

## РАСЧЕТ СКОРОСТИ ЗВУКА ЗА ФРОНТОМ УДАРНОЙ ВОЛНЫ В КОНДЕНСИРОВАННЫХ СРЕДАХ

В. Ф. Анисичкин

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск, avf@hydro.nsc.ru

Предложен метод расчета скорости звука за фронтом ударной волны в конденсированных средах, в котором необходимо знание только ударной адиабаты вещества. Проведено сравнение результатов расчетов с известными экспериментальными данными, которое показывает удовлетворительное их согласие.

Ключевые слова: конденсированная среда, ударная адиабата, скорость звука.

### ВВЕДЕНИЕ

Расчет уравнений состояния веществ, в том числе скорости звука, из первых принципов при высоких плотностях энергии пока представляет значительные трудности и требует корректировки в соответствии с экспериментальными данными. Ударно-волновые данные по сжимаемости веществ являются основными и наиболее достоверными до давлений в несколько терапаскалей. Целью настоящей работы являются аналитическое представление и корректный учет таких данных при построении уравнений состояния.

### РАСЧЕТ СКОРОСТИ ЗВУКА ЗА ФРОНТОМ УДАРНОЙ ВОЛНЫ

Скорость звука за фронтом ударной волны (УВ) определяется наклоном изоэнтропы вещества в координатах «удельный объем  $V$ , давление  $p$ ». Наклон изоэнтропы больше, чем наклон кривой «холодного» сжатия  $p_c$ , но меньше, чем наклон адиабаты Гюгонио  $p_H$ . Поэтому

$$-V^2 \left( \frac{\partial p_c}{\partial V} \right) < c_V^2 < -V^2 \left( \frac{\partial p_H}{\partial V} \right), \quad (1)$$

где  $c_V$  — объемная скорость звука.

В работах [1, 2] качественно обосновано и подтверждено сравнением с экспериментом приближенное соотношение, связывающее давление за фронтом УВ  $p_H$  с приростом «холодной» части давления  $\Delta p_c$ :

$$p_H \approx \Delta p_c (V_0/V). \quad (2)$$

Работа выполнена при финансовой поддержке Интеграционного проекта СО РАН № 39 «Исследование физико-механических характеристик материалов, моделирующих состав ядра и мантии Земли».

(В этом соотношении не учитываются вклады начального «холодного»  $p_c$  и теплового  $p_h$  давлений перед фронтом УВ, что допустимо в случае сильных УВ.)

Если ударная адиабата (УА) вещества неизвестна или рассматривается какое-либо гипотетическое вещество, не существующее при нормальных условиях, то его УА в расчетах может быть выбрана в обобщенном виде [3, 4]:

$$D = u + 3.4(\rho_0/\mu_e)^{1/3}u^{1/2} + 9.1(\rho_0/\mu_e)^{2/3}, \quad (3)$$

где  $D$  — скорость УВ, км/с;  $u$  — массовая скорость, км/с;  $\rho_0$  — начальная плотность, г/см<sup>3</sup>;  $\mu_e$  — эффективная средняя атомная масса, г.

При относительно малых сжатиях ( $\rho/\rho_0 < 2$ ) осредненную зависимость (3) необходимо корректировать в соответствии с обнаруженной в [5] циклической зависимостью сжимаемости химических элементов от степени заполнения электронами внешней оболочки. УА вида (3) необходимо корректировать и по достаточно полным и надежным экспериментальным данным. Так, например, УА железа, наиболее полно согласующаяся с экспериментальными данными, получается следующей (вместо  $D = u + 1.77u^{1/2} + 2.46$  по (3)):

$$D = u + 1.85u^{1/2} + 2.51, \quad 1.4 \leq u \leq 30 \text{ км/с}. \quad (4)$$

Рассчитанные по соотношению (4) значения  $D$  менее чем на 1 % отличаются от значений, которые рассчитаны по составленной из трех квадратичных сегментов УА [6], описывающей весь массив экспериментальных данных. Аналогично, откорректированная УА алюминия  $D = u + 1.254u^{1/2} + 4.23$  при  $2 \leq u \leq 22$  км/с

также хорошо соответствует известным экспериментальным данным [6]. То есть для аналитического представления УА веществ вне областей фазовых переходов в ряде случаев достаточно двух свободных коэффициентов, если пользоваться зависимостями типа (3).

