

$$r = r_4 \left(1 + 2 \frac{L_3}{L_4} + \frac{L_3}{L_4} \frac{L_1}{L_2} \right),$$

и вероятность отклонения на расстояние r после всей колонны

$$dW(r) = dw(r) \left(1 + 2 \frac{L_3}{L_4} + \frac{L_3}{L_4} \frac{L_1}{L_2} \right)^{3/2},$$

где $dw(r) = \frac{3\pi^{3/2}}{2^{5/2}} nZ_0^2 L_4 \left(\frac{e}{U} \right)^{3/2} \frac{dr}{r^{5/2}}$; nZ_0^2 выражается через I_4 — угловую интенсивность на последнем участке. Плотность тока в плоскости мишени

$$j_M(r) = j_4(r) \left(1 + 2 \frac{L_3}{L_4} + \frac{L_3}{L_4} \frac{L_1}{L_2} \right)^{3/2}$$

(j_4 — распределение плотности тока из-за расширения пучка только на последнем участке). Если сильно уменьшить длину последнего участка, то из-за уменьшения I_4 величина $j_4 \sim L_4^3$ и плотность тока в «хвостах» на мишени упадет как $L_4^{3/2}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Komuro M. Radii broadening due to molecular collision in focused ion beams // Appl. Phys. Lett.— 1988.— V. 52, N 1.
2. Kubena R. L., Ward J. W. Current-density profiles for a Ga⁺ ion microprobe and their lithographic implications // Appl. Phys. Lett.— 1987.— V. 51, N 23.
3. Ishitani T., Kawanami Y., Ohnishi T., Umemura K. Ion-energy distribution in liquid-metal-ion sources // Appl. Phys. A.— 1987.— V. 44, N 3.
4. Ward J. W., Kubena R. L., Utlaut M. W. Transverse thermal velocity broadening of focused beams from liquid metal ion sources // J. Vac. Sci. Technol.— 1988.— V. B6, N 6.
5. Chandrasekhar S. Stochastic problems in physics and astronomy // Rev. Mod. Phys.— 1943.— V. 15, N 1.
6. Шабалин А. Л. Уменьшение фазовой плотности в пучках с высокой яркостью // ПМТФ.— 1992.— № 2.
7. Gamō K., Matsui T., Namba S. Characteristics of Be — Si — Au ternary alloy liquid metal ion sources // Jap. J. of Appl. Phys.— 1983.— V. 22, N 11.

г. Новосибирск

Поступила 27/1 1992 г.

УДК 533.6.011.72

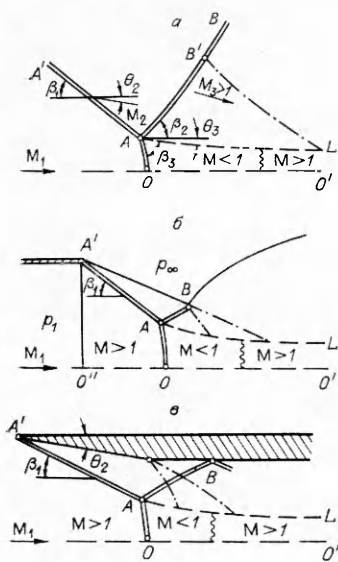
И. С. Белоцерковец, В. И. Тимошенко

К РАСЧЕТУ НЕРЕГУЛЯРНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ УДАРНЫХ ВОЛН

Рассматривается задача о нерегулярном маховском взаимодействии (отражении) ударных волн (УВ). Структура течения представлена на рис. 1, а. В некоторой точке А образуется отраженная УВ АВ, поверхность контактного разрыва AL и сильная УВ АО с дозвуковым течением за ней. По особенностям математической постановки эта задача примыкает к задачам о распространении дозвуковой струи в спутном сверхзвуковом потоке, рассмотренным в [1]. В невязком приближении маховское взаимодействие УВ рассматривалось в [2, 3] на примере истечения перерасширенной струи в затопленное пространство. В постановке, предложенной в [1], можно провести расчет маховского взаимодействия с учетом вязкости газа.

