

ПРОЧНОСТЬ АЛЮМИНИЯ, МЕДИ И СТАЛИ ЗА ФРОНТОМ УВ

Ю. В. Батъков, Б. Л. Глушак, С. А. Новиков

(Москва)

В прикладных задачах движения сплошной среды под воздействием импульсного силового нагружения свойства среды, как правило, трактуются в гидродинамическом приближении, т. е. среда считается изотропной. Результаты экспериментальных исследований показывают, однако, что для твердой фазы за фронтом плоских ударных волн (УВ) в металлах напряженное состояние анизотропно. В этом случае, если рассматривать металлы с позиций модели упругопластической среды, вплоть до состояния плавления главные нормальные напряжения (продольное σ_x в направлении распространения волны и поперечное σ_y или σ_z) отличаются друг от друга на величину динамического предела текучести Y_d . Согласно [1, 2], динамический предел текучести вдоль ударной адиабаты — величина непостоянная. Принято считать, что в условиях высокоскоростного деформирования и высокой плотности дислокаций Y_d зависит от давления p (или среднего напряжения $\sigma_i/3$) и температуры T таким образом, что Y_d растет с p и падает с T [1, 2], обращаясь в нуль в состоянии плавления на ударной адиабате.

Переход от упругого состояния в пластическое сопровождается резким изменением кривизны ударной адиабаты в точке, соответствующей упругому пределу Гюгонио σ_{HG} . По традиционным представлениям, при напряжениях ударно-волнового сжатия, превышающих упругий предел Гюгонио, состояние металла отвечает верхней предельной поверхности пластического течения. При расширении ударно-сжатого металла реализуется упругая стадия разгрузки с выходом состояния среды на нижнюю предельную поверхность пластического течения [2].

Для описания упругих свойств веществ из четырех величин, их характеризующих (модуль Юнга E , модуль объемного сжатия K , модуль сдвига G и коэффициент Пуассона ν), необходимо задать любые две из них. Ни одна из этих величин непосредственно экспериментально в УВ не измеряется. И только результаты измерений упругой и объемной скоростей звука в ударно-сжатом состоянии позволяют, используя основные соотношения теории упругости, вычислить значения E , K , G и ν , выявить их поведение вдоль ударной адиабаты и, следовательно, в полной мере охарактеризовать упругие свойства металлов в ударно-сжатом состоянии. Такая процедура при ограниченности экспериментальной информации выполнена в [2]. Учет прочностных свойств среды имеет значение для метрологических целей, а также при исследовании уравнения состояния металла в твердой фазе и решении прикладных задач распространения УВ. Реальные реологические свойства металлов при высоких давлениях и значительных температурах представляют самостоятельный интерес для техники и физики твердого тела.

Реологические свойства металлов в УВ исследуются методом «догоняющей разгрузки» [3], «самосогласованным» методом [4] и т. д. Особое место занимает прямая регистрация в одном опыте главных нормальных напряжений (σ_x , σ_y) в двух взаимно перпендикулярных плоскостях в исследуемом образце [5]. Этот метод применен в настоящей работе для исследования сдвиговой прочности меди, технического алюминия АД1, алюминиевого сплава АМг6 и стали Ст. 3 в ударных волнах.

Техника эксперимента и результаты измерений

Схема постановки экспериментов приведена на рис. 1. Напряжения регистрировали манганиновыми датчиками (манганин МНМц 3-12) П-образной формы из проволоки диаметром 0,05 мм или ленты шириной

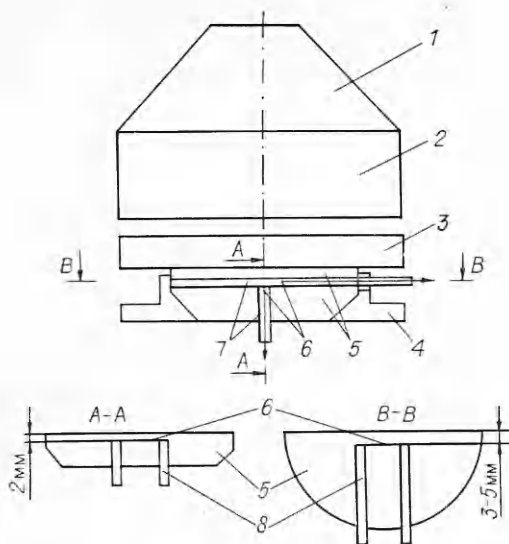


Рис. 1. Схема постановки экспериментов по измерению главных напряжений.
 1 — плосковолновая линза; 2 — заряд ВВ; 3 — экран; 4 — прижим; 5 — элементы образца; 6 — чувствительный элемент датчика; 7 — изоляция; 8 — выводы датчика.

