

# НЕСТАЦИОНАРНОЕ РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛНЫ ГОРЕНИЯ В СИСТЕМЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ РЕАКЦИЙ С ЭНДОТЕРМИЧЕСКОЙ СТАДИЕЙ

В. А. Вольперт, П. М. Кришеник  
(Черногловка)

Возможность неединственности стационарных режимов — одно из интереснейших явлений, обнаруженных при распространении волны горения. При горении простейших смесевых систем [1, 2] и системы с параллельными реакциями [3, 4] найдена параметрическая область множественности стационарных режимов задачи. Вопросы неединственности горения исследовались с учетом таких важных факторов, как возможность вырождения низкотемпературного режима, двумерность структуры фронта, неустойчивость и т. п.

В работах [5, 6] при анализе стационарной волны горения в системе с последовательными реакциями найдена параметрическая область, где возможно существование трех стационарных режимов. Данная работа посвящена исследованию нестационарных явлений при распространении волны горения в этих системах и их влиянию на параметрическую область неединственности. Анализ проводится во всем диапазоне параметров задачи при числах Льюиса  $Le = 1$  и  $Le = 0$ . Вопросы, связанные с устойчивостью стационарной волны горения и характером потери устойчивости, исследуются как численными, так и аналитическими методами. Рассмотрены также условия иницирования волны горения и учтена возможность ее вырождения.

В обычных приближениях теории горения нестационарная система уравнений, описывающая распространение волны горения в смеси, где реакция идет по упрощенной брутто-схеме  $(A \xrightarrow{Q_1} B \xrightarrow{-Q_2} C)$ , имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} &= \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - u \frac{\partial T}{\partial x} + q_1 w_1 - q_2 w_2, \\ \frac{\partial a}{\partial t} &= D \frac{\partial^2 a}{\partial x^2} - u \frac{\partial a}{\partial x} - w_1, \\ \frac{\partial b}{\partial t} &= D \frac{\partial^2 b}{\partial x^2} - u \frac{\partial b}{\partial x} + w_1 - w_2. \end{aligned} \quad (1)$$

Уравнения (1) записаны в системе координат, связанной с фронтом стационарного горения. Здесь  $u$  — скорость фронта;  $Q_1, Q_2$  — тепловой эффект первой и второй стадий реакции;  $q_1 = Q_1/c_p$ ;  $q_2 = Q_2/c_p$ ;  $\kappa = \lambda/c_p \rho$  — коэффициент температуропроводности;  $\rho$  — плотность;  $c_p$  — удельная теплоемкость;  $D$  — коэффициент диффузии (предполагается, что компоненты смеси обладают близкими по величине теплоемкостями и молекулярными массами);  $t$  — время;  $x$  — пространственная координата;  $T$  — температура;  $a, b$  — концентрации веществ А и В. Выражение для скорости реакции имеет вид

$$w_1 = a\Phi_1(T), \quad w_2 = b\Phi_2(T),$$

где  $\Phi_i(T) = k_i \exp(-E_i/RT)$ ;  $i = 1, 2$ ;  $E_i$  — энергия активации;  $k_i$  — предэкспоненциальные множители;  $R$  — универсальная газовая постоянная. Предполагается сильная температурная зависимость функции  $\Phi_2$  от температуры, т. е.  $RT_{\max}^2/E_2 q_2 \ll 1$ . Это условие позволяет воспользоваться при решении стационарной задачи (1) приближением Зельдовича — Франк-Каменецкого [7, 8] и считать зону экзотермической реакции сосредоточенной в точке. Для возможности аналитического решения нелинейную функцию  $\Phi_2(T)$  заменим на  $\Phi_2(T_{\max})$ , где  $T_{\max}$  — максимальная температура в волне горения. Завышенное значение  $\Phi_2$  вносит

незначительную ошибку, так как в области разогрева (область низких температур) концентрация промежуточного продукта мала. В области превращения промежуточного продукта завышенная величина  $\Phi_2$  приводит к заниженному значению концентрации  $b$  и, следовательно,  $w_2(T) \approx w_2(T_{\max})$ .

