

ВЛИЯНИЕ УСЛОВИЙ ЗАКРЕПЛЕНИЯ ОБРАЗЦА НА СКОРОСТЬ ЕГО НАГРЕВА

А. Г. Князева

Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, 634062 Томск

Проанализирован ряд задач о механическом равновесии образцов различной формы. Показано, что связанные задачи о нагреве и возбуждении химической реакции в теле конечных размеров сводятся к обычной задаче теории зажигания, включающей новые параметры и дополнительный интегральный источник тепла в уравнении теплопроводности. На примере решения задачи о зажигании плоского слоя конечной толщины продемонстрировано, что характер закрепления поверхностей образцов может оказывать существенное влияние на характер нагрева вещества и реакции в прогретом слое.

ВВЕДЕНИЕ

Условия теплообмена образца с окружающей средой, его форма и размеры сказываются на темпе нагрева и характере распределения температуры в образце, а следовательно, и на скорости химической реакции в зоне прогрева. Выясним, влияет ли характер закрепления образца в реальных условиях эксперимента на тепловые процессы, и если влияет, то как это можно учесть при моделировании твердофазных превращений, например, в задачах теории зажигания.

1. ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ О ЗАЖИГАНИИ

Реальный образец твердого топлива, который используется в исследовании условий зажигания, имеет форму цилиндра высотой h и радиусом R_c [1]. Если боковые поверхности такого цилиндра теплоизолированы или радиус достаточно велик, чтобы теплоотдачей с боковых поверхностей цилиндра можно было пренебречь, а высота цилиндра существенно превышает размеры зоны прогрева и реакции, и если внешний источник равномерно нагревает торцевую поверхность, то поле температуры T будет зависеть лишь от осевой координаты. В этом случае можно оставаться в рамках задачи о зажигании толстой пластины твердого вещества (рис. 1, а), для которой справедливы соотношения [2]

$$T = T(t, x), \quad u_1 = u(t, x), \quad u_2 = u_3 = 0,$$

$$\sigma_{12} = \sigma_{23} = \sigma_{13} = 0, \quad \sigma_{22} = \sigma_{33},$$

где u_i , $i = 1, 2, 3$, — компоненты вектора перемещения, σ_{ij} — компоненты тензора напряжений. Помещая начало координат на поверхность пластины и полагая для простоты, что все физико-механические характеристики вещества не зависят от температуры, запишем математическую формулировку задачи о зажигании в следующем виде:

$$\rho c_\varepsilon \frac{\partial T}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{J}_T - 3K\alpha_T T \frac{\partial \varepsilon_{kk}}{\partial t} + Q_r k_0 \varphi_1(T) \varphi_2(y), \quad (1)$$

$$\sigma_{11,x} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} = k_0 \varphi_1(T) \varphi_2(y). \quad (3)$$

В начальный момент времени $t = 0$ имеем: $T = T_0$, $u = \partial u / \partial t = 0$, $y = 0$; при $x \rightarrow h$ $T = T_0$ или $\partial T / \partial x = 0$; при $x = 0$ начальное условие зависит от типа внешнего источника, а условия для механических величин — от характера закрепления поверхностей образца. Требуется определить характеристики зажигания твердого вещества — температуру и время возбуждения реакции в прогретом слое.

В (1)–(3) y — степень превращения; ρ — плотность и c_ε — теплоемкость при постоянной деформации; α_T — линейный коэффициент теплового расширения; $\varepsilon_{kk} = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}$; ε_{ij} — компоненты тензора деформаций,

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right),$$

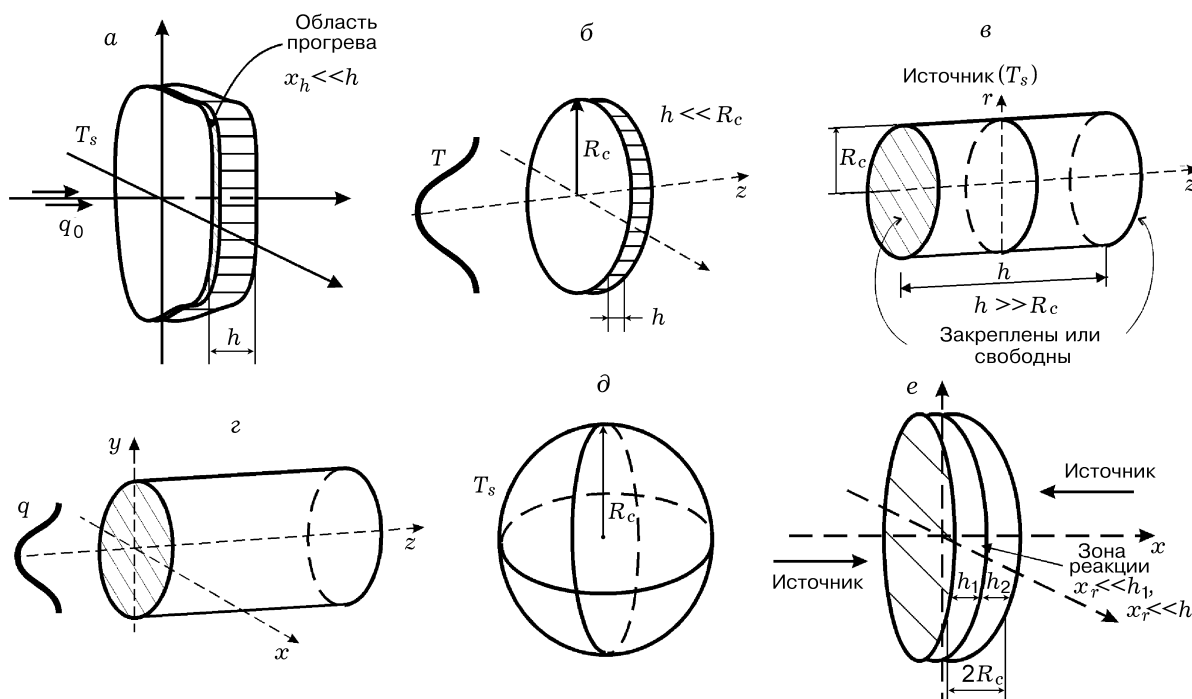


Рис. 1. Иллюстрация к постановке граничных условий в задачах о механическом равновесии образцов различной симметрии