1. Для выяснения общих закономерностей маховского взаимодействия рассмотрим эволюцию картины взаимодействия при увеличении интенсивности падающей УВ AA'. Интенсивность этой волны при задан-

© И. С. Белоцерковец, В. И. Тимошенко, 1992



Р и с. 1

ном числе Маха набегающего потока M_1 будем определять углом ее наклона β_1 . При регулярном взаимодействии образуется отраженная УВ, угол наклона которой β_2 однозначно зависит от M_1 и β_1 . При увеличении β_1 , начиная с некоторого $\beta_1^* = \beta_1^*$, теоретически возможны два вида взаимодействия: регулярное и маховское. Для $\beta_1 > \beta_1^0$ возможно только маховское взаимодействие; β_1^0 зависит от M_1 или, что то же, от отношения p_1/p_2 — давлений перед и за падающим скачком [4]. Несмотря на то что при $\beta_1 < \beta_2^0$ экспериментально наблюдается только регулярное отражение, в целях иллюстрации влияния вязкости в чистом виде представляет теоретический интерес при $\beta_1^* < \beta_1 < \beta_1^0$ рассмотреть маховское взаимодействие. При $\beta_1 > \beta_1^*$ линия контактного разрыва AL направлена к плоскости симметрии, сильная УВ является искривленной. При удалении от точки A вниз по потоку вдоль линии AL угол наклона контактной поверхности стремится к нулю и происходит изоэнтропическое поджатие внешнего сверхзвукового потока. Число Маха на линии AL стремится к значению M_3^* (β_1, M_1). При некотором $\beta_1 = \beta_1^{**} > \beta_1^0$ $M_3^* = 1$, скорость равна скорости звука. Для $\beta_1 < \beta_1^0$ течение в области ABL остается сверхзвуковым. Структуру течения в этом случае можно определить, рассматривая только взаимодействие между дозвуковым течением в струе $OALO'$ и сверхзвуковым в области ABL . Назовем такой вид нерегулярного взаимодействия изолированным. При $\beta_1 > \beta_1^0$ реализуется только маховское взаимодействие УВ. Для β_1 , удовлетворяющего условию $\beta_1^0 < \beta_2 < \beta_1^{**}$, течение вдоль всей линии AL при изоэнтропическом сжатии остается сверхзвуковым. Однако при взаимодействии волн сжатия, формируемых при обтекании AL , с отраженной УВ AB поворот потока непосредственно за ней на угол θ_2 на участке $B'B$ вследствие потерь в скачке возможен только в дозвуковом течении. Несмотря на это, при определенных условиях течение в некоторой конечной области, примыкающей к точке A , и местоположение скачка AB' по-прежнему могут быть рассчитаны независимо от условий вниз по потоку, хотя возможность физической реализации такого течения существенным образом определяется условиями, формируемыми в дозвуковой области течения. Этот вид взаимодействия также отнесем к изолированному. При $\beta_1 > \beta_1^{**} (M_1)$ течение вдоль линии AL остается сверхзвуковым лишь на некотором расстоянии от точки A . Поэтому область сверхзвукового течения $AB'L$ (рис. 1, а) локализуется в некоторой конечной окрестности точки A . В этом случае картина течения за отраженной УВ существенным образом зависит от условий, формируемых вниз по потоку, и постановка задачи об изолированном маховском взаимодействии становится незамкнутой. Для замыкания задачи необходимо вводить дополнительные возмущения. В практических задачах они возникают под влиянием условий на границе течения. Например, при течении за диском Маха в перерасширенных струях в качестве дополнительного возмущения выступает волна разрежения, образованная при отражении скачка AB от границы струи (рис. 1, б), при течении в каналах дополнительное возмущение возникает при обтекании стенки канала (рис. 1, в).