### Стационарное решение задачи при $Le = 1$

При выполнении упомянутых выше предположений условия сопряжения решений в точке  $x = 0$  имеют вид

$$a|_{x=-0} = a|_{x=+0}, \quad b|_{x=-0} = b|_{x=+0}, \quad T|_{x=-0} = T|_{x=+0}, \quad (2)$$

$$\left( \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=-0} - \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=+0} \right) = q_1 \left( \frac{\partial a}{\partial x} \Big|_{x=+0} - \frac{\partial a}{\partial x} \Big|_{x=-0} \right), \quad (3)$$

граничные условия:

$$x = -\infty: T = T_n, \quad a = 1, \quad b = 0;$$

$$x = +\infty: \partial T / \partial x = 0, \quad a = b = 0.$$

Используя первый интеграл системы (1),  $T = T_n + (1-a)(q_1 - q_2) + bq_2$ , получим стационарное решение задачи

$$\begin{aligned} x < 0: T_1^0 &= T_n + (T_{\max} - T_n) \exp \left[ \frac{u}{2\kappa} (1 + \sqrt{1 + \varphi}) x \right], \\ a_1^0 &= 1 - \exp(ux/\kappa), \\ x > 0: T_2^0 &= T_s + (T_{\max} - T_s) \exp \left[ \frac{u}{2\kappa} (1 - \sqrt{1 + \varphi}) x \right], \\ a_2^0 &= 0, \\ T_s &= T_n + q_1 - q_2, \quad \varphi = \frac{\kappa k_2 \exp(-E_2/RT_{\max})}{u^2}, \\ u^2 &\sim \exp(-E_1/RT_{\max}). \end{aligned} \quad (4)$$

Воспользовавшись условиями сопряжения решения в точке  $x = 0$ , можно выписать уравнения для нахождения максимальной температуры во фронте горения через другие параметры

$$T_{1\max} = \frac{q_2}{\sqrt{1 + \varphi}} + T_s \equiv F(T_{\max}). \quad (5)$$

Из физических соображений существования волны горения в данной системе рассмотрим случай  $q_1 > q_2$ . Значениям  $T_{\max}$ , удовлетворяющим уравнению (5), отвечают точки пересечения S-образной кривой, задаваемой правой частью (5), с прямой единичного наклона. При  $E_2 > E_1$  существует единственное решение задачи, а при  $E_2 < E_1$  возможно существование трех значений  $T_{\max}$ , удовлетворяющих (5). Условие множественности стационарного решения при  $E_2 < E_1$  запишется в виде

$$f = \frac{dF(T_{\max})}{dT_{\max}} = \frac{\kappa r \varphi}{\sqrt{1 + \varphi} [r + (1-r)\sqrt{1 + \varphi}]^2} > 1.$$

Здесь  $k = T_r/u_a \cdot du_a/dT_r$ ;  $r = q_2/q_1$ ;  $T_r = T_n + q_1$ ;  $u^2 \sim \exp(-E_1/RT_r)$ . При экспоненциальной зависимости скорости фронта горения от температуры легко получить условие неединственности стационарного решения (5) в следующем виде:

$$(E_1 - E_2)(T_r - T_s) > 4RT_{\max}^2. \quad (6)$$

### Анализ устойчивости при $Le = 1$

Исследование устойчивости стационарных решений системы (1) проводится по отношению к одномерным возмущениям. На фронт горения накладываются возмущения

$$\xi = \varepsilon \exp(\omega t), \quad (7)$$

где  $\omega$  — частота;  $\varepsilon$  — малая амплитуда.

Нестационарные решения ищутся в виде суммы стационарных распределений и малых добавок, обусловленных возмущением фронта:

$$\begin{aligned} x < \xi: T_1 = T_1^0 + T_1' \exp(\omega t), \quad a_1 = a_1^0 + a_1' \exp(\omega t), \\ x > \xi: T_2 = T_2^0 + T_2' \exp(\omega t), \quad a_2 = a_2^0 + a_2' \exp(\omega t). \end{aligned} \quad (8)$$

Скорость массового потребления вещества А имеет вид [8]

$$m \sim -\rho D \partial a / \partial x|_{x=0}. \quad (9)$$

Подставляя (8) в (1) и воспользовавшись условием затухания возмущений на бесконечности, находим  $T_i'(x)$  и  $a_i'(x)$ :

$$\begin{aligned} x < \xi: T_1'(x) = c_1 \exp(r_1 x) + c_2 \exp(r_3 x), \quad a_1'(x) = c_4 \exp(r_3 x), \\ x > \xi: T_2'(x) = c_3 \exp(r_2 x), \quad a_2'(x) = 0, \end{aligned} \quad (10)$$

где  $r_1 = u/2\kappa \cdot (1 + \sqrt{1 + \Omega + \varphi})$ ;  $r_2 = u/2\kappa \cdot (1 - \sqrt{1 + \Omega + \varphi})$ ;  $r_3 = u/2\kappa \times \times (1 + \sqrt{1 + \Omega})$ ;  $\Omega = 4\omega\kappa/u^2$ ;  $c_2 = -c_4(q_1 - q_2)$ .

