

8. Канторович Л. В., Акилов Г. П. Функциональный анализ. М.: Наука, 1977.
9. Нефедов Е. И., Сивов А. Н. Электродинамика периодических структур. М.: Наука, 1977.
10. Горелов Д. Н., Курзин В. Б., Сарен В. Э. Атлас нестационарных аэродинамических характеристик решеток профилей. Новосибирск: Наука, 1974.

УДК 621.165—226.1.001.5

## ИССЛЕДОВАНИЕ ОБТЕКАНИЯ РАБОЧИХ РЕШЕТОК ПРОФИЛЕЙ ПАРОВЫХ ТУРБИН МЕТОДОМ КРУПНЫХ ЧАСТИЦ

Ю. М. Давыдов, В. Д. Куликов, Е. В. Майорский

(Москва)

Обтекание решеток профилей паровых турбин, в первую очередь периферийных сечений рабочего венца последних ступеней цилиндров низкого давления, характеризуется большими сверхзвуковыми скоростями истечения и весьма сложной структурой потока. Имея это в виду, невозможно заранее предсказать особенности их обтекания. Экспериментальные исследования таких решеток сложны и дороги. Поэтому представляется целесообразным для первоначального анализа структуры течения использовать численное моделирование и применить методы сквозного счета.

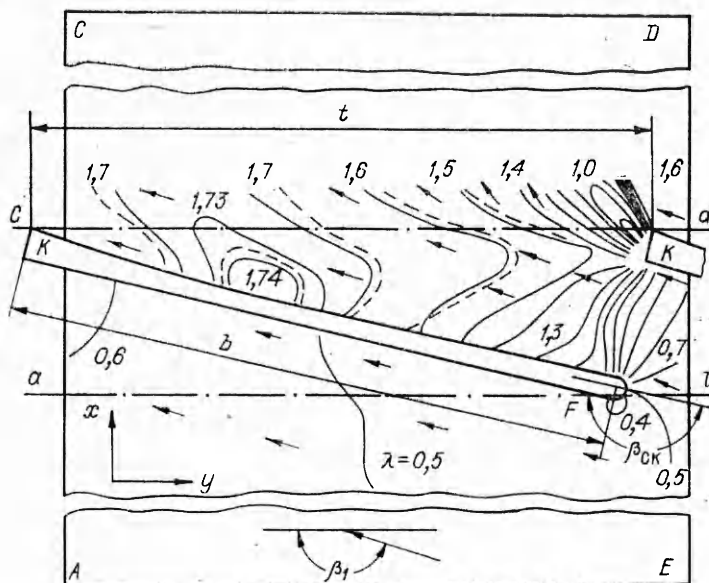
Укажем, например, на выполненные по методу С. К. Годунова [1] расчеты рабочих и сопловых решеток профилей [2—4].

В настоящее время широко распространен метод крупных частиц [5, 6]. Он успешно используется для решения широкого класса задач газовой динамики, в том числе при расчете внутренних течений [7]. В данной работе показывается его применимость для численного исследования нового класса задач: расчета обтекания решеток турбинных профилей.

На фиг. 1 представлена одна из исследованных решеток (вариант I). Расчеты выполнены при угле входа  $\beta_1 = 163^\circ$ , угле атаки  $i = \beta_1 - \beta_0 = \pm 4^\circ 13'$ , относительном шаге решетки  $\bar{t} = t/b = 1,02$ .

Исследовались типичные режимы обтекания решеток, при которых на входе реализуются дозвуковые скорости с  $M_1 \approx 0,5$ , а на выходе — сверхзвуковые с  $M_2 \approx 1,9$ .

Расчетная область  $ACDE$  (см. фиг. 1) прямоугольной формы разбивалась на несколько зон, отличавшихся размерами прямоугольных ячеек неподвижной сетки. Наименьшие ячейки располагались в области вход-



Фиг. 1

ных  $F$  и выходных  $K$  кромок профилей, где кривизна максимальна. При этом контур профиля рассчитывается с необходимой точностью.