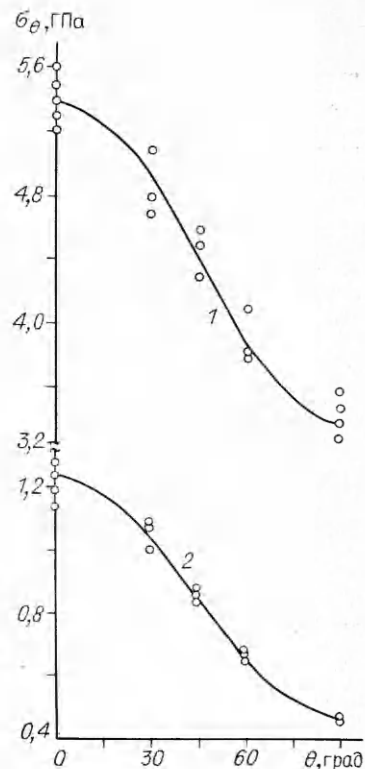


Рис. 2. Зависимости нормального напряжения в Ст.3 σ_θ от угла установки θ датчиков относительно фронта УВ в упругой (2) и упругопластической (1) областях течения.

$\sim 0,2$ и толщиной $\sim 0,02$ мм. Датчик помещали в топкую изолирующую среду (лавсан, фторопласт, слюда), суммарная толщина датчиков, включая слой изоляции, $0,20-0,25$ мм. Длина чувствительного элемента датчика составляла $16-20$ мм. Ряд других деталей постановки экспериментов подробно описан в [6]. Там же приведены характерные осциллограммы записей сигналов с датчиков. Амплитудные значения напряжений σ_x и σ_y находили по единой калибровочной зависимости напряжения σ_i от относительного изменения сопротивления $\Delta R/R$ чувствительного элемента для датчиков обоих типов [7]

$$\sigma_i = 34,5(\Delta R/R) + 7,5(\Delta R/R)^2 \text{ ГПа,}$$

справедливой в диапазоне $1 \text{ ГПа} \leq \sigma_x \leq 45 \text{ ГПа}$. Суммарная относительная погрешность определения величин σ_x и σ_y в единичном опыте с надежностью $0,95$ составляла $\pm 8\%$. Опыты проводили на образцах диаметром $50 \div 90$ мм и толщиной $8 \div 30$ мм.

Плоские УВ в образцах генерировались с помощью взрывных контактных устройств с известными параметрами УВ в экранах из меди, алюминия и стали. Длительность стационарного течения за фронтом УВ (длительность прямоугольного профиля σ_x) равнялась $1-3$ мкс, чего достаточно для надежной регистрации значений σ_x и σ_y в стационарном режиме течения. Полученные в опытах величины σ_x в образцах в пределах погрешности определения совпадают с σ_x , вычисленными при решении задачи о распаде произвольного разрыва. Специально поставленные опыты на Ст. 3 показали, что датчики с различной формой чувствительного элемента (проволока, лента) дают в пределах погрешности измерения идентичные результаты для величины σ_y . В экспериментах на Ст. 3 измеряли напряжения σ_θ по нормали к сечениям, ориентированным под углом θ к плоскости фронта УВ ($\theta = 30, 45$ и 60°).