Линеаризация соотношений (2), (3) и (9) приводит к системе линейных уравнений

$$\begin{aligned} -\varepsilon + c_4 = 0, \quad \varepsilon + c_1 - c_4(1 - r) - c_3 = 0, \\ c_1 r_1 + c_4 r r_3 - c_3 r_2 = 0, \quad \varepsilon a - c_4 r_3 - c_3 l = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь  $a = 1 - 0,5f(1 - \sqrt{1 + \varphi})(1 + \varphi)/\varphi$ ,  $l = f(1 + \varphi)^{3/2}/\varphi$ .

Условие разрешимости (11) дает дисперсионное соотношение

$$\begin{aligned} G(\Omega) = \sqrt{1 + \varphi + \Omega}(A + \sqrt{1 + \Omega}) - \sqrt{1 + \varphi}(A + 1)\sqrt{1 + \Omega} = 0, \\ A = f(1 + \varphi)/\varphi - 1. \end{aligned} \quad (12)$$

$\Omega = 0$  является корнем (12) в силу инвариантности волны горения относительно пространственного сдвига. Докажем, что дисперсионное уравнение (12) не имеет чисто мнимых корней. Обозначим  $\sqrt{1 + \varphi + i\psi} = \beta_1 + i\beta_2$  и  $\sqrt{1 + i\psi} = \gamma_1 + i\gamma_2$  ( $\beta_j > 0$ ,  $\gamma_j > 0$ ). Для  $\beta_1, \beta_2, \gamma_1, \gamma_2$  выполнены следующие условия:  $\beta_1 \beta_2 = \psi/2$ ,  $\gamma_1 \gamma_2 = \psi/2$ ,  $\sqrt{1 + \varphi} < \beta_1 < \gamma_1 \sqrt{1 + \varphi}$ . Подставляя  $\Omega = i\psi$  в (12), выделяя мнимую часть уравнения и учитывая приведенные выше оценки, окончательно получаем

$$\text{Im } G(i\psi) \geq \{-\gamma_1 + \gamma_1^2 + \beta_1(\beta_1 - \sqrt{1 + \varphi})\} > 0 \quad (\psi > 0).$$

Отсюда следует, что не существует чисто мнимых корней, удовлетворяющих уравнению (12).

Чтобы найти границу абсолютной потери устойчивости ( $\Omega = 0$ ), представим дисперсионное уравнение как

$$\frac{\sqrt{1 + \Omega}}{\sqrt{1 + \Omega + \varphi} + \sqrt{1 + \varphi}} - \frac{A\varphi}{\sqrt{1 + \Omega + \varphi} + \sqrt{1 + \varphi} \cdot \sqrt{1 + \Omega}} = 0.$$

Подставляя сюда  $\Omega = 0$ , получим границу абсолютной неустойчивости ( $f = 1$ ). Случаю  $f > 1$  отвечает положительный корень (12), при  $0 < f < 1$  положительных корней нет. Если  $\varphi = 0$  и  $\varphi \rightarrow \infty$ , волна горения устойчива, так как (12) совпадает с уравнением, которое получается при исследовании устойчивости волны горения с одностадийной экзотермической реакцией. В силу непрерывной зависимости решения от параметров следует, что при  $0 < f < 1$  не существует корней в правой комплексной полуплоскости, а значит, крайние режимы горения устойчивы. Промежуточный режим неустойчив, причем характер потери устойчивости монотонный. Вблизи границы неустойчивости инкремент возмущений может быть малым, соответственно время распада промежуточного режима велико. Волна горения может пройти большие расстояния, прежде чем перейти на низкотемпературный или высокотемпературный режим превращения. Более детально эти вопросы исследуются с помощью численного решения задачи.