Изменение давления вдоль струи определяется условиями взаимодействия со сверхзвуковым потоком в области ABL . Поскольку при ма-

ховском взаимодействии угол наклона контактной поверхности в точке A отрицательный, а при удалении вниз по потоку от этой поверхности из-за влияния плоскости симметрии OO' стремится к нулю, то контактная поверхность AL должна иметь, по крайней мере, участки вогнутости. При сверхзвуковом обтекании вогнутой контактной поверхности происходит увеличение давления, что вызывает торможение дозвуковой струи. Это невозможно из-за уменьшения площади поперечного сечения струи, ограниченной поверхностью AL , и необходимости сохранения массы в струе. Следовательно, в постановке невязкого газа задача об изолированном маховском взаимодействии не имеет решения. Противоречие снимается учетом эжектирующего влияния сверхзвукового потока, что требует детального рассмотрения вязкого течения в слое смешения, заменяющего контактный разрыв в невязком газе. В этом отношении задача об изолированном взаимодействии имеет аналогию с задачей о течении за донной частью тела в сверхзвуковом потоке при наличии распределенного дозвукового вдува, которая рассмотрена в [1].

При неизолированном взаимодействии изменение давления на линии AL определяется не только формой этой линии, но и волной разрежения, падающей извне, под действием которой давление в сверхзвуковом потоке на вогнутой поверхности уменьшается (см. рис. 1). В данном случае замкнутое решение может быть получено и в приближении невязкого газа. Влияние вязкости при этом носит количественный характер. Ниже эти эвристические рассуждения подкрепляются результатами анализа математической постановки задачи.

2. Перейдем к упрощенной постановке задачи, учитывающей перечисленные выше особенности. Обратим внимание на то, что, хотя скачок AO искривлен, давление вдоль него в широком диапазоне параметров меняется незначительно. В связи с этим будем считать, что давление постоянно поперек струи, и для описания течения в ней воспользуемся уравнениями пограничного слоя:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} &= 0, \quad \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\text{Re}_*} \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right), \\ \rho u \frac{\partial H}{\partial x} + \rho v \frac{\partial H}{\partial y} &= \frac{1}{\text{Re}_*} \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial H}{\partial y} \right) + \mu \left(1 - \frac{1}{\text{Pr}} \right) \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2. \end{aligned}$$

Здесь uv_1 , vv_1 , $\rho\rho_1$, $\rho\rho_1 v_1^2$, $h v_1^2$, $\mu\mu_1$ — продольная и поперечная составляющие вектора скорости, плотность, давление, статическая энтальпия и динамический коэффициент вязкости; $H = u^2/2 + h$; Pr и Re_* — числа Прандтля и Рейнольдса. Эту систему уравнений необходимо решать при следующих граничных условиях: на условной границе вязкой струи при $y = \delta(x)$ $u = u_s$, $H = H_\delta$, на линии симметрии при $y = 0$ $\partial u / \partial y = \partial H / \partial y = 0$, $v = 0$.

Распределение давления $p(x)$ находится в результате решения задачи о взаимодействии течения в вязкой дозвуковой струе $OALO'$ с внешним невязким потоком в области ABL , которое будем описывать полной системой уравнений Эйлера. Соответствующая задача вязко-невязкого взаимодействия сформулирована в [1, 5]. Показано, что градиент давления может быть связан с изменением эффективной поверхности вытеснения $y = \delta^*(x)$, параметрами в вязкой дозвуковой струе и на ее границе уравнением

$$(2.1) \quad \frac{dp_\delta}{dx} = \frac{\gamma p_\delta \frac{d\delta^*}{dx} + A_V}{\Delta},$$

$$\begin{aligned} \text{где} \quad A_V &= \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{1}{\text{Re}_*} \int_0^\delta \frac{1}{u} \left\{ \frac{h}{u} \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial h}{\partial y} \right) - \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right\} dy; \\ \Delta &= \int_0^\delta \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{M^2 - 1}{M^2} \right) y dy - \frac{M_\delta^2 - 1}{M_\delta^2} \delta^*. \end{aligned}$$

Уравнение (2.1) рассматривается как дифференциальное относительно неизвестных функций $p_\delta(x)$ и $\delta^*(x)$. Второе уравнение вытекает из граничных условий для невязкого сверхзвукового течения [5]:

$$(2.2) \quad \frac{d\delta^*}{dx} \frac{dp_\delta}{dx} = \rho \delta u_\delta^2 \frac{d^2\delta^*}{dx^2} + \frac{\partial p}{\partial y} \left(1 + \left(\frac{d\delta^*}{dx} \right)^2 \right).$$

