

бом значениям ξ . Если возмущение таково, что вихри нечетных пар смещаются только вдоль оси y , то $C > C_1$ независимо от ε , т. е. чисто продольные возмущения ведут к образованию ячеек в дорожке, а чисто поперечные — к разделению исходной дорожки на две.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кочкин Н. Е., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика. Ч. 1. — М.— Л.: ГОНТИ, 1938.
2. Андронов А. А., Витт А. А., Хайкин С. Э. Теория колебаний. — М.: Физматгиз, 1959.

Поступила 6/III 1985 г.

УДК 532.593

ОДИН МЕТОД РЕШЕНИЯ НЕУСТАНОВИВШИХСЯ ЗАДАЧ ДЛЯ СЛОЯ ЖИДКОСТИ СО СМЕШАННЫМИ УСЛОВИЯМИ

А. А. Золотарев, Л. И. Золотарева

(Ростов-на-Дону)

В работе развивается методика решения неустановившихся задач со смешанными граничными условиями для слоя тяжелой жидкости. В отличие от известных аналитико-численных подходов [1, 2] предлагаемый дает возможность, основываясь на методе факторизации, выполнить аналитическое исследование процессов возбуждения и установления волн.

В качестве иллюстрации рассмотрена задача о генерировании возмущений системой внешних давлений, приложенных к верхней границе слоя жидкости, частично покрытой упругой пластиной. Моделируется неустановившийся процесс взаимодействия волн, возбуждаемых барическими образованиями, с ограниченным ледовым полем.

Математическая постановка задачи имеет вид

$$(1) \quad \partial \mathbf{v} / \partial t = -\rho_*^{-1} \nabla p_*, \quad -\infty < x, y < \infty, \quad -H \leq z \leq 0, \quad \operatorname{div} \mathbf{v} = 0;$$

$$(2) \quad z = 0, \quad p_* = q + \rho_* g \zeta + \begin{cases} \Pi \zeta, & \mathbf{x} \in \Omega, \\ 0, & \mathbf{x} \notin \Omega, \end{cases} \quad w = \partial \zeta / \partial t;$$

$$(3) \quad R = M_n = M_\tau = 0, \quad \mathbf{x} \in \partial \Omega, \quad \mathbf{x} = \{x, y\};$$

$$\Pi = d_0 \nabla^4 + \rho_0 h \frac{\partial^2}{\partial t^2}, \quad q = \begin{cases} q(\mathbf{x}, t), & \mathbf{x} \in D, \quad t > 0, \\ 0, & \mathbf{x} \notin D, \end{cases}$$

$$z = -H, \quad w = 0;$$

$$(4) \quad t = 0, \quad \left\{ \mathbf{v}, q, \zeta, \frac{\partial \zeta}{\partial t} \right\} = 0.$$

Здесь $\{x, y, z\}$ — декартова прямоугольная система координат с началом на невозмущенной свободной поверхности жидкости; ось z направлена вертикально вверх; t — время; p_* — динамическая составляющая полного давления p в жидкости; $\mathbf{v} = \{u, v, w\}$ — вектор скорости; ρ_* , H — плотность и толщина слоя жидкости; ζ — возвышение свободной поверхности, совпадающее в области Ω , занятой пластиной, с вертикальным ее смещением; R , M_n , M_τ — перерезывающая сила, изгибающий и крутящий моменты на торце пластины $\partial \Omega$; d_0 , ρ_0 , h — жесткость, плотность и толщина пластины; $q(\mathbf{x}, t)$ — внешнее возмущающее давление, заданное в области $D = D_1 \cup D_2$, действующее на свободную поверхность жидкости в области D_1 и пластину в D_2 ; g — ускорение силы тяжести.

