

УДК 621.926.47

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА РАЗРУШЕНИЯ РУДЫ
В СЛОЕ ЧАСТИЦ ПОД ДАВЛЕНИЕМ**

П. К. Федотов

*Иркутский государственный технический университет,
E-mail: fedotovpavel@yandex.ru,
ул. Лермонтова, 83, 664074, г. Иркутск, Россия*

Разработана модель определения гранулометрического состава продуктов разрушения частиц в слое с использованием теории дробления Бонда. Модель позволяет также определять работу деформации и гранулометрическую характеристику дробленого продукта разрушения материала в слое частиц под давлением.

Разрушение, роллер-пресс, метод конечных элементов, дробление, измельчение

В процессе рудоподготовки тратится не менее 5 % всей производимой энергии в мире. Такой уровень затрат указывает на важность изучения этого процесса.

Наибольший интерес представляет технология разрушения руды в слое частиц под давлением в роллер-прессе [1]. Использование пресса такого вида экономит значительное количество энергии по причине особого механизма разрушения минерального сырья [2].

Изучение поля напряжений, определяющего уровень межчастичного разрушения объемов породы в слое между валками, необходимо для уточнения степени разрушения породы от энергозатрат.

КРИТЕРИИ РАЗРУШЕНИЯ

При оценке прочности тела, кусков горной породы логично использовать критерий разрушения Гриффитса [3], согласно которому трещина будет расти, если освобождаемая при этом энергия достаточна для обеспечения всех других затрат энергии, связанных с ее ростом. В противном случае необходимо увеличивать нагрузку. Условие для роста трещины приводится ниже:

$$\frac{dU}{dl} = \frac{dW}{dl},$$

где U — упругая энергия; W — энергия, необходимая для роста трещин; l — длина трещины.

Учитывая стохастический характер распределения в кусках горной породы трещин, включений, дислокаций и других неравномерностей, использовать модель Гриффитса затруднительно. С другой стороны, возникает сложность при оценке механических свойств горных пород в условиях сжатия слоя породы. В этом случае прочность и деформация будут определять сложное напряженно-деформированное состояние горной породы, характеризуемое взаимодействием каждого куска породы с другими кусками.

Анализируя условия межчастичного разрушения руды в роллер-прессе, отметим, что этот процесс происходит за счет сил, действующих на слой, в котором концентрируются растягивающие и сдвиговые напряжения. При отсутствии бокового давления или малых его значениях сопротивление сдвигу внутри зерна на порядок больше сопротивления сдвигу по границе. При сдвиге может происходить смещение в направлении, перпендикулярном поверхности трещины. При высоком боковом давлении и невозможности смещения прочность на сдвиг по границе приближается к пределу прочности зерна. В точке пересечения условия трения Кулона для границ зерна и огибающей Мора для зерна прочности выравниваются, и скол по зернам становится более вероятным [3]. В нашем случае при наличии бокового давления существует возможность смещения зерен друг относительно друга по причине неоднородности по крупности всего слоя материала. Это условие необходимо для повышения эффективности разрушения, снижения энергетических затрат и селективности раскрытия минералов по границам зерен [3]. Отсюда следует предположение о сдвиговом механизме разрушения материала в роллер-прессе как основном. В качестве характеристики прочности горных пород применяется предельное значение сдвиговой составляющей напряженного состояния — предел упругости на сдвиг.

ТЕОРИИ ДРОБЛЕНИЯ И ГРАНУЛОМЕТРИЧЕСКИЙ СОСТАВ ПРОДУКТА ДРОБЛЕНИЯ

Одной из главных эмпирических закономерностей при дроблении породы является зависимость ее гранулометрических параметров от работы внешних сил, которая в процессе дробления определяет потенциальную энергию деформирования кусков породы. Зная работу внешних сил и исходные размеры разрушаемых кусков породы в слое, можно оценить гранулометрический состав на выходе процесса разрушения. На основе изучения гранулометрического состава породы, полученного после разрушения в роллер-прессе, установлено, что справедлива формула Бонда

$$W = 2k \left(\frac{1}{\sqrt{d}} - \frac{1}{\sqrt{D}} \right), \quad (1)$$

где W — работа внешних сил, необходимая для разрушения куска породы; D — диаметр куска породы до разрушения; d — диаметр куска породы после разрушения; k — энергоемкость разрушения.