связанные с компонентами тензора напряжений соотношениями

$$\sigma_{ij} = 2\mu\varepsilon_{ij} + \delta_{ij}(\lambda\varepsilon_{kk} - Kw), \quad (4)$$

где λ , μ — коэффициенты Ламе, $K = \lambda + 2\mu/3$ — изотермический модуль всестороннего сжатия, δ_{ij} — символ Кронекера,

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j, \\ 0, & i \neq j, \end{cases}$$

w — объемная деформация вследствие необратимых процессов (например, теплопроводности, диффузии и химических превращений);

$$\mathbf{J}_T = -\lambda_T \text{grad}(T),$$

где λ_T — коэффициент теплопроводности; k_0 — предэкспоненциальный множитель или константа скорости реакции с тепловым эффектом Q_r . Предполагается, что скорость химической реакции зависит от температуры по закону Аррениуса $\varphi_1 = \exp(-E_a/RT)$, где E_a — энергия активации, R — универсальная газовая постоянная. При изменении в ходе процесса температуры и удельных объемов веществ можно принять $w = 3[\alpha_T(T - T_0) + \alpha_{B,A}y]$, где

$\alpha_{B,A}$ — разность коэффициентов «концентрационного» (т. е. за счет изменения концентраций компонентов реакционной смеси) расширения продукта (B) и реагента (A), непосредственно связанных с удельными объемами веществ [2, 3].

Известно, что в классической теории термоупругости [4] (в (1)–(3) $\varphi_1 \equiv 0$, $y \equiv 0$) анализируют несвязные задачи, полагая, что при температуре $T = T_0$, характерной для этой теории, слагаемое $3K\alpha_T T \partial\varepsilon_{kk}/\partial t$ не вносит существенного вклада в поле температур, что вполне правомерно. В обобщенной теории термоупругости [5] вместо закона Фурье используют обобщенный закон с конечным временем релаксации теплового потока. В квазистатических задачах при анализе полей напряжений, вызванных температурными полями, пренебрегают инерционными силами в (2). Для задач зажигания или возбуждения химической реакции в прогретом слое образца с поверхности используем тот факт, что процесс переноса тепла в реальных условиях много медленнее, чем процесс распространения механических возмущений, и поля напряжений за характерное время переноса тепла успевают установиться. В отличие от задач термоупругости,

оценки коэффициента связности

$$\omega = \frac{(3K\alpha_T)^2}{\lambda + 2\mu} \frac{T_*}{c_{\varepsilon\rho}} \equiv \frac{E(1+\nu)\alpha_T^2}{(1-\nu)(1-2\nu)} \frac{T_*}{c_{\varepsilon\rho}} \quad (5)$$

показывают, что при температуре T_* [6], характерной для задач зажигания и горения, нельзя пренебречь связностью полей деформации и температуры в (1). Модуль упругости E и коэффициент Пуассона ν связаны с коэффициентами Ламе известными соотношениями [4].

2. ТОЛСТАЯ ПЛАСТИНА

Для оценки роли механических условий используем следующий подход. Сначала решается задача о механическом равновесии образца, где температура T считается известной функцией координаты x и времени t , причем для напряжений, деформаций и перемещений время можно рассматривать как параметр. Затем на основе этого решения ищется поле температур.

Решения задач о механическом равновесии для тел простейшей формы с разными условиями на границах известны [2, 7, 8].

Так, для рассматриваемой здесь толстой пластины решение может быть представлено в виде

$$\sigma_{22} = \sigma_{33} = \frac{E}{1-\nu}(-w + C_1x + C_2), \quad (6)$$

$$\varepsilon_{kk} = \frac{1}{3} \frac{1+\nu}{1-\nu} w + 2 \frac{1-2\nu}{1-\nu} (C_1x + C_2), \quad (7)$$

где постоянные интегрирования C_1 и C_2 зависят от времени t как от параметра и от характерного размера тела h , причем с ростом последнего C_1 и C_2 быстро стремятся к нулю.

В результате приходим к задаче о зажигании полубесконечного слоя твердого вещества, как и в чисто тепловой теории [1]. Если размер h нельзя считать большим для механических процессов, то слагаемые в скобках в (6) могут оказаться существенными для нагрева образца, даже если зона прогрева (или зона реакции) много меньше h . Действительно, с учетом (7) уравнение теплопроводности принимает вид

$$\left(1 + \omega \frac{T}{T_*}\right) \frac{\partial T}{\partial t} = \varkappa_T \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} -$$

$$- \omega \frac{T}{T_*} 6 \frac{1-2\nu}{1+\nu} \left(\frac{\partial C_1}{\partial t} x + \frac{\partial C_2}{\partial t} \right) + \frac{Q_r k_0}{c_{\varepsilon\rho}} \varphi_1(T) \varphi_2(y) \left(1 - \omega g \frac{T}{T_*}\right), \quad (8)$$

где $\varkappa_T = \lambda_T/c_{\varepsilon\rho}$, $g = \alpha_{В,А}c_{\varepsilon\rho}/\alpha_T Q_r$, ω — коэффициент связности.