В расчетах общее количество ячеек изменялось в пределах от 4000 до 6000. Вычисления проводились на машине ЕС-1040 (операционная система ОС) по программе на алгоритмическом языке ФОРТРАН; время расчета одного варианта не превышало 6 ч.

Граничные условия задачи ставились следующим образом. На границах  $AC$  и  $ED$  обеспечивались условия периодичности. Граница  $AE$  (см. фиг. 1) принималась на расстоянии  $t$  по нормали к входному фронту решетки (прямая  $al$ ). Тестовые расчеты показали, что дальнейшее увеличение этого расстояния не оказывает влияния на результаты вычислений. На границе  $AE$  принимались условия постоянства энтропии  $S$ , полной энтальпии  $J_0$  и направления вектора скорости  $\beta_1$ :

$$S = p/\rho^k = \text{const}, \quad J_0 = \frac{k}{k-1} \frac{p}{\rho} + \frac{W^2}{2} = \text{const}, \quad \beta_1 = \text{const},$$

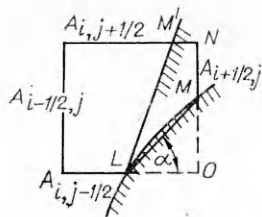
здесь  $p$ ,  $\rho$ ,  $W$ ,  $k$  — соответственно давление, плотность, скорость и показатель изэнтропы. Кроме того, поддерживалось условие сохранения на каждом временном слое «левого» инварианта Римана [8]:  $RM = W - 2a/(k-1)$ , где  $a = \sqrt{kp/\rho}$ .

Анализ краевых условий вдоль границы  $CD$  при максимальном значении  $M_2$  показал, что расстояние по нормали к фронту решетки на выходе (прямая  $cd$ ) для решеток данного типа может не превышать  $t$  (вариантные расчеты проводились в пределах от  $0,2t$  до  $1,5t$ ). На фиг. 1 приведены результаты расчетов: линии  $\lambda = W/a_* = \text{const}$  ( $a_*$  — критическая скорость) и направления векторов скоростей для случаев, когда граница  $CD$  располагалась на расстояниях  $1,0t$  (сплошные линии) и  $1,5t$  (штриховые линии) при постоянных параметрах вдоль границы  $CD$ .

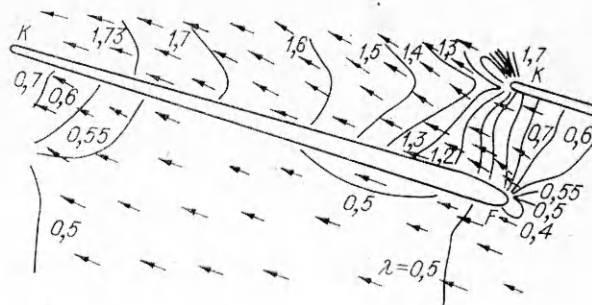
Кроме того, проводилось сравнение двух способов задания краевых условий вдоль границы  $CD$ : все параметры в фиктивном слое ячеек принимались либо постоянными (при распространении в этот слой значений  $\beta_2$  из прилегающего слоя расчетной области), либо постоянным принималось только давление  $p_2$  при сохранении «правого» инварианта Римана и энтропии. Полученные в результате численных расчетов близкие величины параметров течения показали, что оба способа задания краевых условий на границе  $CD$  могут приниматься при расчетах обтекания.

Вдоль контура профиля задавались условия непротекания. Применялся известный подход «дробные ячейки» [9], который был модифицирован с учетом специфической формы решетки профилей. Особенностью рассчитываемых решеток является весьма малая относительная толщина профилей, что не позволяет выделить внутри профиля все необходимые фиктивные ячейки. Их пришлось бы задавать вне физической области, что вызвало бы затруднения в программном плане. Поэтому принятый способ задания граничных условий вдоль профиля исключил задание фиктивных ячеек.