Следует отметить, что представление УА в виде (3) означает подобие УА и уравнений состояния веществ, которые данное или подобное ему соотношение описывает. Поэтому и соотношение (2) справедливо для всех веществ с подобными уравнениями состояния.

Соотношение (1) с помощью (2) и уравнений сохранения в УВ  $p_H = Du/V_0$  и  $V_0/V = D/(D-u)$  в переменных  $D-u$  переписывается следующим образом:

$$(D-u)^2 \left[ \frac{2(D-u)}{A} - 1 \right] < c_V^2 < (D-u)^2 \left[ \frac{2D}{A} - 1 \right], \quad (5)$$

где  $A$  — постоянная в уравнении касательной  $D = A + Bu$  к УА в данной точке. При относительно небольших сжатиях ударная адиабата и кривая «холодного» сжатия мало отличаются, поэтому для скорости звука можно принять среднее значение:

$$c_V \approx (D-u) \left[ \frac{(2D-u)}{A} - 1 \right]^{1/2}. \quad (6)$$

Другой метод расчета скорости звука за фронтом УВ состоит в следующем. Если давление перед фронтом УВ  $p_1$  не мало, например, при двукратном сжатии (перед отраженной УВ), то соотношение (2) следует переписать в виде

$$p_H = (\Delta p_c + p_1)(V_1/V) \quad \text{или} \quad p_H = (p_c + p_{1h})(V_1/V). \quad (7)$$

(Дополнительное слагаемое в (7) отражает зависимость давления за фронтом от объема при постоянном  $p_c$ .) Тогда при известной экспериментальной или обобщенной УА и  $\Delta p_c$  из (2) соотношение (7) будет представлять собой УА двукратного сжатия. На рис. 1 в качестве примера приведено сравнение расчетов с помощью уравнений (3) и (7) и экспериментальных результатов [7] по двукратному сжатию аргона. (В расчетах за исходные состояния перед фронтом отраженной УВ принимались экспериментальные значения плотности и давления [7].)

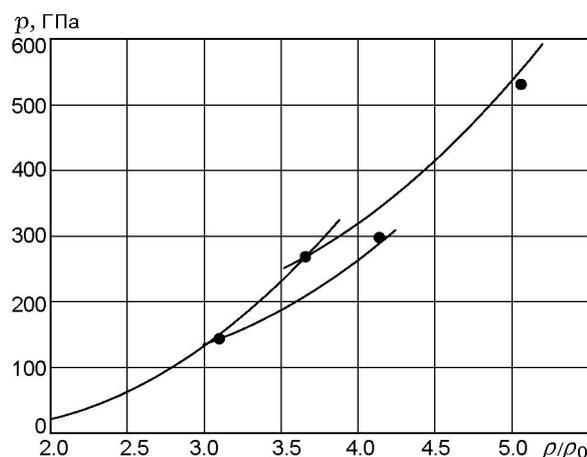


Рис. 1. Сравнение расчетов ударной адиабаты двукратного сжатия жидкого аргона с экспериментальными данными [7]

Вторичная УВ малой амплитуды распространяется со скоростью, близкой к скорости звука за фронтом, поэтому из уравнения (7) и правой части (1) в пределе в переменных  $D-u$  получаем

$$c_V = (D-u) \left[ \frac{2(D-u)}{A} - 1 + \frac{u}{D-u} \right]^{1/2} \quad (8)$$

или

$$c_V = (D-u) \times \left[ \frac{2(D-u)}{A} - 1 + \frac{p_1 V}{(D-u)^2} \right]^{1/2}, \quad (9)$$

где  $p_1$  — давление, при котором рассчитывается скорость звука. В расчетах скорости звука по соотношению (8) или (9) уравнение УА, как и в предыдущем случае, берется из эксперимента или в обобщенном виде (3).