### Стационарное решение задачи при $Le = 0$

Условия сопряжения решений в точке  $x = 0$  в соответствии с выбранной моделью взяты в виде (2). Поток тепла терпит разрыв:

$$\kappa \left( \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=-0} - \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=+0} \right) = q_1 u. \quad (13)$$

Выпишем стационарное решение задачи, получающееся в результате интегрирования системы стационарных уравнений при  $Le = 0$ :

$$\begin{aligned} x < 0: a_1^0 &= 1, \quad b_1^0 = 0, \quad T_1^0 = T_n + (T_{\max} - T_n) \exp\left(\frac{u}{\kappa} x\right), \\ x > 0: a_2^0 &= 0, \quad b_2^0 = \exp\left(-\frac{u}{\kappa} \varphi x\right), \end{aligned} \quad (14)$$

$$T_2^0 = T_s + (T_{\max} - T_n) \exp\left(-\frac{u}{\kappa} \varphi x\right).$$

$\varphi$  — важный параметр задачи, определяющий ширину зоны эндотермической стадии и сильно влияющий на  $T_{\max}$ . Из (13) и (14) получаем

$$T_{\max} - \frac{T_n + q_1}{1 + \varphi} + T_s \frac{\varphi}{1 + \varphi} = G(T_{\max}). \quad (15)$$

Из (15) находится скорость стационарного саморазогрева

$$f = \frac{dG(T_{\max})}{dT_{\max}} = \frac{2\varphi kr}{(1 + \varphi - \varphi r)^2} \quad (T_n \gg T_n). \quad (16)$$

Пусть  $q_1 > q_2$ ,  $E_2 < E_1$ . Условие касания прямой  $y = T_{\max}$  с S-образной кривой  $y = G(T_{\max})$  позволяет получить необходимое условие существования множественности решений  $f > 1$ . В области неединственности промежуточному режиму соответствуют параметры, при которых  $f > 1$ , а крайним режимам  $0 < f < 1$ . Если  $E_2 > E_1$ , существует единственное решение задачи при  $f < 0$ .

### Анализ устойчивости при $Le = 0$

Для исследования устойчивости решения стационарной задачи представим возмущение фронта горения в виде (7), а решение в виде (8). Используя условия затухания возмущений на бесконечности, находим:

$$\begin{aligned} x < \xi: T_1'(x) &= c_1 \exp(r_1 x) + c_2 \exp(r_3 x), \\ a_1'(x) &= 0, \quad b_1'(x) = 0, \\ x > \xi: T_2'(x) &= c_3 \exp(r_2 x), \\ a_2'(x) &= 0, \quad b_2'(x) = c_4 \exp(r_2 x), \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} r_1 &= (1 + \sqrt{1 + \Omega + \varphi})u/2\kappa; \quad r_2 = (1 - \sqrt{1 + \Omega + \varphi})u/2\kappa; \\ r_3 &= (1 + \sqrt{1 + \Omega})u/2\kappa; \quad c_4 = -c_2(q_1 - q_2). \end{aligned}$$

Линеаризуя соотношения (2), (13) и учитывая условие полного потребления вещества  $A$  во фронте горения (9), получим систему уравнений, связывающую величины  $\varepsilon$ ,  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$ :

$$\begin{aligned} -\varphi \varepsilon + c_3 &= 0, \quad \varepsilon + c_1 - c_2 - c_3 S = 0, \\ [(1 - \varphi r) + \Omega] \varepsilon + c_1 r_1 - c_2 r_2 + c_3 S(\Omega + \varphi) &= 0, \\ \left[ \Omega \left( \frac{1 + \varphi - \varphi r}{1 + \varphi} \right)^2 - \frac{k\varphi r}{1 + \varphi} \right] \varepsilon + kc_2 + kSc_3 &= 0, \\ S &= \frac{r\varphi}{(\Omega + \varphi)^2 + \varphi}. \end{aligned}$$

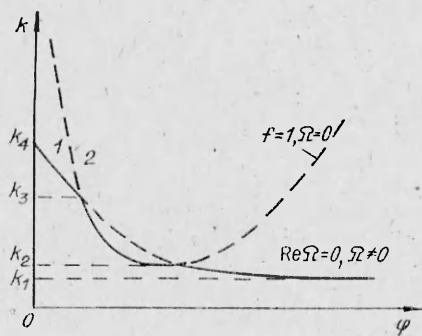


Рис. 1. Параметрическая область неустойчивости стационарного фронта горения.

