

где \mathbf{n} — единичная нормаль к ударному фронту:

$$(3.7) \quad \mathbf{n} = \nabla T / |\nabla T|.$$

Соотношение (2.5) позволяет получить недостающую связь между u и A :

$$(3.8) \quad u(A) = F(A).$$

В результате имеем замкнутую систему уравнений (3.1), (3.2), (3.4), (3.6)—(3.8), которую можно решить численно на ЭВМ. Отметим, что описание (3.1), (3.2), (3.4), (3.6)— обобщение данных [6], где анализировалась ситуация равномерного потока в однородной среде и при нахождении выражения для e_α применялся более громоздкий и менее конструктивный способ, чем (3.4). Делалось это следующим образом: уравнение переноса (1.6) пересчитывалось в неподвижную систему и приводилось к дивергентной форме. Это позволяло найти e_α . Использование гамилтониана \mathcal{H} упрощает процедуру — позволяет найти e_α в (3.4) как результат дифференцирования \mathcal{H} . Система (3.1), (3.2), (3.4), (3.6) пригодна для описания ударных волн произвольной интенсивности, если эту систему дополнить соответствующей связью между u и A . Для слабых же волн ситуация упрощается благодаря близости скорости ударного фронта u к линейной альфвеновской скорости b_0 ; кроме того, имеем $A = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \approx A_1$.

Уравнение эйконала (3.1) с учетом связи (2.5) и \mathcal{H} принимает вид

$$(3.9) \quad \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)^2 = \left(1 - v_0 \frac{\partial T}{\partial x}\right)^2 \left[b_0 + \frac{3}{4} K_0 (B\Phi)^{-1/2}\right]^{-2},$$

где $(3/4)K_0(B\Phi)^{-1/2} \ll b_0$ для слабых ударных волн, поэтому (3.9) можно решать методом последовательных приближений. Нулевое приближение соответствует $K_0 = 0$ — линейному приближению для описания лучей. В этом приближении траектории лучей не зависят от поля — уравнение (3.9) при $K_0 = 0$ отщепляется от системы (3.2), (3.6)—(3.8); $T(x, y, z)$ и $e_\alpha(x, y, z)$ находятся по заданным функциям $v_0(z)$ и $b_0(z)$.

Схема, предложенная в данной работе, основывалась на пренебрежении членами G_i в системе (1.8)—(1.12). Дальнейшее уточнение решения возможно либо при использовании процедуры последовательных приближений, либо за счет получения уравнения Риккати при $G_i \neq 0$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Баранов В. Б., Краснобаев К. В. Гидродинамическая теория космической плазмы. — М.: Наука, 1977.
2. Прист Э. Р. Солнечная магнитогидродинамика. — М.: Мир, 1985.
3. Fredman M. P., Kane E. J., Sigalla A. Effects of atmosphere and aircraft motion on the location and intensity of a sonic boom // A I A A J. — 1963. — V. 1, N 6. Рус. пер. // РТК. — 1963. — № 6.
4. Whitham G. V. On the propagation of weak shock waves // J. Fluid Mech. — 1956. — V. 1. — P. 290.
5. Уизем Дж. Линейные и нелинейные волны. — М.: Мир, 1977.
6. Whitham G. V. A note on shock dynamics relative to moving frame // J. Fluid Mech. — 1968. — V. 31, N 3.

г. Ленинград

Поступила 20/X 1989 г.,
в окончательном варианте — 16/III 1990 г.

УДК 534.222.2

В. В. Сурков

КУМУЛЯЦИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ ПРИ ЗАХЛОПЫВАНИИ ПОР

При быстрой деформации и разрушении твердых тел возникают сильные электрические поля, приводящие к эмиссии частиц, рентгеновскому и радиоизлучению с поверхности разрушаемой среды. Механизм образования поля обусловлен процессами генерации и разделения в пространстве точечных дефектов структуры и заря-

2*

женных дислокаций на ударном фронте [1] и в вершинах растущих трещин [2, 3]. В настоящей работе исследуются электрические явления, возникающие вблизи пустот и пор при их захлопывании в ударной волне.