В [2] для определения постоянных используются условия равенства нулю результирующего усилия и результирующего момента сил, а начало координат расположено в центре пластины. Используя эти же условия, для рассматриваемой здесь пластины (см. рис. 1, а) в частном случае постоянных свойств найдем

$$C_1 = -\frac{12(1-\nu)}{E} \left(\frac{M}{h^3} - \frac{N}{2h^2} \right), \quad (9)$$

$$C_2 = \frac{12(1-\nu)}{E} \left(\frac{M}{2h} - \frac{N}{h} \right),$$

где

$$N = -\frac{E}{1-\nu} \int_0^h \frac{w(t,x)}{3} dx,$$

$$M = -\frac{E}{1-\nu} \int_0^h \frac{w(t,x)}{3} x dx.$$

Если теперь в направлении оси Ox задать постоянную внешнюю нагрузку, $\sigma_{11} = p_e = \text{const}$, то решение задачи, аналогичное [2], приведет нас к равенствам

$$\sigma_{22} = \frac{E}{1-\nu} \left[-w + \frac{\nu}{E} p_e + (C_1x + C_2) \right],$$

$$\varepsilon_{11} = \frac{1}{3} \frac{1+\nu}{1-\nu} w + \frac{1-\nu-2\nu^2}{1-\nu} \frac{p_e}{E} - \frac{2\nu}{1-\nu} (C_1x + C_2),$$

$$\varepsilon_{22} = \varepsilon_{33} = C_1x + C_2,$$

где постоянные C_1 и C_2 определяются формулами (9), но с некоторым отличием в N и M :

$$N = -\frac{1}{3} \frac{E}{1-\nu} \int_0^h w dx + \frac{\nu}{1-\nu} p_e h,$$

$$M = -\frac{1}{3} \frac{E}{1-\nu} \int_0^h wx \, dx + \frac{\nu}{1-\nu} p_e \frac{h^2}{2}.$$

Следовательно, действие постоянной внешней нагрузки никак не влияет на характер нагрева, если напряжения непосредственно не скажутся на скорости реакции или физических свойствах.

Определенный интерес представляет случай одноосного нагружения стержня, когда значение h велико по сравнению с поперечным размером образца, а $\sigma_{11} = p_e$, $\sigma_{22} = \sigma_{33} = 0$. На основе соотношений (3) нетрудно получить

$$\varepsilon_{11} = \frac{p_e}{E} + \frac{w}{3}, \quad \varepsilon_{22} = \varepsilon_{33} = -\frac{\nu p_e}{E} + \frac{w}{3},$$

$$\varepsilon_{kk} = w + \frac{1-2\nu}{E} p_e.$$

Выражение для ε_{kk} отличается от предыдущего случая для больших значений h множителем при производных. Следовательно, условия нагружения также могут оказать влияние на поле температур. В этом случае коэффициент связности будет иным: $\omega_1 = 3\omega(1-\nu)/(1+\nu)$.

Рассмотрим еще одну ситуацию. Пусть граница (поверхность) $x = 0$ закреплена, так что можно принять $u_1 = 0$ при $x = 0$ и $\varepsilon_{11} = 0$. Решение «механической» задачи в этом случае имеет вид

$$\sigma_{22} = -\frac{E}{3} \frac{\nu+1}{1-\nu-2\nu^2} w + E \frac{C_1 x + C_2}{1-\nu-2\nu^2},$$

$$\varepsilon_{22} = \varepsilon_{33} = C_1 x + C_2,$$

где постоянные интегрирования зависят от тех же интегралов, но с другими коэффициентами при них, и так же убывают до нуля с ростом h . Следовательно, при таких условиях для толстого образца ($h \rightarrow \infty$) можно принять $\varepsilon_{kk} \approx 0$, и нагрев не будет зависеть от деформаций. Связность полей деформации и температуры приводит в этом случае лишь к появлению внутренних напряжений. Свободной нагреваемую поверхность можно считать, например, в условиях зажигания потоком тепла; зафиксировать ее можно, в принципе, в условиях зажигания на горячей пластине [1]. Вероятно, во втором случае именно термические напряжения в поверхностном слое и являются причиной разрушения

образца еще на стадии прогрева и не позволяют сохранить его целостность в экспериментах на горячей пластине [9].

Последний рассмотренный вариант механических условий эквивалентен условию $\omega = 0$ задаче о зажигании полубесконечного слоя. Следовательно, для задачи о зажигании потоком ($-\lambda_T \partial T / \partial x = q_e$, $x = 0$) при условиях $\varphi_2(y) \equiv 1$, $\alpha_{В,А} = 0$ время $\tau_a = (Q_e^2 / \pi)(1 + \omega)$ [10] соответствует незакрепленной границе, а время $\tau_a = Q_e^2 / \pi$ [1] — закрепленной границе. Здесь

$$Q_e = \frac{q_e E_a \sqrt{t_* / c_\varepsilon \rho \lambda_T}}{RT_*^2},$$

$$\tau_a = \frac{t_a}{t_*}, \quad t_* = \frac{c_\varepsilon \rho RT_*^2}{E_a Q_r k_0} \exp \frac{E_a}{RT_*},$$

t_a — размерное время зажигания, определенное на основе адиабатического критерия; q_e — плотность внешнего потока тепла.

Аналогично в задаче о зажигании с граничными условиями первого рода ($T = T_s$, $x = 0$) для тех же условий $\varphi_2(y) \equiv 1$, $\alpha_{В,А} = 0$ зажиганию с закрепленной поверхностью соответствует время $\tau_q = \Theta_0^2 / 2\pi$ [11], а с незакрепленной поверхностью — $\tau_q = (\Theta_0^2 / 2\pi)(1 + \omega)$ [12], где $\Theta_0 = E_a(T_s - T_0) / RT_s^2$, $T_* = T_s$, T_s — температура поверхности.