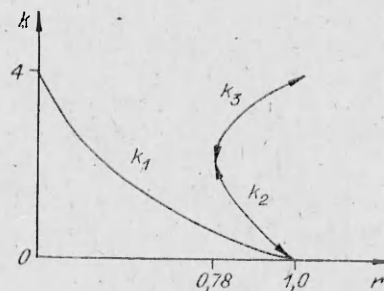


Рис. 2. Зависимость характеристик границ неустойчивости фронта от термохимических параметров.

Условие разрешимости этой системы дает дисперсионное соотношение, из которого получается характеристическое уравнение 7-го порядка относительно безразмерной частоты  $\Omega$ . Ввиду громоздкости коэффициентов последнее не приводится. В силу инвариантности волны горения относительно сдвига  $\Omega = 0$  — корень уравнения при любых значениях параметров.

Заметим, что при  $\varphi \rightarrow \infty$  и  $\varphi = 0$  дисперсионное уравнение совпадает с полученным при исследовании устойчивости волны горения с одностадийным превращением вещества во фронте [9]. Потеря устойчивости носит колебательный характер. В первом случае она происходит при  $k > 4(1-r)$ , во втором — при  $k > 4$ .

Анализ дисперсионного уравнения показал, что волна горения теряет устойчивость как колебательным, так и монотонным образом. Так как коэффициенты характеристического уравнения зависят от  $k$ ,  $\varphi$ ,  $r$ , то анализ проводится в трехпараметрической области. Граница устойчивости изображена на рис. 1. Параметр  $r$  определяет взаимное расположение границ устойчивости, а значит, и возможный характер потери устойчивости волны горения в системе последовательных реакций с эндотермической стадией. Из дисперсионного уравнения можно получить, что свободный член имеет следующий вид:

$$A_0 = (f-1)U(k, \varphi, r), \quad (17)$$

где  $U(k, \varphi, r)$  — знакпостоянная функция, а  $f$  имеет вид (16). Области над кривой 2 соответствует стационарное решение, для которого  $f > 1$ , а ниже —  $0 < f < 1$ . Кривые 1, 2 — границы колебательной и монотонной неустойчивости. Из (17) можно сделать вывод, что как и при  $Le = 1$  промежуточный режим является монотонно неустойчивым. Крайние режимы ( $0 < f < 1$ ) теряют устойчивость колебательным образом. На рис. 2 изображена зависимость точек пересечения  $k_3$ ,  $k_2$  и асимптоты  $k_1$  от параметра  $r$ . Абсолютная потеря устойчивости промежуточного режима указывает на его непрерывную эволюцию в один из крайних режимов (высокотемпературный или низкотемпературный).

Таким образом, критерий устойчивости волны горения в системе экзо- и эндотермических реакций не сводится к условию устойчивости одностадийного фронта горения, несмотря на узость зоны химического превращения ведущей стадии по сравнению с прогретым слоем. Устойчивость волны зависит во многом от характера превращения вещества в этой зоне. Возможная неединственность стационарных режимов отразилась на характере неустойчивости волны горения в рассматриваемых системах.

### Численный анализ задачи

Нестационарные уравнения, описывающие распространение волны горения в рассматриваемых системах, имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \Theta}{\partial t} &= \frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2} + c_1(1 - \eta_1) \exp\left(\frac{c_{10}\Theta}{1 + \beta\Theta}\right) + c_2(1 - \eta_2) \exp\left(\frac{c_{11}\Theta}{1 + \beta\Theta}\right), \\ \frac{\partial \eta_1}{\partial t} &= \text{Le} \frac{\partial^2 \eta_1}{\partial x^2} + c_3\gamma(1 - \eta_1) \exp\left(\frac{c_{10}\Theta}{1 + \beta\Theta}\right), \\ \frac{\partial \eta_2}{\partial t} &= \text{Le} \frac{\partial^2 \eta_2}{\partial x^2} + c_2c_5\gamma(1 - \eta_2) \exp\left(\frac{c_{11}\Theta}{1 + \beta\Theta}\right) - c_4\gamma(1 - \eta_1) \exp\left(\frac{c_{10}\Theta}{1 + \beta\Theta}\right).\end{aligned}$$