Здесь $\partial p / \partial y$ — производная от давления в невязкой части потока, которая находится численно одновременно с решением уравнений Эйлера. Уравнение (2.2), по существу, является уравнением сохранения импульса, записанным в системе координат, связанной с линией тока:

$$\frac{\partial p}{\partial n} + \rho u^2 \frac{\partial \theta}{\partial s} = 0.$$

Итак, имеем систему дифференциальных уравнений (2.1), (2.2) для определения неизвестных функций $p_\delta(x)$ и $\delta^*(x)$. Для (2.1), (2.2) формулируется задача Коши с начальными данными в сечении $x = 0$: из расчета параметров в тройной точке A и за прямым скачком определяются $d\delta^*/dx$ и $p_\delta(0)$; что касается $\delta^*(0)$, то условие для его нахождения формулируется исходя из следующих обстоятельств. В уравнениях (2.1) и (2.2), которые надо решать совместно с уравнениями Эйлера и пограничного слоя, возможно обращение величины Δ в нуль при некотором значении $x = x^*$. При этом необходимо, чтобы одновременно обращался в нуль и числитель уравнения (2.1). Это достигается специальным подбором значения $\delta^*(0)$, равного расстоянию OA . Аналогичное условие применяется для определения давления в изобарических отрывных зонах [6] — условие записания следа.

В случае изолированного маховского взаимодействия, если пренебречь отражением возмущений, возникающих при обтекании поверхности AL от отраженной УВ AB , течение в невязкой области можно описать решением для простой волны с постоянными параметрами вдоль характеристик первого семейства [7]. Тогда уравнение (2.2) можно переписать в виде

$$(2.3) \quad \frac{1}{1 + \left(\frac{d\delta^*}{dx} \right)^2} \frac{d^2\delta^*}{dx^2} = \frac{\sqrt{M_\delta^2 - 1}}{M_\delta^2} \frac{1}{\gamma p_\delta} \frac{dp_\delta}{dx}.$$

Если не учитывать влияние вязкости и для описания течения в дозвуковой струе принять, как и в [2, 3], квазиодномерную модель, то из (2.1) легко получить

$$(2.4) \quad \left(1 - \frac{1}{M_{\delta u}^2} \right) \frac{1}{\gamma p_\delta} \frac{dp_\delta}{dx} = - \frac{d\delta^*}{dx}$$

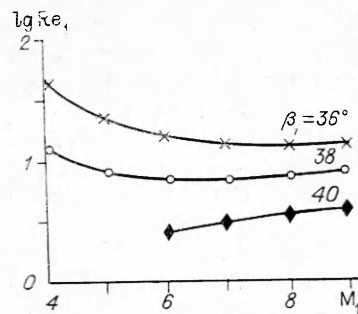
($M_{\delta u}$ — число Маха в струе). Из уравнений (2.3), (2.4) следует невозможность решения задачи об изолированном взаимодействии без учета вязкости. Действительно, в точке A $d\delta^*/dx = \operatorname{tg} \theta_3 < 0$, и при $M_{\delta u}^2 < 1$, что имеет место за сильной УВ, получаем $dp_\delta/dx < 0$. В свою очередь, из (2.3) вытекает, что $d^2\delta^*/dx^2 < 0$, т. е. $d\delta^*/dx$, оставаясь отрицательным по модулю, возрастает, что приводит согласно (2.2) к дальнейшему уменьшению давления и ускорению дозвукового потока, т. е. к увеличению $M_{\delta u}$. В сечении, где $M_{\delta u} = 1$, при конечном $d\delta^*/dx$ $dp_\delta/dx \rightarrow -\infty$, что физически невозможно. Учет вязкости обуславливает появление положительного слагаемого A_V в числителе (2.1), что позволяет при определенных значениях Re_* получить $dp_\delta/dx > 0$ при $d\delta^*/dx < 0$ и $M_{\delta u} < 1$. В этих условиях $d\delta^*/dx$ по модулю убывает и стремится к нулю. Условие баланса массы в дозвуковой струе, как уже отмечалось, удастся выполнить благодаря эжектирующему влиянию внешнего потока.