Таблица 1

Результаты измерений σ_x , σ_y (ГПа) в металлах

σ_x	σ_y	σ_x	σ_y	σ_x	σ_y	σ_x	σ_y	σ_x	σ_y
М1		Ст. 3 (отжиг)		Ст. 3 (отжиг)		АМг6		АД1	
2,20	1,80	4,65	3,10	10,20	6,40	2,00	1,80	7,10	5,80
2,60	2,10	4,58	3,20	10,20	7,20	4,20	3,90	7,80	6,40
6,20	5,20	5,20	3,60	10,30	8,60	4,90	4,50	8,30	6,80
6,80	6,00	5,20	3,50	12,80	8,90	7,80	7,20	11,70	10,40
10,50	9,00	5,40	3,20	13,20	9,20	7,20	6,60	11,60	7,50
11,50	9,80	5,30	3,60	13,20	9,70	13,80	12,00	11,50	9,50
15,00	13,00	5,60	3,40	17,00	11,60	12,60	12,00	12,00	9,00
14,00	12,50	5,30	3,40	14,40	12,20	21,00	20,00	11,50	9,50
14,30	12,40	5,20	3,30	18,10	12,70	21,20	20,30	12,80	11,20
13,80	11,70	6,60	4,40	18,30	11,90	АД1		13,40	10,40
13,20	11,50	6,20	4,10	23,50	16,50			21,00	19,00
14,00	11,50	6,40	4,20	24,50	17,00	3,70	3,20	22,00	20,30
22,00	19,00	6,50	4,50	23,80	16,00	3,80	3,20		
25,00	22,00	8,30	5,80	25,00	16,50	3,90	3,10		
24,00	20,50	9,30	6,50			3,60	3,20		

Результаты определения σ_x , σ_y в металлах представлены в табл. 1. В исследованной области напряжений связь между σ_x , σ_y может быть описана линейными соотношениями (σ_x и σ_y выражаются в ГПа).

Медь М1: $2,2 \leq \sigma_x \leq 22$, $\sigma_y = (11,20 \pm 0,30) + (0,86 \pm 0,04)(\sigma_x - 13,00)$,

Ст. 3: $1,3 \leq \sigma_x \leq 25$, $\sigma_y = (6,71 \pm 0,10) + (0,69 \pm 0,02)(\sigma_x - 9,94)$,

АМг6: $2 \leq \sigma_x \leq 21$, $\sigma_y = (9,92 \pm 0,12) + (0,96 \pm 0,02)(\sigma_x - 10,52)$,

АД1: $3,7 \leq \sigma_x \leq 22$, $\sigma_y = (8,55 \pm 0,50) + (0,90 \pm 0,09)(\sigma_x - 10,16)$.

Для Ст. 3 при вычислении σ_y , σ_x использованы также данные табл. 2, где амплитуда σ_x соответствует упругому предвестнику по амплитуде $\sigma_x = \sigma_{HE}$. Здесь же приведены вычисленные из экспериментальных данных по соотношению $\sigma_y = \nu / (1 - \nu) \cdot \sigma_x$ значения ν . Средние опытные величины $\langle \nu \rangle = 0,28$ и $0,30$ для Ст.3 и стали 30ХГСА совпадают со значением ν из [8]. Средние величины $\sigma_x = \sigma_{HE} = 1,23$ и $1,87$ ГПа для Ст.3 и стали 30ХГСА, согласуются с данными, полученными методом емкостного датчика [9]: $\sigma_{HE} = 1,2$ и $1,98$ ГПа для Ст. 3 и стали 30ХГСА соответственно.

Результаты измерений нормальных напряжений σ_θ приведены на рис. 2. Совокупность экспериментальных точек хорошо описывается теоретической зависимостью [10]

$$\sigma_\theta = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta$$

в упругой и упругопластической областях течения.

Таблица 2

Материал	σ_x , ГПа	σ_y , ГПа	ν
Ст.3 (отжиг)	1,27	0,49	0,28
	1,26	0,48	0,28
	1,28	0,48	0,27
	1,18	0,48	0,29
	1,15	0,49	0,30
30ХГСА (отжиг)	1,97	0,86	0,30
	1,95	0,85	0,30
	1,80	0,75	0,29
	1,85	0,78	0,30
	1,78	0,75	0,29
	1,87	0,82	0,31

Обобщенный анализ экспериментальных результатов

При построении модели поведения вещества в условиях силового воздействия принято разделять напряжение на шаровую (давление p) и девиаторную составляющие. По установившимся представлениям, при одномерной деформации в плоских УВ

$$\sigma_x = p + 2/3 \cdot Y_d, \quad \sigma_y = p - 1/3 \cdot Y_d, \quad p = 1/3 \cdot (\sigma_x + 2\sigma_y).$$