Можно предположить, что различие в характере закрепления образца является одной из причин различия характеристик зажигания и формально-кинетических параметров реакции в прогретом слое, определенных на основе решения обратной задачи по данным экспериментов [1, 13] в практически одинаковых тепловых условиях (например, при зажигании на горячей пластине и горячим газом в случае большого коэффициента теплоотдачи).

3. ПЛОСКИЕ ЗАДАЧИ

Обобщение проведенным рассуждениям дает анализ задач о плоском напряженном и плоском деформированном состояниях [7].

Так, если «поджигаемый» образец имеет форму плоского тонкого диска (рис. 1, б), а симметрия в распределении температуры и, следовательно, степени превращения относительно оси образца обеспечена симметричным распределением энергии источника, то для достаточно большого радиуса R_c на стадии прогрева можно принять

$$\varepsilon_{kk} = (1 + \nu)w/3, \quad (10)$$

что является простым обобщением соответствующей задачи термоупругости.

В случае длинного толстого цилиндра, нагреваемого с боковой поверхности (рис. 1, в, $h \gg R_c$), имеем

$$\varepsilon_{kk} = \frac{1}{3} \frac{1 + \nu}{1 - \nu} w \quad (11)$$

независимо от способа закрепления торцов. Аналогичное решение получаем, если цилиндр нагревается с одного торца [8] (рис. 1, з), при этом используется метод термоупругого потенциала.

Объемные деформации, рассчитанные по формулам (10) и (11), отличаются в $1 - \nu$ раз. Следовательно, так же отличаются степени влияния поля деформаций на поле температуры при различных напряженно-деформированных состояниях образца. Для образца большого размера для случаев, представленных на рис. 1, в, з, отличаются лишь коэффициенты связности (соответственно имеем ω_1 и ω).

Аналогично предыдущему, учитывая влияние границы для цилиндра конечного радиуса, найдем, что характер закрепления его торцов может влиять на темп нагрева. Это следует из анализа частных решений задач о механическом равновесии нагреваемого цилиндра, представленных в [2, 7].

4. ТЕЛА КОНЕЧНЫХ РАЗМЕРОВ

Еще более интересные обобщения получаются, если речь идет о зажигании тела конечных размеров (см., например, [14]). В этом случае «малые» добавки к объемному изменению ε_{kk} оказываются весьма заметными, и в уравнении теплопроводности (1) дополнительное источникное слагаемое становится существенным.

Так, при зажигании цилиндра конечного радиуса (размер h можно считать конечным для напряжений и деформаций и бесконечным для теплопроводности, поскольку, как указано выше, скорости и пространственные масштабы для тепловых и механических процессов различны) со свободными боковыми поверхностями и закрепленными торцами (см. рис. 1, в) дополнительное слагаемое в уравнении теплопроводности имеет вид

$$-\omega \frac{T}{T_*} \frac{2}{3\alpha_T} (1 - 2\nu) \frac{1}{R_c^2} \int_0^{R_c} \frac{\partial w}{\partial t} r dr,$$

а при зажигании сферической частицы (рис. 1, д) со свободной поверхностью — вид

$$-\omega \frac{T}{T_*} \frac{2}{\alpha_T} (1 - 2\nu) \frac{1}{R_c^3} \int_0^{R_c} \frac{\partial w}{\partial t} r^2 dr.$$

Для плоского слоя конечного размера $2R_c$ при нахождении постоянных интегрирования в уравнении (7) начало отсчета следует перенести с поверхности пластины (рис. 1, е) в объем (в центр пластины). В отличие от предыдущего случая условиями для нахождения постоянных будут равенство нулю равнодействующего усилия и условие симметрии в центре пластины при $x = 0$. Это дает

$$C_1 = 0, \quad C_2 = \frac{1}{3R_c} \int_0^{R_c} w(t, x) dx,$$

$$-\omega \frac{T}{T_*} \frac{2(1 - 2\nu)}{3(1 + \nu)\alpha_T} \frac{1}{R_c} \int_0^{R_c} \frac{\partial w}{\partial t} dr.$$

В качестве характерного пространственного масштаба для тел простейших форм примем радиус поджигаемого тела R_c . Тогда в общем случае в безразмерных переменных $\Theta = E_a(T - T_*)/RT_*^2$, $\xi = r/R_c$, τ , характерных для задач зажигания, уравнение теплопроводности (8) будет иметь вид

$$[1 + \omega(1 + \beta\Theta)] \frac{\partial \Theta}{\partial \tau} = \delta^{-1} \frac{1}{\xi^n} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\xi^n \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} \right) +$$

$$+ \varphi_1(\Theta) \varphi_2(y) [1 - \omega g(1 + \beta\Theta)] -$$

$$- \varepsilon_s \omega (1 + \beta\Theta) (n+1) \int_0^1 \left(\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + g \varphi_1(\Theta) \varphi_2(y) \right) z^n dz, \quad (12)$$

где ε_s — параметр, отражающий характер закрепления поверхности образцов (т. е. механические условия на поверхностях), n — показатель формы ($n = 0$ — плоскость, $n = 1$ — цилиндр, $n = 2$ — сфера), $\beta = RT_*/E_a$, $\delta = R_c^2/\chi_T t_*$ — параметр Франк-Каменецкого,

$\varphi_1(\Theta) = \Theta/(1 + \beta\Theta)$. Для проанализированных задач [2, 4, 7, 8] параметр ε_s меняется в пределах от -1 до $2(1 - 2\nu)/(1 + \nu)$.