При неизолированном взаимодействии уравнение (2.4) необходимо рассматривать одновременно с (2.2). При $M_{\delta u} < 1$ из (2.4) следует, что

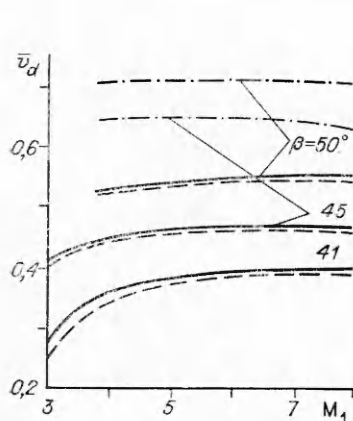
$(dp_\delta/dx)d\delta^*/dx > 0$. При падении извне на поверхность AL волны разрежения достаточно большой интенсивности ($\partial p/\partial y < 0$) и, значит, $d^2\delta^*/dx^2 > 0$. В этих условиях при отрицательных dp_δ/dx и $d\delta^*/dx$ происходит уменьшение модуля $d\delta^*/dx$ с ростом x и возможны случаи, когда $d\delta^*/dx \rightarrow 0$ при $M_{\delta u} \rightarrow 1$, т. е. задача о неизолированном маховском взаимодействии для невязкого газа в принципе разрешима.

3. Рассмотрим задачу об изолированном взаимодействии. В ней отсутствует характерный геометрический линейный размер, но имеется параметр с размерностью длины $\mu/\rho u$, который для этой задачи и является определяющим линейным размером. Если в качестве геометрического характерного размера выбрать расстояние AO , то в безразмерных переменных $\delta^*(0) = 1$ и неизвестным параметром становится характерное число Рейнольдса $Re_1 = \rho_1 u_1 AO / \mu_1$. Его нужно подобрать так, чтобы в уравнении (2.1) при некотором x одновременно обращались в нуль числитель и знаменатель. Результаты решения задачи представлены на рис. 2, где показана зависимость Re_1 от M_1 для разных β_1 . Видно, что Re_1 изменяется в пределах от 5 до 100, т. е. расстояние определяется соотношением $AO = 5 \div 100 \mu_1 / \rho_1 u_1$, и в реальных условиях обтекания пренебрежимо мало. Малость Re_1 для задачи об изолированном взаимодействии является некоторым обоснованием рассмотрения ламинарного режима течения за маховской ножкой до сечения запирания.

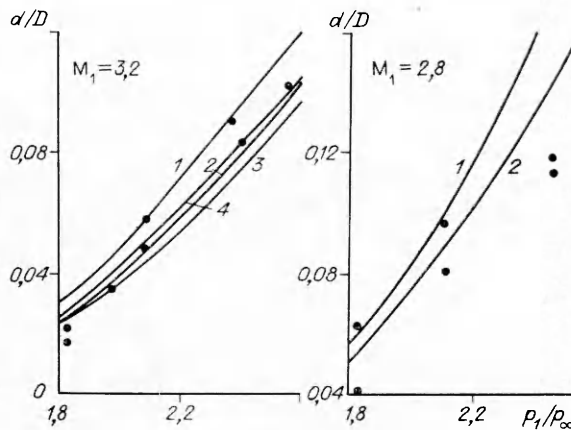
4. Рассмотрим случай неизолированного взаимодействия на конкретном примере течения плоской и осесимметричной перерасширенных струй. Параметры струи будем находить по M_1 и углу β_1 скачка, возникающего на срезе сопла. По ним же легко определить и нерасчетность струи. Линейные размеры отнесем к половине ширины струи на срезе сопла. Поскольку при достаточно больших числах Рейнольдса, что имеет место для данной задачи, течение в слое смешения является гидродинамически неустойчивым, будем считать, что течение в дозвуковой струе турбулентное. В качестве модели турбулентности используем простейшую алгебраическую модель Прандтля [8] и дифференциальную модель турбулентности А. М. Секундова [9]. Неизвестна высота ножки Маха y_d , которая подлежит определению при решении задачи взаимодействия. На рис. 3 представлены зависимости \bar{y}_d от M_1 при различных значениях β_1 . Сплошные и штриховые линии — результаты расчетов плоского течения в струе в невязком приближении и с учетом вязкости соответственно, штрихпунктирные — расчетные кривые для осесимметричного течения