Граничные условия (условия иницирования):

$$x = 0: \begin{cases} t < t_{\text{имп}}: \frac{\partial \Theta}{\partial x} = \alpha(\Theta - \Theta_3), \quad \frac{\partial \eta_1}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \eta_2}{\partial x} = 0, \\ t > t_{\text{имп}}: \frac{\partial \Theta}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \eta_1}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \eta_2}{\partial x} = 0 \end{cases}$$

( $t_{\text{имп}}$  — время теплового импульса). Начальные условия:

$$t = 0: \Theta = \Theta_n, \quad \eta_1 = 0, \quad \eta_2 = 1.$$

Безразмерные переменные:

$$\begin{aligned}\beta &= RT_*/E_1, \quad \gamma = RT_*^2 c_p / E_1 Q_1, \quad c_{10} = 1, \quad c_{11} = E_2/E_1, \quad c_1 = 1, \\ c_2 &= -\frac{Q_2}{Q_1} \frac{k_2}{k_1} \exp\left(\frac{E_1 - E_2}{RT_*}\right), \quad c_3 = Q_1/Q_2, \quad \text{Le} = Dc_p\rho/\lambda_x, \\ t' &= \tau t^*, \quad x' = xx_*, \quad x_* = \sqrt{i^* \lambda / c_{p1}}, \quad i^* = \gamma/k_1 \cdot \exp(E_1/RT_*), \\ \Theta &= E_1(T - T_*)/RT_*^2, \quad c_4 = 1, \quad \alpha = 1, \quad c_5 = 1.\end{aligned}$$

При проведении расчетов следует учесть, что параметры задачи должны удовлетворять ряду условий. Для существования решений в виде бегущей волны необходимо [10, 11]:

$$\frac{RT_{\text{max}}T_n}{E_1(T_{\text{max}} - T_n)} < 0,125. \quad (18)$$

Выполнение неравенства (18) обеспечивает существование невырожденного фронта горения. В расчетах основное внимание уделяется области неединственности стационарных режимов, поэтому нужно выполнить также условия (6). При изучении распространения волны горения в безгазовых системах требуется учесть, что крайние режимы могут терять устойчивость колебательным образом. Для выяснения устойчивости этих режимов в первом приближении удобно использовать достаточно простой критерий [12], полученный при рассмотрении одностадийной экзотермической реакции:

$$\frac{RT_{\text{max}}}{E_1} \left( 9,1 \frac{T_{\text{max}}}{T_{\text{max}} - T_n} - 2,5 \right) > 1. \quad (19)$$

Величину  $T_{\text{max}}$  можно оценить из стационарного решения задачи.

Необходимость выполнения условия (18) при  $\text{Le} = 1$  и дополнительного условия (19) при  $\text{Le} = 0$  сильно влияет на параметрическую область неединственности стационарных волн горения. Неустойчивость высокотемпературного или низкотемпературного режима горения может привести к единственному стационарному решению задачи даже при выполнении условия (6).

Исследования проводились в широком диапазоне параметров. Для удобства проведения численного анализа при выходе на низкотемпературную волну горения характерная температура  $T_* = T_s$ , а при выходе на высокотемпературную  $T_* = T_r$ .