Рассмотрим пористую диэлектрическую среду. При ударном сжатии неоднородного вещества скорости деформации наиболее велики в локальных пластических зонах, образующихся вокруг пустот и неоднородных включений [4]. В этих зонах происходит интенсивная генерация точечных дефектов структуры и электрически заряженных дислокаций. Скорость размножения дефектов пропорциональна скорости пластической сдвиговой деформации dy/dt . Процессом рекомбинации при малых концентрациях точечных дефектов можно пренебречь [1]. Рассматривая два типа таких дефектов с противоположными зарядами, запишем уравнения непрерывности ($i = 1, 2$) в виде

$$(1) \quad \frac{\partial n_i}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{j}_i = M \left| \frac{dy}{dt} \right|, \quad \mathbf{j}_i = n_i \mathbf{v} - \delta \operatorname{grad} n_i v_i + \frac{\sigma_i}{q_i} \mathbf{E}.$$

Здесь M — коэффициент размножения; n_i и q_i — концентрация и заряд точечного дефекта либо число дислокаций на единицу площади и заряд на единицу длины дислокации; плотность потока дефектов \mathbf{j}_i состоит из трех слагаемых, обусловленных движением атомной решетки со скоростью \mathbf{v} , перемещением дефектов относительно решетки (диффузией) и электрическим дрейфом в поле с напряженностью \mathbf{E} ; v_i — частота перемещений дефекта на одно межатомное расстояние δ (δv_i — скорость дислокаций); σ_i — коэффициент ионной электропроводности.

При больших скоростях нагружения можно полагать в первом приближении $\mathbf{j}_i = n_i \mathbf{v}$. Не конкретизируя тип дефектов, подставим это соотношение в (1). Предполагая, что вещество, окружающее поры, несжимаемо, т. е. $\operatorname{div} \mathbf{v} = 0$, получаем в лагранжевых переменных $n_i \equiv n = n_0 + M\gamma$ (n_0 — начальная концентрация дефектов).

В следующем приближении ищем малые поправки $m_i \ll n$. Подставляя $n_i = n + m_i$ в (1), находим

$$(2) \quad \frac{\partial m_i}{\partial t} + \operatorname{div} m_i \mathbf{v} - \delta^2 \Delta n v_i + \frac{1}{q_i} \operatorname{div} \sigma_i \mathbf{E} = 0,$$

где функция σ_i зависит от n . Умножая (2) при $i = 1$ на $q_1 = e$, а затем при $i = 2$ на $q_2 = -e$ и складывая результаты, получаем уравнение непрерывности для тока. Добавляя одно из уравнений Максвелла, имеем систему

$$(3) \quad \partial p / \partial t + \operatorname{div} \mathbf{J} = 0, \quad \mathbf{J} = \rho \mathbf{v} - e \delta^2 \operatorname{grad} n (v_1 - v_2) + (\sigma_1 + \sigma_2) \mathbf{E}, \\ \epsilon \epsilon_0 \operatorname{div} \mathbf{E} = \rho, \quad \rho = e (m_1 - m_2).$$

Здесь \mathbf{J} — плотность тока, обусловленного как электропроводностью среды, так и сторонними силами; ρ — плотность электрического заряда; ϵ — диэлектрическая проницаемость среды. Как видно из выражения для \mathbf{J} , разделение зарядов обусловлено различием величин v_i , т. е. разной «подвижностью» дефектов в ударной волне.

Для оценки сделанных приближений учтем, что в окрестности поры радиуса a $\gamma \sim v/a$, $E \sim \rho a / (\epsilon \epsilon_0)$. Отсюда получаем, что второе и третье слагаемые в \mathbf{j}_i меньше первого при условиях $\gamma \gg \delta^2 v / a^2$, $\gamma \gg m / (n\tau)$ ($\tau \sim \epsilon \epsilon_0 / \sigma$ — время релаксации за счет электропроводности среды). Если длительность ударного нагружения $T \ll \tau$, то второе неравенство всегда выполняется, а для первого условия при $a = 1$ мм, $\delta = 3 \cdot 10^{-7}$ мм и $v < 10^{13}$ с $^{-1}$ имеем $\gamma \gg 0,1$ с $^{-1}$.

