабкин В. С., Кузнецов И. Л., Козаченко Л. С.** Влияние кривизны на скорость распространения ламинарного пламени бедной пропано-воздушной смеси // *Докл. АН СССР.* — 1962. — Т. 146, № 3. — С. 625–627.
9. **Sivashinsky G.** Some developments in premixed combustion modeling // *Proc. Combustion Inst.* — 2002. — V. 29. — P. 1737–1761.
10. **Sun C. J., Law C. K.** On the consumption of fuel pockets via inwardly propagating flames // *Proc. Combustion Inst.* — 1998. — V. 27. — P. 963–970.
11. **Kagan L., Sivashinsky G.** Incomplete combustion in nonadiabatic premixed gas flames // *Phys. Rev. E.* — 1996. — V. 53. — P. 6021–6027.
12. **Sun C. J., Sung C. J., He L., Law C. K.** Stretch effects in counterflow and propagating spherical flames // 35th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. — AIAA. — Paper N 97-0901. — Reno, NV, 1997.
13. **Frankel M. L., Sivashinsky G. I.** On quenching of curved flames // *Combust. Sci. Technol.* — 1984. — V. 40. — P. 257–268.
14. **Sivashinsky G.** Nonlinear analysis of hydrodynamic instability in laminar flames — I. Derivation of basic equations // *Acta Astronaut.* — 1977. — V. 4. — P. 1177–1206.
15. **Filyand L., Sivashinsky G. I., Frankel M. L.** On self-acceleration of outward propagating wrinkled flames // *Physica D.* — 1994. — V. 72. — P. 110–118.
16. **Thual O., Frisch U., Henon M.** Application of pole decomposition to an equation governing the dynamics of wrinkled flame fronts // *J. de Phys.* — 1985. — Т. 46. — P. 1485–1494.
17. **Минаев С. С.** Набор стационарных решений, описывающих ячеистое пламя в случае гидродинамической неустойчивости // *Физика горения и взрыва.* — 1992. — Т. 28, № 1. — С. 35–39.
18. **Cambray P., Joulain K., Joulin G.** Mean evolution of wrinkle wavelengths in a model of weakly-turbulent premixed flame // *Combust. Sci. Technol.* — 1994. — V. 103. — P. 265–282.
19. **Kazakov K. A., Liberman M. A.** Nonlinear theory of flame front instability // *Combust. Sci. Technol.* — 2002. — V. 174, N 7. — P. 129–151.
20. **Frankel M. L.** An equation of surface dynamics modeling flame fronts as density discontinuities in potential flows // *Phys. Fluids. A.* — 1990. — V. 2, N 10. — P. 1879–1883.
21. **Минаев С. С., Пирогов Е. А., Шарыпов О. В.** Нелинейная модель гидродинамической неустойчивости расходящегося пламени // *Физика горения и взрыва.* — 1996. — Т. 32, № 5. — С. 8–16.
22. **Searby G., Quinard J.** Direct and indirect measurements of markstein numbers of premixed flames // *Combust. Flame.* — 1990. — V. 82, N 3. — P. 298–311.
23. **Математическая теория горения и взрыва / Я. Б. Зельдович, Г. И. Баренблатт, В. Б. Либрович, Г. М. Махвиладзе.** — М.: Наука, 1980.
24. **Bychkov V. V., Liberman M. A.** Dynamics and stability of premixed flames // *Phys. Reports.* — 2000. — V. 325. — P. 115–237.
25. **Breadley D., Harper C. M.** The development of instabilities in laminar explosion flames // *Combust. Flames.* — 1994. — V. 99. — P. 562–572.

- 
26. **Unverdi S. O., Tryggvason G. A.** A front-tracking method for viscous incompressible multiphase flows // J. Comput. Phys. — 1992. — V. 100. — P. 25–37.
27. **Qian J., Tryggvason G., Law C. K.** A front tracking method for the motion of premixed flames // J. Comput. Phys. — 1998. — V. 144. — P. 52–69.
28. **Pan K. L., Shyy W., Law C. K.** An immersed-boundary method for the dynamics of premixed flames // Intern. J. Heat and Mass Transfer. — 2002. — V. 45. — P. 3503–3516.
29. **Pan K. L.** Front-tracking simulation for outward propagation of spherical flames // 45th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, 8–11 January 2007, Reno, Nevada.

*Поступила в редакцию 4/V 2008 г.,  
в окончательном варианте — 28/XII 2008 г.*

---