В обычных экспериментах с плоскими УВ непосредственно регистрируется только σ_x . Результаты измерений главных напряжений σ_x, σ_y позволяют без обращения к дополнительной информации вычислить $Y_d = \sigma_x - \sigma_y$. На рис. 3 нанесены экспериментальные точки для меди и АМгб, полученные в настоящей работе, а также данные других работ. Для меди положение точек из [1] скорректировано в соответствии с полученной в настоящей работе зависимостью $\nu(\sigma_x)$ (рис. 4). Как видно из рис. 3, а, для меди наблюдается заметное расхождение между экспериментальными точками, полученными разными авторами, что, по-видимому, объясняется прежде всего различной точностью определения Y_d разнообразными экспериментальными методами. Указанное обстоятельство, хотя и в меньшей степени, относится также и к алюминию. Номинальная зависимость $Y_d(\sigma_x)$ для технически чистого алюминия (АД1) располагается выше совокупности других экспериментальных точек (см. рис. 3, б). Однако в пределах погрешности определения она не противоречит данным [14]. В дальнейшем, имея в виду работу [14], в которой указывается, что с ростом давления происходит нивелирование различий в сопротивлении пластической деформации разных сплавов алюминия, не будем делать различия между технически чистым алюминием и сплавами алюминия и объединим их одним названием алюминий.

На рис. 3 приведены усредненные зависимости $Y_d(\sigma_x)$, используемые для дальнейшего анализа. При этом предполагалось, что в состоянии плавления на ударной волне $Y_d = 0$. Для меди $(\sigma_x)_{пл} = 205$ ГПа [15], а для алюминия $(\sigma_x)_{пл} = 150$ ГПа. Представленные зависимости $Y_d(\sigma_x)$ имеют колоколообразный вид с достаточно резко выраженным максимумом. В исследованных металлах своей максимальной величины динамический предел достигает задолго до состояния плавления на УВ:

$$(\sigma_x)_{Y_{max}} \approx (0,3 - 0,4) (\sigma_x)_{пл}.$$

Согласно [17], условный предел текучести при сжатии в квазистатических условиях (скорость деформации $\dot{\epsilon} = 2 \cdot 10^{-3}$ 1/с) равен 290 и 205 МПа для меди и АМгб. Таким образом, сдвиговая прочность этих металлов в УВ примерно в 10 раз превосходит прочность в квазистатических условиях нагружения. Отметим, что вычисленные для меди по

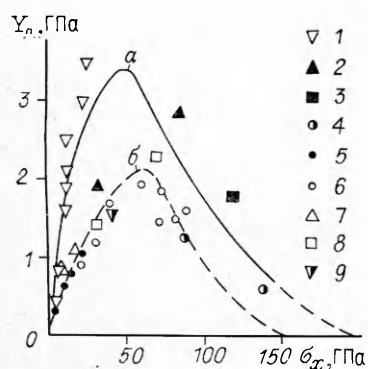


Рис. 3. Зависимость динамического предела текучести $Y_d(\sigma_x)$ для меди (а) и алюминия (б).

1, 5 — (АМгб) — настоящая работа; 2 — [1]; 3 — [2]; 4, 6 — [11]; 7 — [14]; 8 — [1]; 9 — [13].

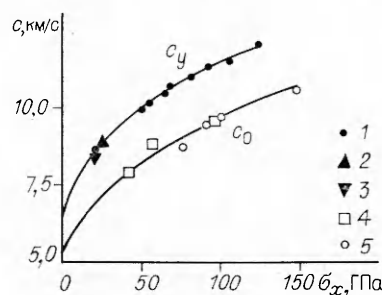


Рис. 4. Зависимости упругой и объемной скоростей звука от σ_x для алюминия.

1, 5 — [20]; 2 — [12]; 3, 4 — [3].

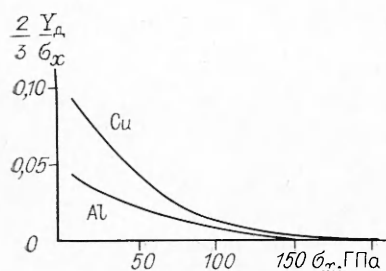


Рис. 5. Зависимость $2/3 Y_d/\sigma_x(\sigma_x)$.