Рассмотрим ударный фронт, ширина которого заметно превосходит размеры пор и расстояния между ними. Тогда движение вещества и распределение зарядов в окрестности сферической поры можно считать сферически-симметричными. В этом случае из уравнений (3) вытекает

$$(4) \quad \frac{\partial E_r}{\partial t} + \frac{v_r}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 E_r) + \alpha \frac{\partial}{\partial r} n (v_2 - v_1) + \frac{E_r}{\tau} = 0,$$

$$\alpha = e\delta^2/(\epsilon\epsilon_0), \quad \tau = \epsilon\epsilon_0/(\sigma_1 + \sigma_2)$$

(r — расстояние от центра поры, E_r и v_r — радиальные составляющие векторов \mathbf{E} и \mathbf{v}). Если ввести поток вектора \mathbf{E} ($\Phi = 4\pi r^2 E_r$) и перейти к лагранжевым переменным r_0, t , то уравнение (4) преобразуется к виду

$$(5) \quad \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{\Phi}{\tau} + \alpha_0 r^2 \frac{\partial}{\partial r} n (v_2 - v_1) = 0, \quad \alpha_0 = \frac{\alpha}{4\pi}, \quad r = r(r_0, t).$$

Граничные условия на поверхности поры при $r_0 = a_0$ следующие:

$$(6) \quad J_r = -\partial\beta/\partial t, \quad \beta = \epsilon\epsilon_0 E_r \quad (r_0 = a_0+).$$

Здесь учтено, что на границе поры может образовываться поверхностный заряд плотности β . Кроме того, в силу симметрии задачи внутри поры $E_r = 0$. Преобразуя (6) с учетом выражения для J_r в лагранжевой системе координат, получаем условие

$$\alpha \frac{\partial}{\partial r} n (v_2 - v_1) + \frac{E_r}{\tau} = - \left. \frac{\partial E_r}{\partial t} \right|_{r_0 = a_0+}$$

которое согласуется с уравнением (5).

Решение (5) с нулевыми начальными условиями запишем в виде

$$(7) \quad \Phi(r_0, t) = \alpha_0 \int_0^t e^{(t-t')/\tau} r^2 \frac{\partial}{\partial r} n (v_1 - v_2) dt', \quad r = r(r_0, t').$$

Для несжимаемого вещества имеем соотношения

$$(8) \quad r^3 - r_0^3 = a^3 - a_0^3, \quad \gamma = (a_0^3 - a^3)/r^3$$

($a = a(t)$ — текущий радиус поры).

Частоты v_i зависят от распределений напряжений и температур вблизи пор. При давлениях около 1 ГПа, когда происходит захлопывание пустот в ударной волне, разогрев вещества мал [4]. Напряжения в пластической зоне вокруг пор меняются по логарифмическому закону. Поэтому величина $v_1 - v_2$ слабо зависит от расстояния r , и ее значение определяется в основном амплитудой давления в ударной волне. В этом приближении из формул (7), (8) с учетом выражения для n получаем ($n_0 = 0$)

$$(9) \quad \Phi(r_0, t) = 3\alpha_0 M (v_1 - v_2) \int_0^t e^{(t-t')/\tau} \frac{(a^3 - a_0^3) dt'}{(r_0^3 + a^3 - a_0^3)^{2/3}}, \quad a = a(t').$$

Большинство сред в условиях пластического течения обладают большой вязкостью, поэтому радиус поры на ударном фронте уменьшается плавно, без осцилляций [4]. Зависимость $a^3 = a^3(t)$ может быть аппроксимирована как

$$(10) \quad a^3 = a_*^3 + (a_0^3 - a_*^3) e^{-t/T} \quad (t \geq 0)$$

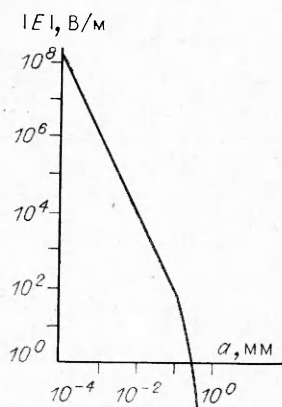
(T — характерное время приложения нагрузки, a_* — конечный радиус поры). Величины T и a_* зависят от амплитуды давления в ударной волне.