Введем безразмерные переменные, отмеченные индексом 1:

$$(5) \quad \begin{aligned} \{x, z, \zeta\} &= H \{x_1, z_1, \zeta_1\}, \quad \mathbf{v} = c \mathbf{v}_1, \\ c &= \sqrt{gh}, \quad t = Hc^{-1} t_1, \quad \{p, q\} = \rho c^2 \{p_1, q_1\}, \\ d_0 &= \rho g H^4 d_1, \quad \rho_0 = Hh^{-1} \rho_* \rho_1. \end{aligned}$$

В дальнейшем используются лишь безразмерные величины, поэтому всюду ниже этот индекс опустим.

Интегральными преобразованиями Лапласа по t и Фурье по x сведем задачу (1)–(4) к интегральному уравнению

$$(6) \quad \int_{\Omega} p_L(\xi, s) k(x - \xi, s) = \psi(x, s) + \sum_{j=1}^2 f_j(x, s), \quad x \in \Omega, \operatorname{re} s \geq s^* > 0,$$

$$\{p_L(x, s), q_L(x, s)\} = \int_0^{\infty} \{p(x, t), q(x, t)\} e^{-st} dt,$$

$$f_j(x, s) = \int_{D_j} q_L(x, s) k_j(x - \xi, s) d\xi,$$

$$\{k(x, s), k_j(x, s)\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \{K(\alpha, s), K_j(\alpha, s)\} e^{-i(\alpha \cdot x)} d\alpha,$$

$$\alpha = \{\alpha_1, \alpha_2\}, \quad \alpha = |\alpha|, \quad x = \{x, y\},$$

$$K(\alpha, s) = [1 + \rho \kappa_1^2(\alpha)] [s^2 + \kappa_2^2(\alpha)] \{\rho [s^2 + \kappa_0^2(\alpha)] [s^2 + \kappa_1^2(\alpha)]\}^{-1},$$

$$K_1(\alpha, s) = -\kappa_1^2(\alpha) [s^2 + \kappa_1^2(\alpha)]^{-1}, \quad K_2(\alpha, s) = \rho^{-1} [s^2 + \kappa_1^2(\alpha)]^{-1},$$

$$\kappa_0^2(\alpha) = \rho^{-1} \alpha^4 d, \quad \kappa_1^2(\alpha) = \alpha \operatorname{th} \alpha, \quad \kappa_2^2(\alpha) = \kappa_1^2(\alpha) (1 + \alpha^4 d) [1 + \rho \kappa_1^2(\alpha)],$$

где $\psi(x, s)$ — трансформанта Лапласа общего решения уравнения $\Pi\psi = 0$. Причем если Ω — неограниченная область, то под $\psi(x, s)$ понимается решение, удовлетворяющее условиям излучения волн на бесконечность. В (6) s^* — абсцисса сходимости преобразования Лапласа.

Если пластина занимает полуплоскость ($\Omega: x \geq 0$), а волновая картина идентична в любом сечении $y = \operatorname{const}$ (плоский случай), то в формулах (6) следует заменить векторы x, ξ на скалярные переменные x, ξ . При этом функцию $\psi(x, s)$ представим в виде

$$(7) \quad \psi(x, s) = \begin{cases} C_1(s) e^{-\lambda x} + C_2(s) e^{i\lambda x}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0, \end{cases}$$

$$C_1(s) = (4d\lambda^3)^{-1} [(1 - i)\sigma_+(\lambda, s) - i\sigma_+(i\lambda, s)],$$

$$C_2(s) = (4d\lambda^3)^{-1} [\sigma_+(\lambda, s) + (1 - i)\sigma_+(i\lambda, s)],$$

$$\sigma_+(\alpha, s) = P_+(\alpha, s) - Q_2(\alpha, s),$$

$$\{P_+(\alpha, s), Q_2(\alpha, s)\} = \int_{\Omega} \{p_L(x, s), q_L(x, s)\} e^{i\alpha x} dx,$$

$$\lambda \equiv \lambda(s) = (-\rho s^2 d^{-1})^{1/4}, \quad 0 \leq \arg \lambda(s) < 0,5 \pi.$$

Здесь коэффициенты C_1, C_2 определены из условия удовлетворения решения для пластины краевым условиям (3) на $\partial\Omega(x = 0, \partial^2\zeta/\partial x^2 = \partial^3\zeta/\partial x^3 = 0)$.