Давление на контуре профиля в пределах «дробной ячейки» принимается равным давлению в центре этой ячейки  $p_{i,j}$ , а вектор скорости



Ф и г. 2



Ф и г. 3

равным составляющему вектору скорости  $W_{i,j}$ , параллельному линии  $LM$  (фиг. 2). Параметры в «дробной ячейке»  $i, j$  на «эйлеровом» этапе определяются с помощью следующей системы уравнений:

$$(1) \quad \begin{aligned} \tilde{u}_{i,j}^n &= u_{i,j}^n - \frac{[A_{i+1/2,j} p_{i+1/2,j}^n - A_{i-1/2,j} p_{i-1/2,j}^n + (A_{i-1/2,j} - A_{i+1/2,j}) p_{i,j}^n] \Delta t}{\Delta x \max(A_{i,j+1/2}, A_{i,j-1/2}) f_{i,j} p_{i,j}^n}, \\ \tilde{v}_{i,j}^n &= v_{i,j}^n - \frac{[A_{i,j+1/2} p_{i,j+1/2}^n - A_{i,j-1/2} p_{i,j-1/2}^n + (A_{i,j-1/2} - A_{i,j+1/2}) p_{i,j}^n] \Delta t}{\Delta y \max(A_{i-1/2,j}, A_{i+1/2,j}) f_{i,j} p_{i,j}^n}, \\ \tilde{L}_{i,j}^n &= L_{i,j}^n - \\ &- \left[ \frac{A_{i+1/2,j} p_{i+1/2,j}^n u_{i+1/2,j}^n - A_{i-1/2,j} p_{i-1/2,j}^n u_{i-1/2,j}^n + (A_{i-1/2,j} - A_{i+1/2,j}) p_{i,j}^n u_n}{\Delta x \max(A_{i,j-1/2}, A_{i,j+1/2})} + \right. \\ &+ \left. \frac{A_{i,j+1/2} p_{i,j+1/2}^n v_{i,j+1/2}^n - A_{i,j-1/2} p_{i,j-1/2}^n v_{i,j-1/2}^n + (A_{i,j-1/2} - A_{i,j+1/2}) p_{i,j}^n v_n}{\Delta y \max(A_{i-1/2,j}, A_{i+1/2,j})} \right] \times \\ &\quad \times \frac{\Delta t}{f_{i,j} p_{i,j}^n}. \end{aligned}$$

где  $A_{i+1/2,j}$ ,  $A_{i-1/2,j}$ ,  $A_{i,j+1/2}$ ,  $A_{i,j-1/2}$  — части сторон ячеек, открытые для течения жидкости. Если контур профиля пересекает ячейку по линии  $LM$ , то  $A_{i+1/2,j} = 0$ . Вертикальная и горизонтальная составляющие вектора скорости на контуре профиля могут быть подсчитаны по формулам:

$$v_n = (u_{i,j}^n \operatorname{tg} \alpha + v_{i,j}^n) / (1 - \operatorname{tg}^2 \alpha), \quad u_n = \operatorname{tg} \alpha (u_{i,j}^n \operatorname{tg} \alpha + v_{i,j}^n) / (1 - \operatorname{tg}^2 \alpha),$$

где 
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{A_{i,j+1/2} - A_{i,j-1/2}}{A_{i-1/2,j} - A_{i+1/2,j}}.$$