Из (1) следует формула для вычисления диаметра частиц (кусков) породы после процесса дробления:

$$d = \frac{4k^{2.5} \cdot D}{(W\sqrt{D} + 2k)^{2.5}}.$$

Далее, по закону сохранения энергии работа внешних сил со стороны валков равна потенциальной энергии деформации кусков породы. Плотность потенциальной энергии деформации для бесконечно малого объема тела, накапливаемая каждым куском породы в слое под воздействием внешних сил до момента его разрушения, для некоторого мгновенного положения напряженно-деформированного состояния находится по формуле

$$d\Lambda = \frac{1}{2} \{\varepsilon\}^T \{\sigma\}, \quad (2)$$

где $\{\varepsilon\}$ и $\{\sigma\}$ — тензоры деформаций и напряжений.

Полная потенциальная энергия деформации получается интегрированием (2) по объему тела:

$$\Lambda = \int_V \frac{1}{2} \{\varepsilon\} \{\sigma\} dV.$$

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Математическое моделирование напряженно-деформированного состояния кусков породы в слое проводится на основе метода конечных элементов и решения контактной задачи теории упругости. Основные зависимости МКЭ представлены в работе [4] и построены на основе минимизации функционала в виде

$$\frac{\partial(\Pi)}{\partial\{\delta\}} = 0. \quad (3)$$

После реализации алгебраической аппроксимации МКЭ и минимизации относительно глобального вектора перемещений выражение (3) преобразуется к глобальной системе алгебраических уравнений:

$$[K]\{\delta\} = \{F\},$$

где $[K]$ — глобальная матрица жесткости; $\{F\}$ — глобальный вектор-столбец узловых сил.

Для моделирования по МКЭ деформируемых тел в виде кусков породы, а также наружной части роликов используется конечный элемент типа изопараметрического гексаэдра первого порядка аппроксимации [4]. Жесткая радиальная связь наружной части (поверхности) валков с центрами их вращения, необходимая для передачи внешнего силового воздействия на слой породы в виде момента вращения и осевой сжимающей силы, моделируется специальным типом конечного элемента “жесткая вставка” (рис. 1).

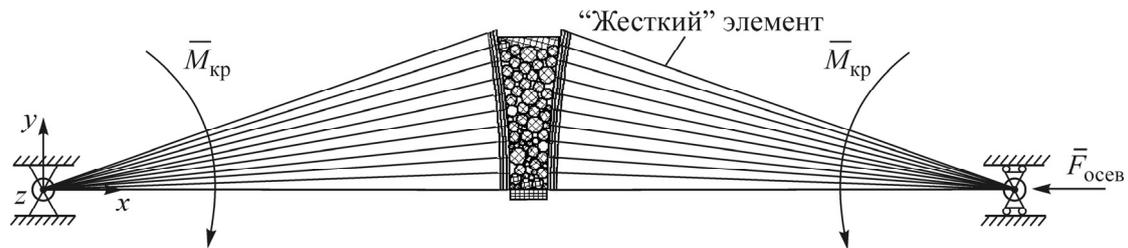


Рис. 1. Соединение опоры валка и его рабочей части конечным элементом типа “жесткий”

Применяются различные условия кинематического закрепления двух типов. Первый тип следующий: левая из опор закреплена по всем переносным степеням свободы (вдоль x , y , z), а также по двум поворотным (вокруг осей x и y); оставлена только поворотная степень свободы вокруг оси шарнирной опоры (относительно z); правая опора имеет дополнительно разрешающую степень свободы в направлении горизонтальной оси x (рис. 2).