Подставим (10) в (9). При $t \ll \tau$ экспонента в (9) близка к единице. Вычисляя для этого случая интеграл, имеем

$$(11) \quad E_r(r, t) = 9\alpha(v_1 - v_2) M T \psi(r, a)/r^2,$$

$$\psi = r_0 - r - \frac{(a_0^3 - a_*^3)}{b^2} \left[\frac{1}{6} \ln \frac{(r_0 - b)^2 (r^2 + rb + b^2)}{(r - b)^2 (r_0^2 + r_0 b + b^2)} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\operatorname{arctg} \frac{2r + b}{\sqrt{3}b} - \operatorname{arctg} \frac{2r_0 + b}{\sqrt{3}b} \right) \right], \quad b^3 = r^3 - a^3 + a_*^3,$$



где a находится из (10), а r_0 — из (8). Если $t \gg \tau$, то интеграл в (9) набирается в основном на верхнем пределе. При этом

$$(12) E_r(r, t) = 3\alpha(v_1 - v_2) M\tau(a_*^3 - a_0^3)(1 - e^{-t/\tau})/r^4.$$

Такой ответ следует также из (3), если положить для больших времен $\mathbf{J} = 0$ и $\mathbf{v} = 0$.

Линейная зависимость $n(\gamma)$ для точечных дефектов ограничена условием $n < n_* \sim 10^{28} \div 10^{29} \text{ м}^{-3}$ (n_* — концентрация атомов в решетке). Так, при $r = a$ соотношения (11), (12) справедливы, если $a > a_c = a_0(M/n_*)^{1/3} \sim 0,1a_0$ ($M = 10^{25} \text{ м}^{-3}$). При дальнейшем сжатии поры можно полагать $n = n_*$, а в функцию ψ подставить

$a = a_c$. Используя разложение функции ψ в диапазоне $a_0 \geq a \geq a_*$, получаем

$$(13) E_r(a, t) = 3(15 + \sqrt{3})\alpha(v_2 - v_1)a_0TM^{1/3}n_*^{2/3}/(4a^2).$$

Для ионных кристаллов примем в качестве нижней оценки $v_2 - v_1 \sim 1 \text{ с}^{-1}$ (нормальные условия). Тогда, задавая $T = 1 \text{ мс}$, находим из (13) $E_r \sim 10^8 \text{ В/м}$ при $a \sim 0,5 \text{ мкм}$. Зависимость E_r на поверхности поры от ее радиуса при тех же параметрах и $a_* = 0,1 \text{ мкм}$ приведены на рисунке. Кумуляция электрического поля, возникающая при $a \rightarrow 0$, в действительности не происходит из-за рекомбинации дефектов структуры и электрического пробоя диэлектрика (для ионных кристаллов $E_{пр} \sim 10^8 \text{ В/м}$).

Таким образом, ударное сжатие пористых тел при низких давлениях ($\sim 1 \text{ ГПа}$) приводит к разделению электрических зарядов вблизи пустот. Захлопывание пор сопровождается нарастанием напряженности поля и может приводить к локальным электрическим пробоям вещества в окрестностях пор. В естественных условиях пустоты асимметричны и поэтому являются эффективными электромагнитными излучателями. Несимметричное сжатие пор в ударной волне приводит к электрической поляризации среды в направлении волновой нормали. Этим эффектом можно объяснить появление квазистатических электрических полей ударных волн в ближней (неволновой) зоне.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сироткин В. К., Сурков В. В. Механизм возникновения объемного заряда при ударном сжатии ионных кристаллов // ПМТФ.— 1986.— № 4.
2. Сурков В. В. Об эмиссии электронов при разрушении кристаллических диэлектриков // ЖТФ.— 1986.— Т. 56, № 9.
3. Гершензон Н. И., Зиллинмиани Д. О., Манджгаладзе П. В. и др. Электромагнитное излучение вершины трещины при разрушении ионных кристаллов // ДАН СССР.— 1986.— Т. 288, № 1.
4. Дунин С. З., Сурков В. В. Эффекты диссипации энергии и влияние плавления на ударное сжатие пористых тел // ПМТФ.— 1982.— № 1.

г. Москва

Поступила 3/IV 1990 г.