Продолжая уравнение (6) в область вне Ω (на отрицательную полуось $x < 0$) функцией $\varphi(x, s)$ и применяя преобразование Фурье по переменной x , сведем задачу к эквивалентному функциональному уравнению

$$(8) \quad P_+(\alpha, s) K(\alpha, s) + \Phi_-(\alpha, s) = \Psi_+(\alpha, s) + \sum_{j=1}^2 Q_j(\alpha, s) K_j(\alpha, s),$$

$$\alpha \in E, \operatorname{re} s \geq s^* > 0, \quad Q_j(\alpha, s) = \int_{D_j} q_L(x, s) e^{i\alpha x} dx, \quad D_1: x \in (-\infty, 0],$$

$$D_2: x \in [0, \infty),$$

$$\Psi_+(\alpha, s) = \int_0^{\infty} \psi(x, s) e^{i\alpha x} dx, \quad \Phi_-(\alpha, s) = \int_{-\infty}^0 \varphi(x, s) e^{i\alpha x} dx.$$

Исследуем особенности (нули и полюсы) функций $K(\alpha, s)$, $K_j(\alpha, s)$. Уравнение $s^2 + \kappa_j^2(\alpha) = 0$ ($j = 1, 2$) для $s = -i\omega$ ($-\infty < \omega < \infty$) имеет два действительных корня [3, 4] $\alpha = \pm z_j(-i\omega)$ и счетное множество комплексных $\alpha = \pm i\eta_{j, m}(-i\omega)$, $m = 1, 2, 3, \dots$ (при $j = 1$ они мнимые). Соотношению $s^2 + \kappa_0^2(\alpha) = 0$ удовлетворяют два действительных корня $\alpha = \pm \lambda(-i\omega)$ и два мнимых $\alpha = \pm i\lambda(-i\omega)$, где $\lambda(s)$ определено в (7).

Если $\operatorname{re} s > 0$, то особые точки λ , z_j сдвигаются с действительной оси в комплексную плоскость. При этом выбор знака корня в $\kappa_j(\alpha)$, совпадающего со знаком переменной α для действительных ее значений, обеспечивает фиксацию корней $\alpha = \lambda(s)$, $\alpha = z_j(s)$ в верхней полуплоскости α . Остальные особенности комплексны и не выходят на действительную ось.

Таким образом, функциональное уравнение (8) имеет общую полосу регулярности входящих в него функций E , содержащую всю действительную ось α , т. е.

$$E: -\infty < \operatorname{re} \alpha < \infty, \gamma_- < \operatorname{im} \alpha < \gamma_+, \gamma_- < 0 < \gamma_+.$$

В формулах (8) и всюду ниже индексы $+$ и $-$ означают регулярность функции по переменной α в верхней ($\operatorname{im} \alpha > \gamma_-$) и нижней ($\operatorname{im} \alpha < \gamma_+$) полуплоскостях.

Факторизация уравнения (8) [5, 6] позволяет представить решение в интегральной форме. Так, для давления под пластиной p и смещения верхней границы слоя жидкости ζ выводим

(9)

$$p(x, t) = \frac{1}{4\pi^2 i} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\alpha x} \int_{\delta-i\infty}^{\delta+i\infty} [Q_2(\alpha, s) + G_+(\alpha, s) K_+^{-1}(\alpha, s)] e^{st} ds d\alpha, \quad x \geq 0;$$

$$(10) \quad \zeta(x, t) = \frac{1}{4\pi^2 i} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\alpha x} \int_{\delta-i\infty}^{\delta+i\infty} Z(\alpha, s) e^{st} ds d\alpha, \quad -\infty < x < \infty,$$

$$K(\alpha, s) = K_+(\alpha, s) K_-(\alpha, s),$$

$$Z(\alpha, s) = K_1(\alpha, s) \left[\sum_{j=1}^2 Q_j(\alpha, s) + G_+(\alpha, s) K_+^{-1}(\alpha, s) \right], \quad \delta \geq s^* > 0.$$