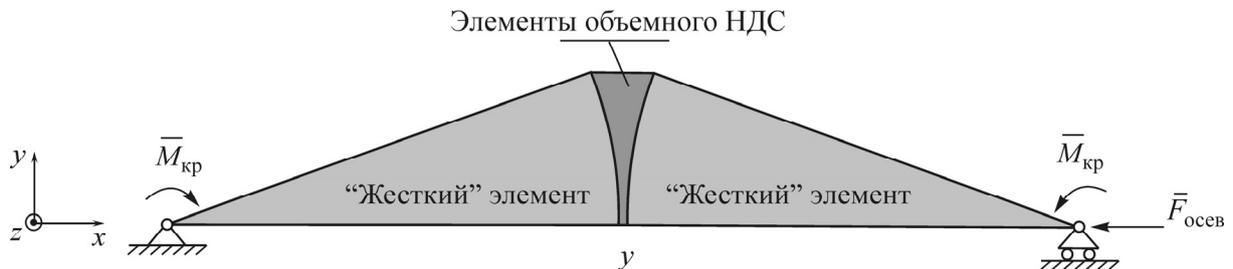


Рис. 2. Схема силового воздействия модели МКЭ

Второй тип граничных условий связан с выделением участка симметричной части деформируемого слоя породы. Выделение участка проводится двумя плоскостями сечений слоя и рабочей части валков, перпендикулярными оси шарниров. Размер участка по толщине равен 1 мм.

Для моделирования условий контактного взаимодействия между кусками породы в слое, а также между кусками и наружной поверхностью валков используется решение контактной задачи теории упругости, основанное на вариационно-энергетическом подходе [4]. Потенциальная энергия деформирования представляется двумя составляющими:

$$\Lambda = \Lambda_g + \Lambda_K = \sum_{i=1}^n \lambda_{gi} + \sum_{j=1}^k \lambda_{Kj},$$

где

$$\lambda_{gi} = \frac{1}{2} \int_{V_i} \{\varepsilon\}^T [D] \{\varepsilon\} dv$$

— соотношение для потенциальной энергии деформирования каждого из контактирующих тел; $i = 1, \dots, n$, n — число тел (кусков породы) в слое; V_i — объем каждого из тел;

$$\lambda_{Kj} = \int_{S_j} \{f_j\}^T \{p_{nj}\} ds + \int_{S_j} \{f_j\}^T \{p_{\tau j}\} ds$$

— потенциальная энергия контактного взаимодействия на каждой из пар сопрягаемых поверхностей; $j = 1, \dots, k$, k — число пар сопрягаемых поверхностей; S_j — площадь каждой пары сопрягаемых поверхностей;

$$\{f_j\} = [\bar{N}] \{\delta_j\}$$

— вектор-столбец кусочно-непрерывной функции, аппроксимирующей поле невязок [4] перемещений $\{\delta_j\}$ на каждой из пар сопрягаемых поверхностей контактирующих тел; $[\bar{N}]$ — матрица обобщенных функций формы, используемых на поверхностях (гранях) сопряжений конечных элементов и построенных на основе алгебраической сплайновой аппроксимации МКЭ; $\{p_{nj}\}$ и $\{p_{\tau j}\}$ — вектор-столбцы нормальной и касательной контактных нагрузок на сопрягаемых поверхностях.

Представленный подход решения контактной задачи осуществляется на основе контактно-конечного элемента взаимодействия породы (рис. 3). При сопряжении тел, разбитых на конечные элементы, реализуется решение уравнения Фредгольма второго рода.

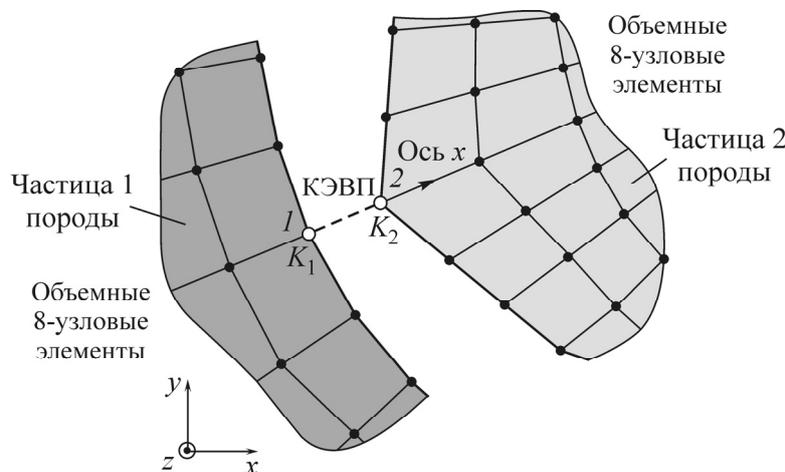


Рис. 3. Контактный конечный элемент взаимодействия объемов пород (КЭВП)