предложенному в [18] выражению значения Y_d оказываются в исследованном в данной работе диапазоне σ_x в ~ 2 раза меньшими, чем следует из рис. 3.

Считаем, следуя [1, 2], что динамический предел текучести в ударно-сжатом металле зависит от p и T (или удельной тепловой энергии ϵ_x) таким образом, что Y_d растет с p и падает с T (или ϵ_x). Линейность зависимости $\sigma_y(\sigma_x)$ показывает, что на восходящей ветви $Y_d(\sigma_x)$ до $\sigma_x = 40$ ГПа в Cu и Al определяющим

фактором является давление, а Y_d примерно линейно повышается с p . С дальнейшим повышением величины σ_x прогрессирующую роль начинает играть приращение температуры, которое быстро увеличивается вдоль ударной адиабаты. Начиная с некоторого значения σ_x температурная зависимость становится главной и Y_d уменьшается с ростом σ_x .

Примем в качестве характеристики негидростатичности напряженного состояния отношение $2/3 Y_d/\sigma_x$. Зависимости $2/3 Y_d/\sigma_x(\sigma_x)$ на рис. 5 показывают, что негидростатичность напряженного состояния уменьшается с ростом σ_x , для Cu и для алюминиевых сплавов АМг6 становится малой при $\sigma_x \geq 80 \div 100$ ГПа. При меньших σ_x отклонения от гидростатичности составляют заметную величину. Величина $2/3 Y_d/\sigma_x$ за фронтом плоской УВ в Cu проявляется в большей степени, чем в Al. В области $\sigma_x \approx 5 \div 25$ ГПа в Ст. 3 негидростатичность напряженного состояния значительно выше по сравнению с медью: в Ст. 3 $2/3 Y_d/\sigma_x \approx 0,2$.

Определим далее поведение коэффициента Пуассона ν и модуля сдвига G вдоль ударной адиабаты, используя опубликованные результаты измерений упругой c_y и объемной c_o скоростей звука в ударно-сжатых меди и алюминии. Из основных соотношений теории упругости следует

$$\nu = \frac{3 - (c_y/c_o)^2}{3 + (c_y/c_o)^2}, \quad G = \frac{E}{2(1 + \nu)},$$

$$E = \rho \frac{c_y^2(1 - 2\nu)(1 + \nu)}{1 - \nu} = 3\rho c_o^2(1 - 2\nu).$$

Процедура вычислений заключалась в следующем. Результаты измерений c_y представлялись в плоскости $c_y^* - u$, где c_y^* — лагранжева упругая скорость звука; u — массовая скорость за фронтом УВ. Параметры УВ находились по наиболее вероятному $D - u$ -соотношению для Cu и Al из [19]. В указанной выше системе координат, как отмечалось в [21], для твердой фазы c_y^* оказывается линейной функцией u . Обработка экспериментальных данных дает следующие аналитические выражения: $c_y^* = 6,30 + 3,20u$ (км/с) — $u = 4,20$ км/с для алюминия и $c_y^* = 4,60 + 3,30u$ (км/с) — $u = 2,30$ км/с для меди.

Обратным пересчетом определялась зависимость $c_y(\sigma_x)$. Результаты измерений c_o представлялись плавной функцией σ_x . Полученные таким образом величины $c_y(\sigma_x)$ и $c_o(\sigma_x)$ использовались для дальнейших вычислений (см. рис. 4).

На рис. 6 представлены вычисленные по $c_y(\sigma_x)$ и $c_o(\sigma_x)$ зависимости коэффициента ν вдоль ударной адиабаты и нанесены расчетные точки по результатам прямых измерений c_y и $c_{пл}$ при задании σ_x . В большей части диапазона напряжений от $\sigma_x = 0$ до $\sigma_x = \sigma_{xпл}$ ($\sigma_x \leq 110$ и 140 ГПа в алюминии и меди соответственно) величина ν растет сравнительно слабо, примерно по линейному закону с повышением σ_x . Выше указанных значений наблюдается резкое возрастание ν , становящейся равной 0,5 в состоянии полного плавления на УВ. Для Al зависимость $\nu(\sigma_x)$ прослеживается по опытным данным (c_y, c_o) практически до состояния плавления.