В формулах (9), (10) функция $G_+(\alpha, s)$ имеет вид

$$(11) \quad G_+(\alpha, s) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma_+} \sum_{j=1}^2 Q_j(\xi, s) K_1(\xi, s) K_+^{-1}(\xi, s) \chi(\xi, \alpha, s) d\xi,$$

$$\chi(\xi, \alpha, s) = \frac{1}{\xi - \alpha} + \frac{i}{4\lambda^3 \Delta(s) d} \left[\frac{\Delta_1(\xi, s)}{(\alpha + i\lambda) K_+(i\lambda, s)} + \frac{\Delta_2(\xi, s)}{(\alpha + \lambda) K_+(\lambda, s)} \right],$$

$$\Delta_1(\xi, s) = \frac{(1-i) K_+(i\lambda, s)}{\xi - \lambda} - \frac{i K_+(\lambda, s)}{i\xi - i\lambda} + \frac{i(\xi + \lambda)(\xi - \lambda)^{-1}(\xi - i\lambda)^{-1}}{K_+(\lambda, s) 8\lambda^4 d},$$

$$\Delta_2(\xi, s) = \frac{K_+(i\lambda, s)}{\xi - \lambda} + \frac{(1-i) K_+(\lambda, s)}{\xi - i\lambda} - \frac{(\xi + i\lambda)(\xi - \lambda)^{-1}(\xi - i\lambda)^{-1}}{K_+(i\lambda, s) 8\lambda^4 d},$$

$$\Delta(s) = K_+(\lambda, s) K_+(i\lambda, s) + [K_+(\lambda, s) K_+(i\lambda, s) 64\lambda^8 d^2]^{-1} -$$

$$- i(8\lambda^4 d)^{-1} [K_+(i\lambda, s) K_+^{-1}(\lambda, s) - K_+(\lambda, s) K_+^{-1}(i\lambda, s) - 4i].$$

Из условия представления $G_+(\alpha, s)$ интегралом типа Коши следует, что контур Γ_+ расположен в полосе регулярности E ниже действительной оси α . Таким образом, формулы (9)–(11) дают точное решение задачи (1)–(4) в плоском случае.

Рассмотрим пример, когда внешняя нагрузка, приложенная к поверхности пластины, начинает действовать с начального момента времени

по гармоническому закону:

$$(12) \quad q(x, t) = \begin{cases} f(x) e^{-i\omega t}, & t > 0, x \geq 0, \omega > 0, \\ 0, & t \leq 0. \end{cases}$$

Предполагается, что выполняются условия существования интеграла Фурье для функции $f(x)$. Подставляя в (11) $Q_j(\alpha, s)$, соответствующие (12), и замыкая контур Γ_+ в верхнюю или нижнюю полуплоскость, исходя из условия убывания экспоненциальных функций подынтегрального выражения, вычислим $G_+(\alpha, s)$ по вычетам. Далее внутренние интегралы в решении (9), (10) с учетом положения полюсов $s_0 = -i\omega$, $s_1 = -i\kappa_1(\alpha)$, $s_2 = i\kappa_2(\alpha)$ на мнимой оси берутся на основании леммы Жордана.

Перейдем во внешних интегралах (9), (10) к контуру интегрирования Γ , совпадающему с действительной осью и обходящему точку $\alpha = -z_2(-i\omega)$ по малой полуокружности в верхней полуплоскости, а точку $\alpha = z_1(-i\omega)$ — в нижней. Выбранный в соответствии с принципом предельной амплитуды [3] путь Γ обеспечивает проведение почленного интегрирования:

$$(13) \quad \zeta(x, t) = e^{-i\omega t} I_0(x) + \sum_{j=1}^2 I_j(x, t),$$

$$I_0(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma} B_0(\alpha) e^{-i\alpha x} d\alpha, \quad I_j(x, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma} B_j(\alpha) e^{-i\alpha x - i\omega_j(\alpha, \gamma) t} d\alpha,$$