Для каждой пары контактирующих (стоящих напротив друг друга) узлов контактного конечного элемента, например для узлов 1 и 2 (рис. 3), имеем обобщенный вектор невязки перемещений:

$$\{\delta_{AB}\} = \begin{Bmatrix} u_{AB} \\ v_{AB} \\ w_{AB} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u'_A + u'_B + u_0 \\ v'_A + v'_B + v_0 \\ w'_A + w'_B + w_0 \end{Bmatrix},$$

где A — входящий узел контактного элемента; B — выходящий узел контактного элемента; 0 — индекс, указывающий на начальное расстояние между узлами,

а также имеем обобщенный вектор сил контактного взаимодействия между ними:

$$\{F_{K_{AB}}\} = \begin{bmatrix} K_n & 0 & 0 \\ 0 & K_t & 0 \\ 0 & 0 & K_t \end{bmatrix} \{\delta_{AB}\}, \quad (4)$$

здесь K_n , K_t — величины нормальной и поперечной (касательной) жесткости в КЭВП, определение их значений зависит от знака составляющих вектора невязки перемещений (4). В случае отрицательных значений этого вектора (проникновение узлов) для моделирования жесткости КЭВП используется метод “штрафа”.

Таким образом, в результате решения задачи определения напряженно-деформированного состояния вычисляется потенциальная энергия деформирования кусков породы в слое, которая затем используется в выбранном эмпирическом выражении теории дробления для определения гранулометрической характеристики породы на выходе из слоя.

Дополнительно учитывается масштабный фактор прочности кусков горных пород. Один из вариантов таких зависимостей представлен в работе [5]. Приближенная эмпирическая формула в этом случае имеет вид

$$\sigma_{сж_2} = \sigma_{сж_1} \sqrt[3]{\frac{d_1}{d_2}}, \quad (5)$$

где $\sigma_{сж_1}$ — предел прочности при сжатии образца породы диаметром d_1 и высотой $h_1 = d_1$; $\sigma_{сж_2}$ — предел прочности при сжатии образца той же породы диаметром d_2 и высотой $h_2 = d_2$.

Учитывая характер диаграмм деформирования образцов породы в виде прямой пропорциональной зависимости вплоть до разрушения, справедливо принять допущение о том, что изменение потенциальной энергии деформации образцов с учетом масштабного фактора определяется модулем упругости как углом наклона прямой пропорциональной зависимости на диаграмме сжатия [6]. То есть с использованием формулы (5) имеем

$$E_{e,2} = E_{e,1} \sqrt[3]{\frac{d_1}{d_2}}, \quad (6)$$

где $E_{e,1}$ — модуль упругости образца породы диаметром d_1 и высотой $h_1 = d_1$; $E_{e,2}$ — модуль упругости образца той же породы диаметром d_2 и высотой $h_2 = d_2$.

Справедливость формулы (6) подтверждается экспериментальными табличными данными, представленными в работе [6].

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Натурный эксперимент проводился на аналогичном моделируемому аппарате с диаметром валков 1000 мм, шириной 250 мм и при таких же, как в модели, условиях (скорость вращения, давление, материал). Дробилку устанавливали в корпусе дробления Жезказганской обогатительной фабрики вместо четвертой стадии дробления. Исходным питанием для нее служило питание бункеров главного корпуса (разгрузка третьей стадии дробления) с предварительно отсеянным классом менее 5 мм на вибрационном грохоте ГИТ-71. Крупность исходного питания дробилки менее 25 мм 80%, максимальная крупность кусков 50 мм. Для проведения анализов отбирались пробы исходного питания в течке надрешетного продукта грохота и продукта роллер-пресса на разгрузочном конвейере дробилки. В исходном питании определялись влажность, гранулометрический состав, насыпная масса, в разгрузке роллер-пресса — гранулометрический состав, насыпная масса. В каждом опыте фиксировались зазор между валками, потребляемая электрическая мощность, токовая нагрузка, изменение давления в гидросистеме подвижного вала. В ходе испытаний осуществлено 19 опытов [7].