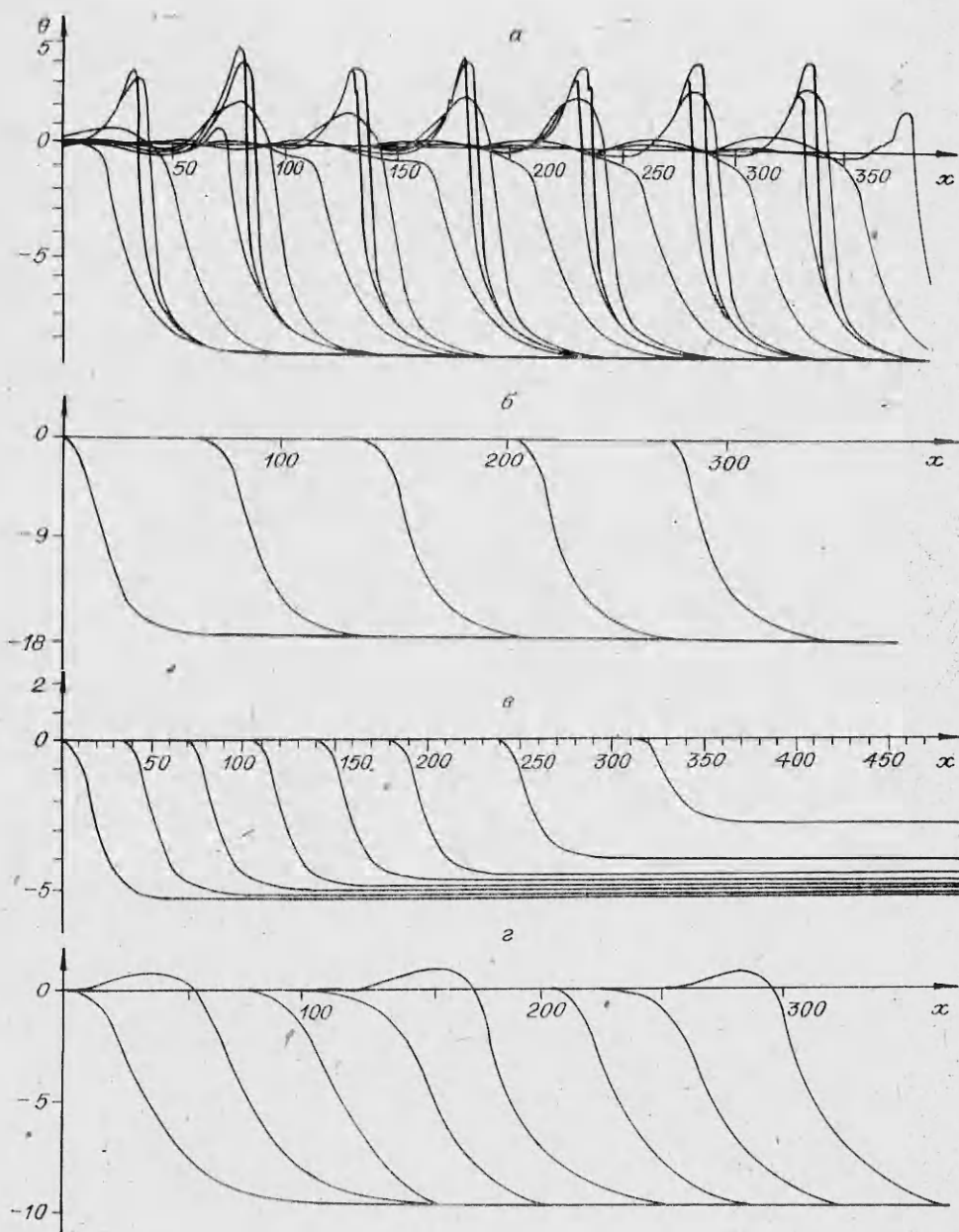


Рис. 3. Пространственно-временное распределение температуры в области неединственности.

Высокотемпературный режим: а)  $T_* = T_{II} + q_1$ ,  $\beta = 0,051$ ,  $\gamma = 0,102$ ,  $\Theta_{II} = -9,8$ ,  $c_2 = -6,44 \cdot 10^{-5}$ ,  $c_{11} = 0,102$ ,  $c_5 = 1,25$ ; б)  $\beta = 0,0286$ ,  $\gamma = 0,0571$ ,  $\Theta_{II} = -17,5$ ,  $c_2 = -2,79 \cdot 10^{-8}$ ,  $c_{11} = 0,057$ ,  $c_5 = 1,25$ . Низкотемпературный режим: в)  $T_* = T_{II} + q_1 - q_2$ ,  $\beta = 0,0301$ ,  $\gamma = 0,037$ ,  $\Theta_{II} = -5,44$ ,  $c_2 = -8$ ,  $c_{11} = 0,102$ ,  $c_5 = 1,25$ ; г)  $\beta = 0,017$ ,  $\gamma = 0,0206$ ,  $\Theta_{II} = -9,7$ ,  $c_2 = -100$ ,  $c_{11} = 0,057$ ,  $c_5 = 1,25$ .