$$\varphi_j(\alpha, \gamma) = \alpha + (-1)^{j+1} \gamma \kappa_j(\alpha), \quad \gamma = t/x,$$

$$B_0(\alpha) = F(\alpha) K_3(\alpha, -i\omega) + K_1(\alpha, -i\omega) K_+^{-1}(\alpha, -i\omega) N(\alpha, -i\omega),$$

$$B_1(\alpha) = \kappa_1(\alpha) N(\alpha, -i\kappa_1(\alpha)) \{2K_+(\alpha, -i\omega) [\kappa_1(\alpha) - \omega]\}^{-1},$$

$$B_2(\alpha) = \frac{\kappa_1^2(\alpha) F(\alpha) - K_-(\alpha, i\kappa_2(\alpha)) N(\alpha, i\kappa_2(\alpha)) [\kappa_1^2(\alpha) - \kappa_2^2(\alpha)]}{2\kappa_2(\alpha) [1 + \rho\kappa_1^2(\alpha)] [\omega + \kappa_2(\alpha)]},$$

$$K_3(\alpha, s) = \frac{K_1(\alpha, s) K_2(\alpha, s)}{K(\alpha, s)},$$

$$N(\alpha, s) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{F(\alpha_n) K_1(\alpha_n, s)}{K'_-(\alpha_n, s)} \chi(\alpha_n, \alpha, s),$$

$$F(\alpha) = \int_0^{\infty} f(x) e^{i\alpha x} dx, \quad K'_-(\alpha, s) = \frac{\partial}{\partial \alpha} K_-(\alpha, s),$$

$$\alpha_0 = z_2(s), \quad \alpha_n = i\eta_{2,n}(s), \quad \kappa_2^2(\alpha_n) + s^2 = 0.$$

Первое слагаемое в (13) определяет установившуюся часть решения, второе и третье — неустановившиеся вклады.

Предположим, что в (12) внешняя нагрузка распределена по закону

$$f(x) = \begin{cases} e^{i\eta(x-a_1)}, & x \in [a_1, a_2], \\ 0, & x \notin [a_1, a_2], \quad a_1, a_2 > 0. \end{cases}$$

Тогда в (13) следует положить

$$(14) \quad F(\alpha) = F_1(\alpha) + F_2(\alpha), \quad F_j(\alpha) = \frac{(-1)^j e^{-i\eta a_1}}{i(\eta + \alpha)} e^{i(\eta + \alpha)a_j}.$$

Вычислим $I_0(x)$ с помощью теории вычетов. Выделим главные части $I_j(x, t)$ посредством деформации контура Γ вблизи полюсов. Оценивая остаток методом стационарной фазы [6, 7], получим возвышение свободной поверхности жидкости ζ в различных пространственно-временных областях. Например, для $a_2 c_2^{-1} < t < (a_1 + a_2) c_2^{-1}$ на свободной поверхности жидкости ($x < 0$) имеем

$$\begin{aligned}
(15) \quad \zeta &= O(|x|^{-\nu}), \quad x < -c_1 t, \\
\zeta &= \zeta_{-3} + O(|x|^{-\nu}), \quad -c_1 t < x < -c_1(t - a_1 c_2^{-1}), \\
\zeta &= \zeta_{-1} + \zeta_{-3} + O(|x|^{-\nu}), \quad -c_1(t - a_1 c_2^{-1}) < x < -c_1(t - a_2 c_2^{-1}), \\
\zeta &= \sum_{j=1}^3 \zeta_{-j} + O(t^{-1}), \quad -c_1(t - a_2 c_2^{-1}) < x \ll 0.
\end{aligned}$$