### СРАВНЕНИЕ РАСЧЕТОВ СКОРОСТИ ЗВУКА И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

На рис. 2–4 сравниваются рассчитанные с помощью (8) или (9) и экспериментальные [6, 8, 9] значения скорости звука за фронтом УВ для ряда веществ. На рисунках приведены также справочные значения скорости звука при нормальных условиях.

На рис. 2 представлены результаты для железа — предположительно основного компонента ядра Земли, а также показаны значения скоростей распространения сейсмических волн

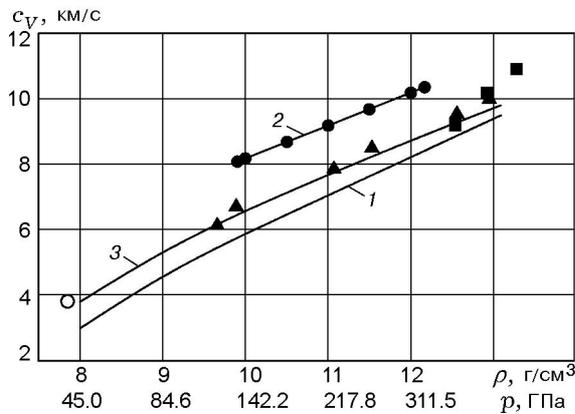


Рис. 2. Сравнение расчетов зависимости скорости звука от плотности в железе с экспериментальными данными за фронтом УВ:

▲ — [6], ■ — [8]; 1 — расчет  $c_V$  за фронтом УВ по (3), (8), 2 — справочные геофизические данные для внешнего жидкого ядра Земли, 3 — расчет  $c_V$  при параметрах ядра Земли по (9) (с экстраполяцией); значения давления приведены для ядра Земли, которые превышают, из-за более высоких температур, значения давления вдоль УА железа; ○ — объемная скорость звука в железе при нормальных условиях

во внешнем жидком ядре Земли при соответствующих плотностях, но, что следует иметь в виду, при давлениях, отличных от давлений на УА железа.

На рис. 4 вместе со скоростью звука в воде, рассчитанной по обобщенной УА (3)  $D = u + 1.3u^{1/2} + 1.32$ , приведены результаты расчетов по кусочно-линейной экспериментальной УА [6]:  $D = 1.593 + 1.8u$  ( $0.17 \leq u \leq 1.97$ ) и  $D = 2.64 + 1.27u$  ( $1.97 \leq u \leq 35$ ). Видно, что экспериментальная УА позволяет рассчитать скачок скорости звука при предполагаемом фазовом переходе, а обобщенная УА (3) (без учета фазового перехода) дает осредненный результат.

Соотношение (8) дает несколько меньшие скорости звука по сравнению с соотношением (6), но более точные при больших степенях сжатия, когда адиабата Гюгонио и кривая «холодного» сжатия существенно различаются. Результаты расчетов по соотношению (8) также удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными по измерению скорости звука за фронтом УВ в меди [6].

Относительно выполненных расчетов скорости звука за фронтом УВ необходимо отметить следующее. Первичными считались экс-

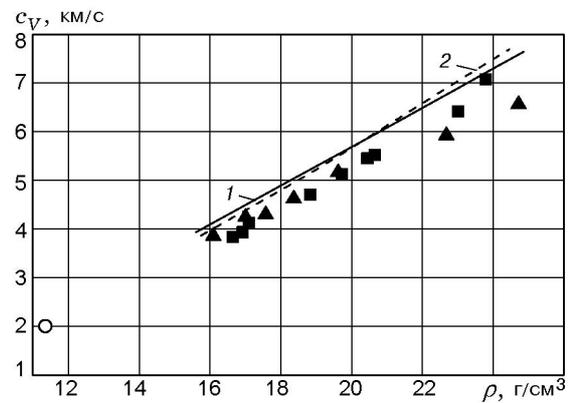


Рис. 3. Сравнение экспериментальных данных [6, 9] с результатами расчетов скорости звука за фронтом УВ в свинце:

▲ — [6], ■ — [9]; 1 — расчет по обобщенной УА (3), 2 — по откорректированной обобщенной УА; ○ — объемная скорость звука в свинце при нормальных условиях