Р и с. 2



Р и с. 3



Р и с. 4

в струе с учетом вязкости. Все приведенные результаты получены с использованием упрощенной формулы Прандтля для турбулентной вязкости [8] при обычном значении коэффициента пропорциональности $\kappa = 0,03$. На рис. 4 показана зависимость диаметра диска Маха d/D (D — диаметр канала) от отношения давления на срезе осесимметричного сопла p_1 к давлению в окружающей среде p_∞ . Теоретические (кривая 1) и экспериментальные (точки) значения заимствованы из [3]. Кривая 2 отвечает расчету предложенным методом с учетом вязкости по алгебраической модели турбулентности Прандтля, а 3, 4 — по дифференциальной модели турбулентности А. Н. Секундова [9] с начальным уровнем турбулентности $\mu_{1,2} = 0,002$ и $0,0002$ соответственно.

ЛИТЕРАТУРА

1. Белоцерковец И. С., Тимошенко В. И. К расчету характеристик течения при равномерном вдуве однородного газа в кормовой области тела // ПМТФ.— 1984.— № 1.
2. Мельников Д. А. Отражение скачков уплотнения от оси симметрии // Изв. АН СССР. Механика и машиностроение.— 1962.— № 3.
3. Ашратов Э. А. Расчет осесимметричной струи, вытекающей из сопла при давлении в струе, меньшем давления в окружающей среде // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1966.— № 1.
4. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Гидродинамика.— М.: Наука, 1987.
5. Тимошенко В. И. Сверхзвуковые течения вязкого газа.— Киев: Наук. думка, 1987.
6. Гогинш Л. В., Степанов Г. Ю. Турбулентные отрывные течения.— М.: Наука, 1979.
7. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа.— М.: Наука, 1978.
8. Теория турбулентных струй/Под ред. Г. И. Абрамовича.— М.: Наука, 1984.
9. Мещеряков Е. А., Левин В. М., Сабельников В. Ф. Расчетное и экспериментальное исследование горения струи водорода в спутном сверхзвуковом потоке воздуха в канале // Тр. ЦАГИ.— 1983.— Вып. 2193.

г. Днепропетровск

Поступила 9/VII 1991 г.,
в окончательном варианте — 9/X 1991 г.

УДК 533.6.011 : 535.211

Н. М. Булгакова, Л. И. Кузнецов

ГАЗОДИНАМИКА ИМПУЛЬСНЫХ СТРУЙ И ОСЦИЛЛЯЦИИ ДАВЛЕНИЯ НА ОБЛУЧАЕМОЙ ЛАЗЕРОМ МИШЕНИ

1. Введение. Воздействие мощного миллисекундного лазерного излучения (ЛИ) на твердые мишени может сопровождаться осцилляциями давления в диапазоне частот порядка 10 кГц, регистрируемых пьезодатчиком на тыльной стороне облучаемых мишеней [1]. Такое явление имеет место на свинцовой мишени при интенсивности ЛИ около 2 МВт/см². В [2] показано, что осцилляции давления наблюдаются на различных диэлектриках и металлических мишенях в широком диапазоне энергий ЛИ при интенсивном процессе испарения материала в пятне облучения. В [3, 4] выдвинуты гипотезы о возможных механизмах возникновения этих осцилляций за счет автоколебательного режима самоэкранирования ЛИ продуктами эрозии или за счет вспышки поглощения в плазме при неустойчивом режиме испарения. Из результатов зондирования через узкий канал в мишенях при высоких давлениях окружающей среды видно, что на некоторых режимах облучения в хвостовой части осциллограмм наблюдаются осцилляции поглощения ЛИ в светоэрозионном факеле [5], которые можно интерпретировать в пользу упомянутых механизмов возникновения осцилляций давления на облучаемых мишенях [3].

© Н. М. Булгакова, Л. И. Кузнецов, 1992