Колебания пластины ($x > 0$) для указанных времен описываются аналогичными формулами:

$$\begin{aligned}
(16) \quad \zeta &= \sum_{j=1}^5 \zeta_j + \theta, \quad 0 < x < -a_2 + c_2 t, \\
\zeta &= \sum_{j=1}^4 \zeta_j + \theta, \quad -a_2 + c_2 t < x < -a_1 + c_2 t, \\
\zeta &= \sum_{j=1}^3 \zeta_j + \theta, \quad -a_1 + c_2 t < x < a_1, \\
\zeta &= \sum_j \zeta_j + \theta \quad (j = 0, 2, 3, 6), \quad a_1 < x < a_2, \\
\zeta &= \sum_j \zeta_j + \theta \quad (j = 3, 6, 7), \quad a_2 < x < c_2 t, \\
\zeta &= \zeta_6 + \zeta_7 + O(|x - a_2|^{-\nu}), \quad c_2 t < x < a_1 + c_2 t, \\
\zeta &= \zeta_7 + O(|x - a_2|^{-\nu}), \quad a_1 + c_2 t < x < a_2 + c_2 t, \\
\zeta &= O(|x - a_2|^{-\nu}), \quad x > a_2 + c_2 t,
\end{aligned}$$

$$c_m = \kappa'_m(z_m), \quad z_m = z_m(-i\omega), \quad \kappa_m^2(z_m) - \omega^2 = 0, \quad m = 1, 2.$$

Здесь

$$\begin{aligned}
(17) \quad \zeta_{-j} &= -\frac{i\omega}{2c_1} \frac{N_j(z_1)}{K_+(z_1)} e^{-i(z_1 x + \omega t)}, \quad j = 1, 2, 3, \\
\zeta_0 &= \frac{-\kappa_1^2(\eta)}{[1 + \rho\kappa_1^2(\eta)][\kappa_2^2(\eta) - \omega^2]} e^{i[\eta(x - a_1) - \omega t]}, \\
\zeta_j &= \frac{-i\kappa_2^2(z_2) F_j(z_2)}{2\omega c_2 [1 + \rho\kappa_1^2(z_2)]} e^{-i(z_2 x + \omega t)}, \quad j = 1, 2, \\
\zeta_j &= \frac{-i\kappa_1^2(z_2)(z_2^4 d - \rho\omega^2)}{2\omega c_2 [1 + \rho\kappa_1^2(z_2)]} K_+(z_2, -i\omega) N_{j-2}(-z_2) e^{i(z_2 x - \omega t)}, \quad j = 3, 4, 5, \\
\zeta_j &= \frac{-i\kappa_2^2(z_2) F_{j-5}(-z_2)}{2\omega c_2 [1 + \rho\kappa_1^2(z_2)]} e^{i(z_2 x - \omega t)}, \quad j = 6, 7, \\
N_j(\alpha) &= \frac{F_j(z_2) K_1(z_2, -i\omega)}{K'_-(z_2, -i\omega)} \chi(z_2, \alpha, -i\omega), \quad j = 1, 2, \\
N_3(\alpha) &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\bar{F}(\alpha_n) \bar{K}_1(\alpha_n, -i\omega)}{K'_-(\alpha_n, -i\omega)} \chi(\alpha_n, \alpha, -i\omega), \\
\alpha_n &= i\eta_{2,n}, \quad \kappa_2^2(\alpha_n) - \omega^2 = 0, \\
\theta &= O(|x|^{-\nu}) + \begin{cases} \sum_{j=1}^2 O(|x - a_j|^{-\mu}), & |x - a_j| \rightarrow \infty, \\ C(t^{-1}), & t \rightarrow \infty, |x - a_j| \leq \text{const}, \end{cases} \\
&1/3 \leq \nu, \mu \leq 1, \quad |\gamma| > 0.
\end{aligned}$$

Причем $K(\alpha, -i\omega)$, $K_1(\alpha, -i\omega)$, $\kappa_1(\alpha)$, $\kappa_2(\alpha)$ определены в (6), $\chi(\xi, \alpha, s)$ — в (11), $F_j(\alpha)$ — в (14).