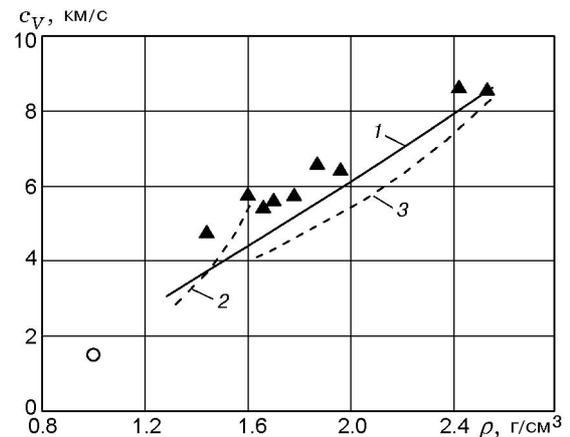


Рис. 4. Сравнение экспериментальных данных [6] с результатами расчетов скорости звука за фронтом УВ в воде:

1 — расчет по обобщенной УА (3), 2, 3 — по кусочно-линейной экспериментальной УА [6]; ○ — скорость звука в воде при нормальных условиях

периментальные УА, если они известны с хорошей точностью. Если данных было недостаточно или обобщенная УА (3) практически совпадала с экспериментальной, расчеты выполнялись по УА (3). Также следует отметить, что непрерывные гладкие УА вида (3) в расчетах скорости звука дают зависимости без искусственных изломов, в отличие от обычно используемых кусочно-гладких кривых.

## ВЫВОДЫ

Расчет отраженной УА и скорости звука с помощью уравнений (2), (7), (8) и сравнение с экспериментальными данными для ряда самых различных веществ подтверждает, что совпадения не случайны, а метод расчета достаточно надежен и в общем случае. В работах [1, 2] предложено качественное обоснование используемого в расчетах соотношения (2), однако полезно было бы его проверить, например методами молекулярной динамики с заданием различных потенциалов взаимодействия между частицами и затем моделированием «холодного» и ударного сжатия такой среды.

Таким образом, УА вида (3) и соотношения (7)–(9) могут быть применены при расчете физико-механических характеристик при высоких плотностях энергии как известных, так и гипотетических веществ (например, в недрах планет) при моделировании столкновений и взрывов небесных тел.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Анисичкин В. Ф.** Обобщенные ударные адиабаты и нулевые изотермы элементов // Физика горения и взрыва. 1979. Т. 15, № 2. С. 152–157.
2. **Анисичкин В. Ф.** К расчету нулевых изотерм веществ из ударных адиабат // Физика горения и взрыва. 1979. Т. 15, № 6. С. 152–155.
3. **Анисичкин В. Ф.** Обобщенные ударные адиабаты элементов // Журн. прикл. механики и техн. физики. 1978. № 3. С. 117–121.
4. **Анисичкин В. Ф.** К расчету ударных адиабат химических соединений // Физика горения и взрыва. 1980. Т. 16, № 5. С. 151–154.
5. **Анисичкин В. Ф.** Ударно-волновые данные и уравнения состояния конденсированных сред // Физическая механика неоднородных сред. Новосибирск: Ин-т теорет. и прикл. механики СО АН СССР, 1984. С. 142–145.
6. **Экспериментальные данные по ударно-волновому сжатию и адиабатическому расширению конденсированных веществ** / Под ред. Р. Ф. Трунина. Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2001.
7. **Грязнов В. К., Жерноклетов М. В., Иосилевский И. Л. и др.** Свойства жидкого аргона при ударном сжатии в области давлений 130–530 ГПа // Труды междунар. конф. «VII Харитоновские тематические научные чтения». Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2005. С. 326–331.
8. **Brown J. M., McQueen R. G.** Phase transitions, Grüneisen parameter, and elasticity for shocked iron between 77 GPa and 400 GPa. An equation of state for liquid iron and implications for the Earth's core // J. Geoph. Res. 1986. V. 91. P. 7485–7494.
9. **Boness D. A., Brown J. M.** Rarefaction velocities in shocked lead // Shock Waves in Condensed Matter-1987. Elsevier Sci. Publ. B. V., 1988. P. 115–118.

*Поступила в редакцию 3/IV 2007 г.*