Добавим к (12) уравнение химической кинетики

$$\frac{\partial y}{\partial \tau} = \gamma \varphi_1(\Theta) \varphi_2(y), \quad (13)$$

граничные условия

$$\xi = 0: \quad \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} = 0, \quad \xi = 1: \quad \Theta = 0 \quad (14)$$

(что соответствует условию в точках $r = \pm R_c$: $T = T_s \gg T_0$ в размерных переменных), начальные условия

$$\tau = 0: \quad \Theta = -\Theta_0. \quad (15)$$

Здесь

$$\Theta_0 = \frac{T_* - T_0}{RT_*^2} E_a, \quad \gamma = \frac{c \varepsilon \rho R T_*^2}{E_a Q_r},$$

а $T_* = T_s$ [1].

Заметим, что интегродифференциальное уравнение внешне похоже на уравнение теплопроводности с памятью, но интеграл в (12) берется по пространственной переменной. Видимо, можно сказать, что хотя скорости тепловых и механических процессов существенно

различны (это позволило пренебречь силами инерции), тело «помнит», что волны механических возмущений все же существуют. Вообще говоря, интегродифференциальное уравнение вида (12) есть следствие учета характера закрепления поверхностей в одномерном приближении. При переходе к плоскому напряженному и плоскому деформированному состоянию определенные интегралы в аналогичном решении не появляются, а наличие границ сказывается иным образом. В более общем случае для решения связанной задачи более приемлем подход, основанный на применении понятия термолупного потенциала, который хорошо обоснован как для статических, так и для динамических задач теории термоупругости [7, 8]. Рассмотренный здесь метод также вполне обоснован [15–17].

5. ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЧАСТНОЙ ЗАДАЧИ

В качестве примера представим результаты решения задачи (12)–(15) для случая плоской симметрии ($n = 0$) при условиях $g = 0$, $\varphi_2(y) = 1$ (реакция нулевого порядка). Решение проводилось численно по неявной разностной схеме методом прогонки. Величины, входящие в интегральный источник и источник тепло-

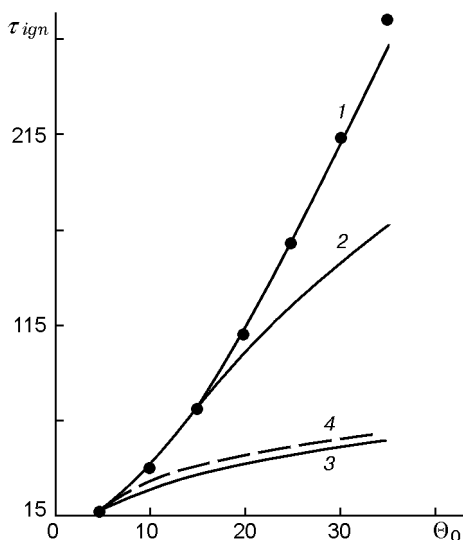


Рис. 2. Влияние температурного напора на время зажигания плоского слоя:

$g = \omega = \varepsilon_s = 0$; 1–3 — численный счет данной работы для $\gamma = 0$ (без учета выгорания), 4 — $\gamma = 0,05$, точки — расчет по аппроксимационной формуле [1] для $\delta \rightarrow \infty$; $\delta = 900$ (1), 300 (2), 50 (3, 4)

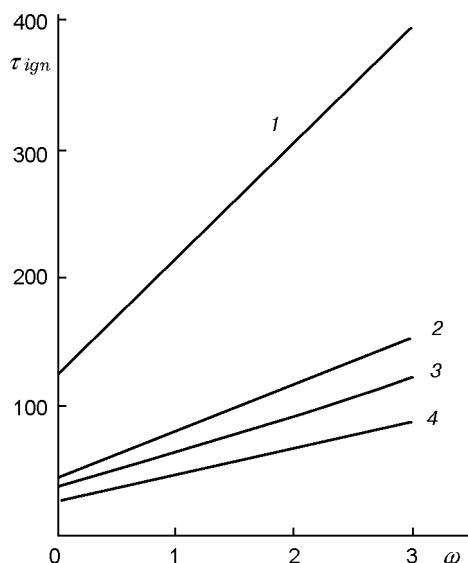


Рис. 3. Зависимость времени зажигания плоского слоя от коэффициента связности:

$g = \gamma = \varepsilon_s = 0$; 1 — $\Theta_0 = 25$, $\delta = 300$; 2 — $\Theta_0 = 25$, $\delta = 50$; 3 — $\Theta_0 = 10$, $\delta = 300$; 4 — $\Theta_0 = 10$, $\delta = 50$

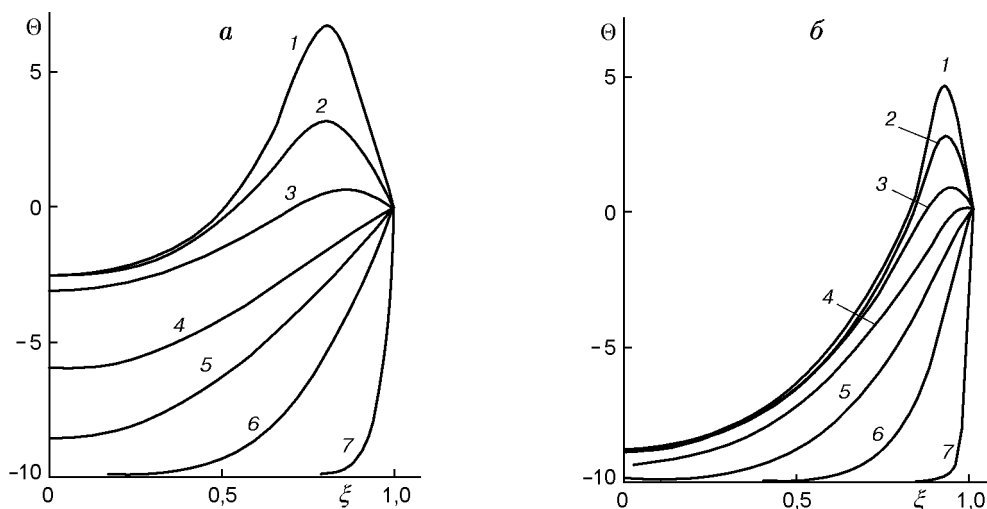


Рис. 4. Распределение температуры в плоском слое при различных значениях δ в последовательные моменты времени:

$\gamma = \varepsilon_s = 0, \omega = 0,5, \Theta_0 = 10$; а — $\delta = 50, \tau = 37,5$ (1), 37,2 (2), 35 (3), 20 (4), 9,9 (5), 2,4 (6), 0,1 (7); б — $\delta = 300, \tau = 52$ (1), 51,7 (2), 50 (3), 40 (4), 20 (5), 4,9 (6), 0,1 (7)

выделения вследствие химического превращения, брали с нижнего слоя. В расчетах определяли поля температуры, степени превращения, пространственные распределения источников. В качестве условия зажигания принято условие резкого роста максимальной температуры Θ_{\max} за малый промежуток времени. Практически в расчетах принято $\Theta_{\max} > \Theta_0$. Определенное таким образом время зажигания для $\omega = \varepsilon_s = 0$ и для достаточно большого размера поджигаемого тела (δ) удовлетворительно согласуется с рассчитанным по аппроксимационной формуле, представленной в [1]:

$$\tau_{ign}^{\infty} = (1 + 2\Theta_0 + 0,163\Theta_0^2)(1 + 1,44\beta),$$

что показано на рис. 2 (кривая 1), и с результатами работы [18].

Анализ результатов показывает, что время зажигания существенно зависит от коэффициента связности ω в интересной для теории области его изменения (рис. 3). Чем больше Θ_0 (кривые 2, 4 или 1, 3) и δ (кривые 3, 4 или 1, 2), тем существеннее влияние ω . Типичное распределение температуры в теле для различных значений δ показано на рис. 4. Видно, что развитие воспламенения в теле конечных размеров качественно ничем не отличается от того, что известно из тепловых моделей. Учет эффекта связности приводит к растяжению оси времени в $1 + \omega$ раз.

Параметр ε_s , характеризующий механические условия на поверхностях образца, меньше сказывается на численном значении времени зажигания, чем δ или ω (рис. 5), но приводит к новым качественным эффектам. Так, для $\varepsilon_s > 0$ обнаружено снижение температу-

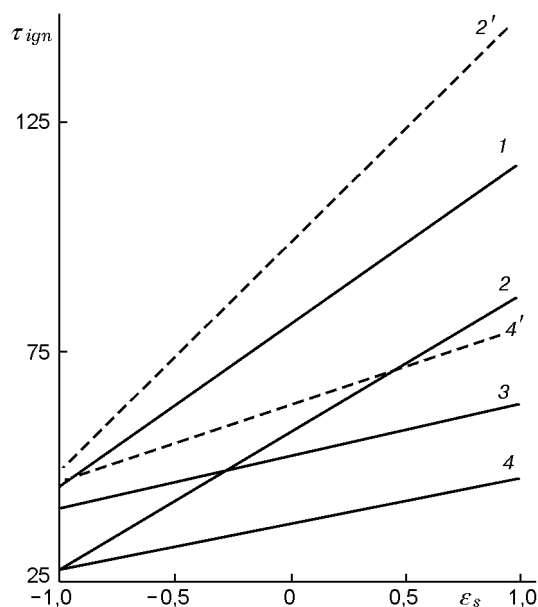


Рис. 5. Зависимость времени зажигания плоского слоя от граничного параметра ε_s :

$\gamma = g = 0$; 1 — $\omega = 1,5, \delta = 300$, 2, 2' — $\omega = 1,5, \delta = 50$; 3 — $\omega = 0,5, \delta = 300$; 4, 4' — $\omega = 0,5, \delta = 50$; 1-4 — $\Theta_0 = 10$, 2', 4' — $\Theta_0 = 25$

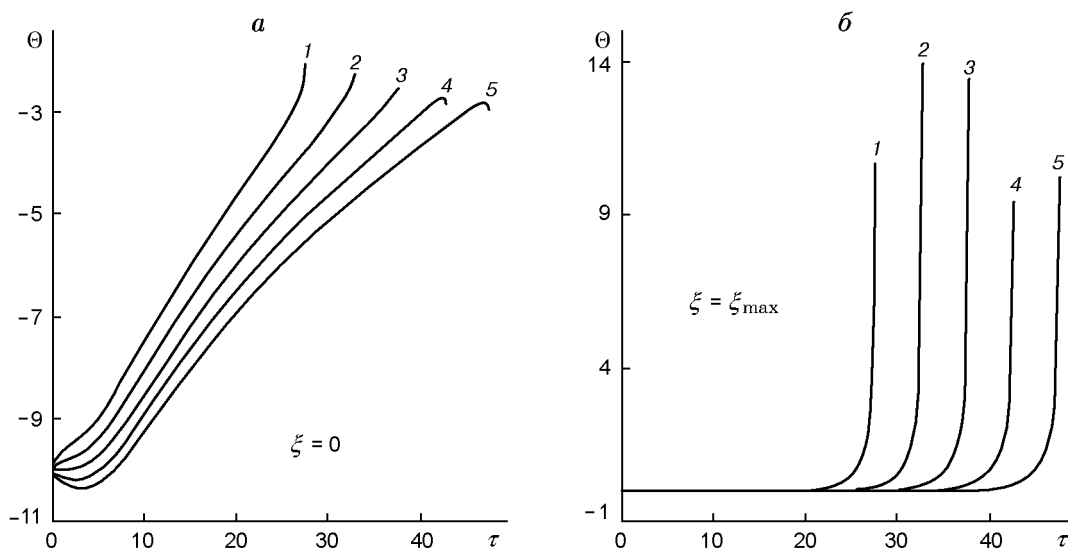


Рис. 6. Зависимости температуры в центре (а) и максимальной температуры (б) в плоском слое от времени:

$\Theta_0 = 10$, $\omega = 0,5$, $\delta = 50$, $\gamma = g = 0$; $\varepsilon_s = -1$ (1), $-0,5$ (2), 0 (3), $0,5$ (4), 1 (5)

ры тела при $\xi < 1$ после соприкосновения его с источником тепла (рис. 6). Этот эффект связан с потерями тепла на расширение образца. Как показывают расчеты, по абсолютной величине тепловыделение от интегрального источника составляет небольшую часть от химического тепловыделения ($5 \div 15$ %). Но химический источник действует лишь в зоне прогрева или в зоне реакции, а интегральный — во всем объеме образца, с чем связаны столь сильные эффекты.

Более интересные результаты получаются в предложенной модели при учете выгорания вещества, например для $\varphi_2(y) = 1 - y$. Если при $\omega = \varepsilon_s = 0$ можно говорить о режимах зажигания или воспламенения даже при существенном выгорании вещества в зоне реакции (см. рис. 2, кривые 3), то с увеличением ω происходит вырождение этих режимов. Так, при $\Theta_0 = 10$, $\gamma = 0,05$, $\omega = 1,5$, $\varepsilon_s = 0$ повышение температуры, характерное для процесса воспламенения, происходит после того, как реакция в теле завершилась более чем наполовину (кривые 2, 3 на рис. 7, а, б); «догорание» вещества происходит при понижении температуры тела вследствие уменьшения химического тепловыделения (кривые 1). На рис. 7, в, г приведены распределения температуры и глубины превращения при $\varepsilon_s = 1$. В этом случае реакция завершается при еще более низкой температуре.

Все представленные выше результаты получены для $g = 0$. Если этот параметр отличен от нуля, то возможно появление двух качественных эффектов — уменьшение или увеличение суммарного химического тепловыделения (в зависимости от знака коэффициента «концентрационного» расширения; этот эффект отмечен, например, в [19]) и усиление роли интегрального источника тепла. В этом случае также не приходится говорить о привычных для тепловой теории режимах зажигания и воспламенения. При учете выгорания вещества представляет интерес исследование времени полупревращения образца конечного размера для различных типов симметрии в зависимости от условий закрепления поверхностей, а также температурного напора и различных типов кинетических функций, характерных для реакций в твердой фазе. Все это может быть предметом специального исследования.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе показано, что механические условия на поверхности поджигаемых образцов могут оказывать существенное качественное влияние на характер их нагрева, что следует учитывать при формулировке задач зажигания, описывающих реальные эксперименты.

Аналогичные рассуждения справедливы и для задач теории горения. Так, в случае тол-