На рис. 4 представлены расчеты напряженно-деформированного состояния слоя породы при силовом воздействии на него в роллер-прессе.

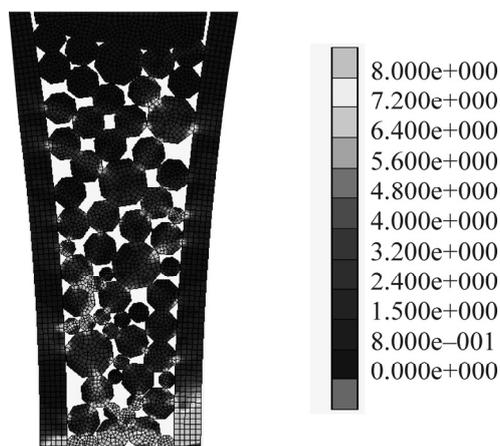


Рис. 4. Напряженно-деформированное состояние породы в роллер-прессе. На шкале указан уровень максимальных напряжений по Кулону – Мору, МПа

Далее определялись размеры кусков дробления в слое на основе принятой гипотезы измельчения и при заданной внешней силе, равной силе при натурном эксперименте.

На рис. 5 приведены гранулометрические характеристики исходной руды, продукты дробления при натурном эксперименте жезказганской руды и полученные в результате расчетов с помощью математической модели и теории дробления.

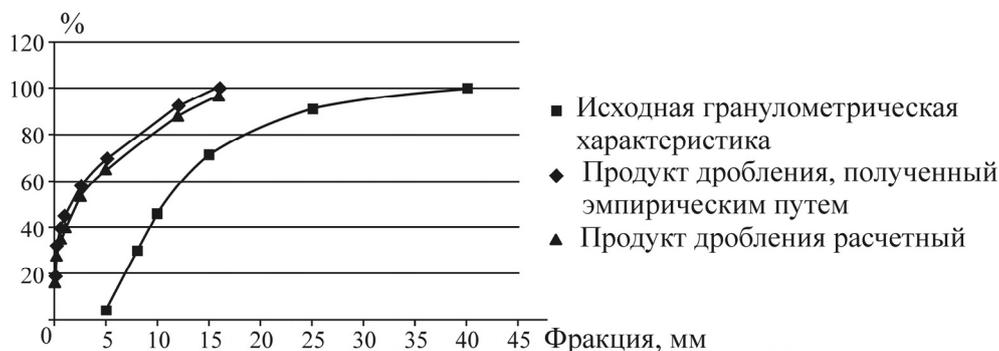


Рис. 5. Гранулометрические кривые

ВЫВОДЫ

Данные гранулометрического состава, полученные при моделировании МКЭ показали высокую сходимость с натурным экспериментом и позволяют сделать вывод о применимости данной методики в промышленном масштабе.

Изучение межчастичного разрушения руды в слое материала на основе моделирования с применением МКЭ и контактной задачи теории упругости, а также эмпирических гипотез, построенных на основе опыта работы с различными технологиями дробления, позволяет проводить оптимизацию энергоемкости процесса рудоподготовки, что является важной задачей в области обогащения полезных ископаемых.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Fuerstenu D. W., Kapur P. C., Gutsche O.** Comminution of minerals in a laboratory-size, choke-fed high-pressure roll mill, *Mines carrieres, Tech*, 1994, No. 3-4.
2. **Kellerwessel A. M.** High pressure particle bed comminution. State of the art, application, recent developments, *Engineering Mining J.*, 1996, Vol. 197, No. 2.
3. **Лейбовиц А.** Разрушение. Т. 7, Ч. 1: Неорганические материалы. — М.: Мир, 1967.
4. **Зенкевич О. С.** Метод конечных элементов в технике. — М.: Мир, 1975.
5. **Барон Л. И., Логунцов Б. М., Позин Е. З.** Определение свойств горных пород: справ. пособие. — М.: Гос. науч.-техн. изд-во лит-ры по горному делу, 1962.
6. **Ставрогин А. Н., Тарасов Б. Г.** Экспериментальная физика и механика горных пород. — СПб.: Наука, 2001.
7. **Федотов П. К.** Межчастичное разрушение. — М.: Геоинформмарк, 2011.

Поступила в редакцию 11/V 2014