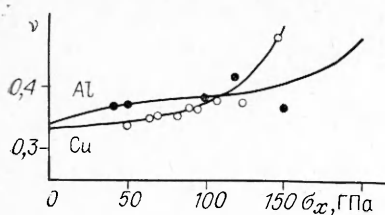


Рис. 6. Зависимость $\nu(\sigma_x)$.

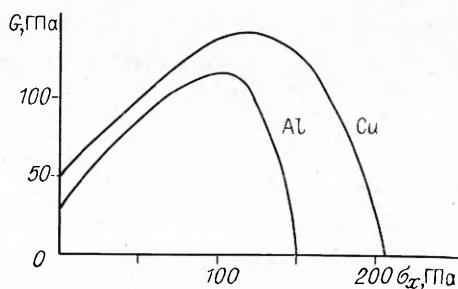


Рис. 7. Зависимость $G(\sigma_x)$.

Вычисленные зависимости $G(\sigma_x)$ вдоль ударной адиабаты (рис. 7), как и $Y_d(\sigma_x)$, имеют восходящую и нисходящую ветви с максимумом при $\sigma_x \sim 100$ ГПа в Al и ≈ 130 ГПа в Cu. Максимальная величина G превышает свое значение при нормальных условиях в ~ 4 раза в алюминии и в ~ 3 раза в меди. Из сравнения рис. 3 и 7 видно, что положение максимума зависимости $G(\sigma_x)$ для Al и Cu заметно сдвинуто в сторону больших значений σ_x по сравнению с положением максимумов зависимости $Y_d(\sigma_x)$. Подобное взаимное положение максимумов для меди отмечалось в [2]. Из рис. 3 и 7 следует, что Y_d растет с увеличением σ_x (а также с p) значительно быстрее, чем модуль сдвига.

Подведем итоги проведенной работы. В исследованиях сжимаемости твердых тел методом УВ экспериментально определяется нормальная составляющая напряжения σ_x . Традиционно при использовании результатов, полученных этим методом для построения уравнения состояния твердых тел в области высоких плотностей и температур, прочностные эффекты не учитываются, т. е. напряжение σ_x отождествляется с давлением p . Экспериментальные результаты (независимо от примененных методов) свидетельствуют, однако, что за фронтом плоской УВ напряженное состояние анизотропно даже при весьма высоких напряжениях. Девиаторная составляющая напряжения, равная $2/3Y_d$, в области $\sigma_x \leq 100$ ГПа в меди и алюминии составляет заметную величину и тем большую, чем меньше σ_x . Это обстоятельство следует иметь в виду при использовании результатов исследования ударно-волновой сжимаемости для отыскания параметров уравнения состояния и построения моделей поведения твердого тела при высокоскоростном деформировании. Представленные в настоящей работе зависимости $Y_d(\sigma_x)$, $\nu(\sigma_x)$ и $G(\sigma_x)$ характеризуют прочностные и упругие свойства меди и алюминия в УВ. Совместно с напряжением σ_{HE} на упругом предвестнике и ударной адиабатой этих веществ, представленной, например, в [19] в виде наиболее вероятного $D-u$ -соотношения, они дают достаточную информацию для построения определяющего уравнения, описывающего ударную адиабату. Заметим, что прочностные эффекты в меди оказываются более значительными по сравнению с аналогичными эффектами в алюминии (см. рис. 5).

Имеющаяся экспериментальная информация свидетельствует о сложном реологическом поведении металлов, зависящем в том числе от реальных условий нагружения. Поэтому результаты настоящей работы могут применяться в случае ударно-волнового нагружения, а также в близких условиях нагружения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Новиков С. А., Сеницына Л. М. ПМТФ, 1970, 6, 107.
2. Альтшулер Л. В., Бражник М. И., Телегин Г. С. ПМТФ, 1971, 6, 159.
3. Альтшулер Л. В., Корнер С. Б., Бражник М. И. и др. ЖЭТФ, 1960, 38, 4, 1061.
4. Asay I. V., Lipkin I. J. Appl. Phys., 1978, 49, 7.
5. Bernstein D., Godfrey C., Klein A. et al. // Behaviour of Dense Media Under High Dynamic Pressures.— N. Y.: Gordon and Breach, 1968.