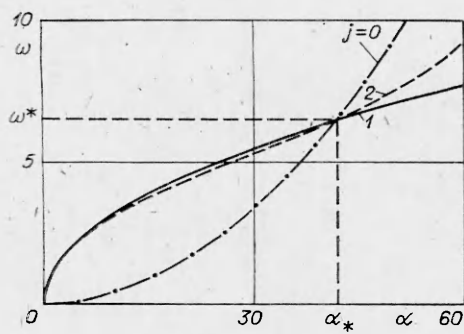


Рис. 1

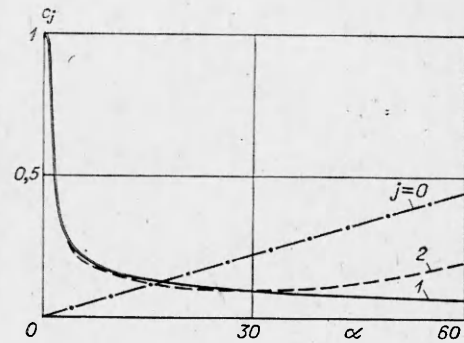


Рис. 2

Анализ решения (15)—(17) показывает, что каждый конец интервала $[a_1, a_2]$, к которому приложены возмущающие давления $q(x, t)$, излучает в обе стороны волны, не убывающие с расстоянием, распространяющиеся с групповой скоростью c_1 в жидкости и c_2 в пластине. Волны ζ_6, ζ_1 генерируются краем $x = a_1$, а ζ_7, ζ_2 — точкой a_2 соответственно вправо и влево. Начиная с начального момента времени край пластины $x = 0$ — источник волн ζ_{-3} в жидкости и ζ_3 в пластине с амплитудой порядка $\exp(-\beta a_1)$, где $\beta = \inf |ge \eta_{2,n}|, n \geq 1$.

Волнам ζ_1, ζ_2 отвечают отраженные от границы пластины ζ_4, ζ_5 и преломленные в жидкость ζ_{-1}, ζ_{-2} . Вклад ζ_0 обусловлен конкретным видом функции внешних давлений $f(x)$.

Сравнительный анализ дисперсионных зависимостей $\omega = \kappa_j(\alpha)$, приведенный на рис. 1, для слоя жидкости, покрытого пластиной ($j = 2$), отдельно для пластины ($j = 0$) и слоя жидкости со свободной поверхностью ($j = 1$) показывает, что при низких частотах колебаний пластина изменяет длины поверхностных волн незначительно. Для высоких частот ($\omega \gg \omega^*$) влияние жидкости на длину волн, возбуждаемых под пластиной, мало. Последнее следует из совпадения асимптотического поведения дисперсионных кривых $\omega = \kappa_j(\alpha)$ ($j = 0, 2$) при $\alpha \rightarrow \infty$. В промежуточном частотном диапазоне дисперсия исследуемых гравитационно-упругих волн отлична от предельных законов $j = 0, 1$. При $\omega = \omega^*$ кривые пересекаются — генерируются волны одной и той же длины $l = 2\lambda/\alpha_*$.

Рис. 2 отражает поведение групповых скоростей в указанных случаях $c_j = \kappa'_j(\alpha)$. Видно, что пластина замедляет распространение длинных волн на поверхности жидкости. На рис. 1, 2 значения безразмерных параметров: $d = 6 \cdot 10^{-8}$, $\rho = 4,32 \cdot 10^{-2}$, $\alpha_* = 41,69$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сеймов В. М. Динамические контактные задачи.— Киев: Наук. думка, 1976.
2. Бабешко В. А., Зинченко Ж. Ф., Смирнова А. В. К задаче о набегании волн нормального давления на штамп.— ПМТФ, 1982, № 2.
3. Стокер Дж. Волны на воде.— М.: ИЛ, 1959.
4. Черкесов Л. В. Гидродинамика волн.— Киев: Наук. думка, 1980.
5. Нобл Б. Метод Винера — Хопфа.— М.: ИЛ, 1962.
6. Золотарев А. А., Золотарева Л. И. Анализ неустановившихся волн в жидкости с частично свободной границей. Рук. деп. в ВИНТИ 31.07.84, № 5562—84 ДЕП.
7. Федорюк М. В. Метод перевала.— М.: Наука, 1977.

Поступила 24/XII 1984 г.