На рис. 3, а, в приводится пространственно-временное распределение температуры во фронте, полученное при решении нестационарной задачи при одинаковых значениях параметров. Отличие — в способе инициирования волны горения. Видно, что устанавливаются два качественно различных режима — высокотемпературный с широкой зоной превращения вещества В и низкотемпературный, где обе стадии реакции сосредоточены в узкой зоне. Эти расчеты проводились при  $Le = 0$ . Средние скорости высоко- и низкотемпературной воли сильно отличаются, и их отношение  $u_h/u_n \approx 10^2$ . Низкотемпературный режим вырождается, а высокотемпературный колебательно неустойчивый. При кинетических

раметрах, соответствующих рис. 3, *з* ( $Le = 0$ ), высокотемпературный режим находится в области, настолько отдаленной от границы устойчивости, что колебания скорости и температуры носят неупорядоченный и сильно релаксационный характер. Небольшие теплотери легко приводят к тому, что во время депрессии высокотемпературный режим свалится на низкотемпературный. Для этих же значений параметров проведенные расчеты при  $Le = 1$  показали, что высоко- и низкотемпературные режимы существуют и являются устойчивыми (рис. 3, *б*).

Существование промежуточного режима, который абсолютно неустойчив, сказывается на характере выхода на стационарный режим распространения. Существует промежуточная температура зажигания  $\Theta_*$ , дающая возможность инициирования волны горения, где превращение вещества идет в промежуточном режиме. Последний может существовать конечное время, прежде чем перейти на низко- или высокотемпературный режим превращения вещества. Это время во многом определяется кинетическими параметрами задачи.

Таким образом, вывод о возможной потере устойчивости крайних режимов при  $Le = 0$  и абсолютной потере устойчивости промежуточного режима при  $Le = 0; 1$ , полученный методом малых возмущений, полностью получил численное подтверждение. Возможная неустойчивость и вырождение сильно влияют на параметрическую область неединственности в сторону ее уменьшения. Характер колебаний температуры и скорости фронта горения при высоко- или низкотемпературном режиме распространения идентичен автоколебаниям при распространении неустойчивой волны горения с одностадийной экзотермической реакцией.

Из проведенного анализа можно сделать вывод, что нестационарные явления существенно влияют на распространение волны горения в системах последовательных реакций. При проведении физических экспериментов, подтверждающих возможность существования неединственности стационарных режимов, необходимо их детально учитывать.

Авторы благодарят К. Г. Шкадинского за обсуждение работы и ценные замечания.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Т. П. Ивлева, А. Г. Мержанов, К. Г. Шкадинский. Докл. АН СССР, 1981, 256, 4, 897.
2. Т. П. Ивлева, П. М. Кришеник, А. Г. Мержанов и др. Хим. физика, 1983, 9, 1259.
3. М. Б. Боровиков, И. А. Буровой, У. И. Гольдшлегер. Докл. АН СССР, 1983, 272, 2, 237.
4. Е. А. Некрасов, А. М. Тимохин, ФГВ, 1984, 20, 3, 17.
5. Б. И. Хайкин, С. И. Худяев. Докл. АН СССР, 1979, 245, 1, 155.
6. Б. И. Хайкин, С. И. Худяев, Л. А. Жукова. Горение конденсированных и гетерогенных систем. Черногоровка, 1980.
7. Г. И. Баренблатт, Я. Б. Зельдович. УМН, 1971, 26, 2, 115.
8. Я. Б. Зельдович, Д. А. Франк-Каменецкий. ЖФХ, 1938, 12, 100.
9. Г. М. Махвладзе, Б. В. Новожилов. ПМТФ, 1971, 5, 51.
10. К. Г. Шкадинский, А. К. Филоненко. ФГВ, 1969, 5, 1, 80.
11. А. П. Алдушин, С. И. Худяев, Я. Б. Зельдович. Распространение пламени по реагирующей газовой смеси. Препринт ИХФ АН СССР, Черногоровка, 1979.
12. А. П. Алдушин, С. Г. Каспарян. Хим. физика, 1982, 7, 986.

Поступила в редакцию 2/VII 1985

#### ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГОРЕНИЯ ЧАСТИЦ УГЛЕРОДА В ВОЗДУХЕ

*С. Н. Веселов, Л. А. Заключьминский, Ю. Е. Маркачев*

(Москва)

1. В настоящее время в связи с исследованием и разработкой МГД-генератора на продуктах сгорания мелкой угольной пыли (характерный размер частиц  $r_p \leq 100$  мкм) в воздухе [1] настоятельно встал вопрос о проведении численного моделирования двухфазного течения в канале