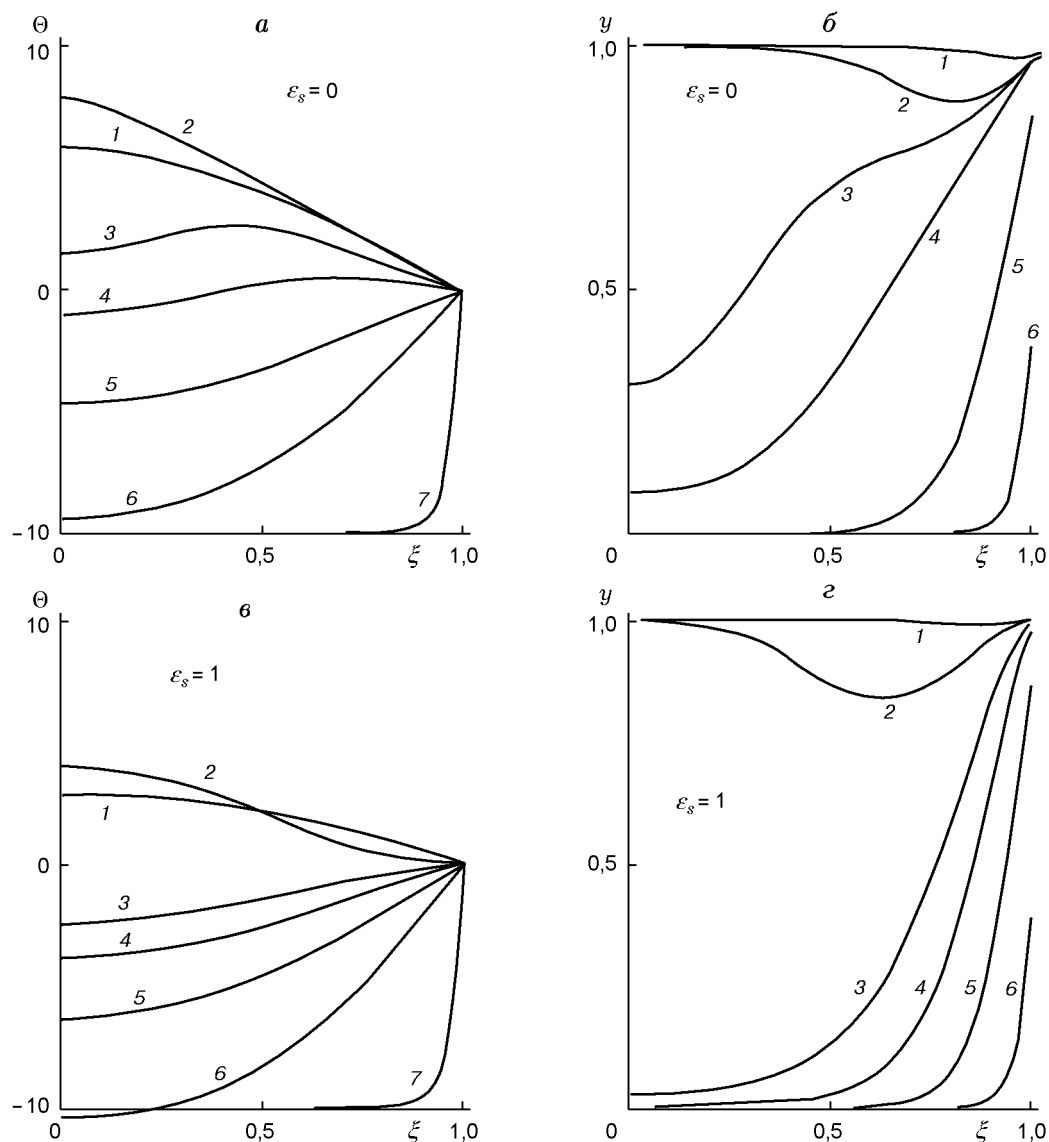


Рис. 7. Распределение температуры (а, в) и степени превращения (б, г) в плоском слое в последовательные моменты времени:

$g = 0, \delta = 50, \omega = 1,5, \Theta_0 = 10, \gamma = 0,05$; а — $\tau = 90$ (1), 77,5 (2), 75 (3), 70 (4), 40 (5), 9,9 (6), 0,1 (7); б — кривые 1–6 соответствуют моментам времени, указанным для части а, при $\tau = 0,1, y = 0$; в — $\tau = 140$ (1), 120 (2), 90 (3), 70 (4), 40 (5), 9,9 (6), 0,1 (7); г — кривые 1–6 соответствуют моментам времени, указанным для части в, при $\tau = 0,1, y = 0$

стой пластины легко можно перейти к модели горения в «бесконечной» области, помещая начало координат на границу раздела реагента и продукта и устремляя h_1 к $-\infty$, а h_2 к $+\infty$ (см. рис. 1,е). В этом случае на границе раздела необходимо выполнение условия совместности деформаций. В более общей ситуации горящий образец удовлетворяет условиям плоского деформированного состояния (11), что и используется в моделях, подобных [6].

ЛИТЕРАТУРА

1. **Вилюнов В. Н.** Теория зажигания конденсированных веществ. Новосибирск: Наука, 1984.
2. **Еремеев В. С.** Диффузия и напряжения. М.: Энергоатомиздат, 1984.
3. **Князева А. Г.** Введение в локально-равновесную термодинамику физико-химических превращений в деформируемых средах. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1996.
4. **Новацкий В.** Теория упругости: Пер. с польского. М.: Мир, 1975.

5. Коляно Ю. М., Подстригач Я. С. Обобщенная термомеханика. Киев: Наук. думка, 1976.
6. Knyazeva A. G., Timokhin A. M., Dyukarev E. A. Supersonic regimes in the solid phase combustion models with regard to the thermomechanical processes // Proc. of the 2nd Asia-Oceania Symp. on Fire Science and Technology, Khabarovsk State University of Technology, September 13–17, 1995 / V. K. Bulgakov, A. I. Karpov (Eds). Khabarovsk, 1995. P. 210–221.
7. Тимошенко С. П., Гудьер Дж. Теория упругости. М.: Наука, 1975.
8. Мелан Э., Паркус Г. Термоупругие напряжения, вызываемые стационарными температурными полями. М.: Физматгиз, 1958.
9. Князева А. Г., Кузнецов В. Т. Разрушение поверхностного слоя нитроглицеринового пороха в процессе зажигания при различных начальных температурах // Физика горения и взрыва. 1995. Т. 31, № 4. С. 10–19.
10. Князева А. Г. Зажигание конденсированного вещества тепловым потоком с учетом термических напряжений // Физика горения и взрыва. 1991. Т. 27, № 5. С. 28–41.
11. Князева А. Г. Зажигание горячей пластиной конденсированного вещества с учетом термонапряжений // Физика горения и взрыва. 1992. Т. 28, № 1. С. 13–18.
12. Зельдович Я. Б. К теории зажигания // Докл. АН СССР. 1963. Т. 150, № 2. С. 283–285.
13. Зарко В. Е. Изучение зажигания порохов контактными способами: Дис. ... канд. физ.-мат. наук. Новосибирск, 1971.
14. Любченко И. С., Любченко В. И., Матвеев В. В. и др. Зажигание конденсированных веществ различной геометрии конвективным тепловым потоком // Журн. физ. химии. 1982. Т. 56, № 2. С. 2959–2964.
15. Карнаухов В. Г. Связанные задачи термовязкоупругости. Киев: Наук. думка, 1982.
16. Коваленко А. Д. Термоупругость. Киев: Наук. думка, 1975.
17. Клоков Ю. А., Михайлов А. П. Краевые задачи для обыкновенного интегродифференциального уравнения // Мат. моделирование. 1997. Т. 9, № 7. С. 91–99.
18. Аверсон А. Э., Барзыкин В. В., Мержанов А. Г. Закономерности зажигания конденсированных взрывчатых систем при идеальном теплообмене на поверхности с учетом выгорания // Инж.-физ. журн. 1965. Т. 9, № 2. С. 245–260.
19. Knyazeva A. G., Zarko V. E. Modeling of combustion of energetic materials with chemically induced mechanical processes // J. Propulsion and Power. 1994. V. 11, N 4. P. 791–803.

Поступила в редакцию 16/VI 1999 г.