6. Батьков Ю. В., Новиков С. А., Симицына Л. М. и др. Проблемы прочности, 1981, 5, 56.
7. Апаньин А. В., Дремин А. Н., Канель Г. И. ФГВ, 1973, 9, 3, 437.
8. Авиационные материалы: Справочник в девяти томах/Под ред. А. Т. Тумапова.— М.: ОНТИ, 1975.— Т. 1.
9. Иванов А. Г., Новиков С. А., Симицын В. А. ФТТ, 1963, 5, 1, 269.
10. Работнов Ю. И. Механика деформируемого твердого тела.— М.: Наука, 1979.
11. Morris C. E., Fritz J. N., Holian V. L. // Shock Waves in Condensed Matter, 1981.— N. Y., 1982.
12. Curran D. R. J. Appl. Phys., 1963, 34, 9.
13. Бордзиловский С. А., Караханов С. М. ФГВ, 1986, 22, 3, 131.
14. Дремин А. Н., Канель Г. И., Черникова О. Б. ПМТФ, 1981, 4, 132.
15. Урлин В. Д. ЖЭТФ, 1965, 49, 2(8).
16. Ross M. // Shock Waves in Condensed Matter, 1983.— Amsterdam, 1984.
17. Большаков А. П., Новиков С. А., Симицын В. А. Проблемы прочности, 1979, 10, 87.
18. Steinberg D. J., Cochran S. Y., Guinan H. G. J. Appl. Phys., 1980, 51, 3, 1498.
19. Альтшулер Л. В., Баканова А. А., Дудолодов И. П. и др. ПМТФ, 1981, 2, 3.
20. McQueen R., Fritz J. N., Morris C. E. // Shock Waves in Condensed Matter, 1983.— Amsterdam, 1984.
21. Воробьев А. А., Дремин А. И., Канель Г. И. ПМТФ, 1974, 5, 94.

Поступила в редакцию 4/II 1988

УДК 536.46

АСИМПТОТИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ СКОРОСТИ ГОРЕНИЯ КОНДЕНСИРОВАННЫХ СИСТЕМ ПРИ МАЛЫХ ВОЗМУЩЕНИЯХ

А. Б. Кискин, В. В. Новожилов

(Новосибирск, Москва)

Задачу об асимптотическом поведении нестационарной скорости горения в результате малого возмущения температурного профиля стационарно горящей газифицирующейся конденсированной системы (к-системы) будем рассматривать в рамках феноменологической теории нестационарного горения [1]. Эта проблема рассматривалась в [1—3]. Методом гармонического анализа получены [1] границы колебательных режимов горения и устойчивости стационарного горения. В [2, 3] для решения использован операционный метод, позволяющий найти решение во всей области определяющих параметров k, r . Однако в [2] определена только граница устойчивости, а в [3] приведено ошибочное решение линейного дифференциального уравнения, описывающего эволюцию возмущения. По этой причине результаты анализа асимптотического поведения возмущения скорости горения [3] неверны.

Исследование характера отклика скорости горения на воздействие малого возмущения будем проводить в линейном приближении. Считаем, что к начальному моменту времени действие возмущающего фактора закончилось и выражается в малых отклонениях температурного распределения в к-фазе и скорости горения от стационарного состояния. Тогда поведение нестационарной скорости горения можно описать следующей системой уравнений в безразмерных переменных (давление и другие внешние факторы постоянны):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Theta}{\partial \tau} - v \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} &= \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \xi^2}, \quad 0 < \xi < \infty, \\ \Theta(\infty, \tau) &= \Theta_0 = 0, \\ \Theta_s &= \Theta_s(\varphi), \quad v = v(\varphi), \quad \varphi = -\frac{\partial \Theta}{\partial \xi}(0, \tau), \\ \Theta(\xi, 0) &= \Theta e_s^{0-\xi}. \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь Θ — температура к-фазы; v — скорость горения; ξ — пространственная координата; τ — время. Индексы: s — поверхностный; 0 — ниж-