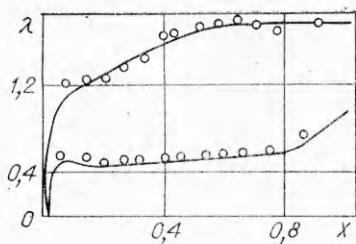
Структурно система уравнений (1) соответствует простейшей конечно-разностной аппроксимации системы уравнений для целых ячеек [5, 6]. Например, выражение  $A_{i+1/2,j} p_{i+1/2,j}^n$  является давлением на части открытой стороны «дробной ячейки» ( $NM$ ), а выражение  $(A_{i-1/2,j} - A_{i+1/2,j}) p_{i,j}^n$  — давление на части стороны этой ячейки, располагающейся внутри тела. Следовательно, произведение  $A_{i-1/2,j} p_{i-1/2,j}^n$  соответствует давлению на левой открытой границе ячейки, а сумма произведений  $A_{i+1/2,j} p_{i+1/2,j}^n + (A_{i-1/2,j} - A_{i+1/2,j}) p_{i,j}^n$  — давлению на правой «дробной» стороне ( $NO$ ) ячейки.

Уравнения «лагранжева» и заключительного этапов при этом те же, что и в [9].

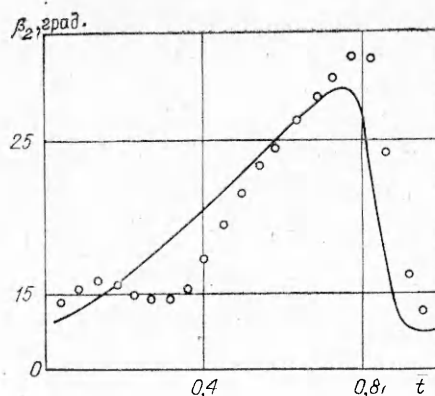
На фиг. 3 представлена решетка профилей иной конфигурации (вариант II) с  $t = 0,96$ . Расчет обтекания этой решетки выполнен при тех же режимах, что и решетки I (на границе  $CD$   $p, \rho, W = \text{const}$ ). При этом  $i = -1^{\circ}09'$ . Сопоставление полученных результатов (фиг. 3) с данными на фиг. 1 показывает идентичность их в области минимального проходного сечения («горла» решетки) и в то же время существенное влияние формы стороны разрежения профиля в косом срезе на характер обтекания. Наблюдаются также и некоторые различия в обтекании стороны давления профилей.

На фиг. 4, 5 дано сравнение результата расчета (сплошные линии) решетки II с экспериментом, выполненным в пародинамической трубе МЭИ: на фиг. 4 — сравнение для  $\lambda = f(X)$  по обводу профиля ( $X = x/b$ ;  $x$  — расстояние от входной кромки вдоль контура профиля); на фиг. 5 — сравнение углов вектора скорости за решеткой на расстоянии  $0,2b$  (хорды профиля) по нормали к линии  $cd$  на длине одного шага.

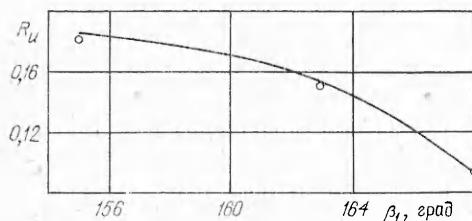
Данный пример показывает удовлетворительное совпадение расчета с экспериментом. Такое же удовлетворительное совпадение наблюдается и при других исследованных режимах обтекания рассматриваемых решеток профилей. Приведем, например, сравнение для такой важной в практическом отношении характеристики, как величина относительного ок-



Ф и г. 4



Ф и г. 5



Ф и г. 6

ружного усилия  $R_u = r_u / [(p_0 - p_2)b]$  ( $p_0$  — давление полного торможения перед решеткой,  $p_2$  — давление за решеткой), действующего на одиночный профиль в решетке II, при переменном угле входа (фиг. 6). Здесь также наблюдается удовлетворительное совпадение опытных и расчетных данных. Отметим, что в проведенных расчетах из-за достаточной грубости используемой разностной сетки не выделена тонкая структура обтекания в зонах, непосредственно и близко прилегающих к кромкам профилей. Это обстоятельство не оказывает существенного влияния на большинство характеристик решетки. Точность расчета деталей течения может быть повышена при использовании более быстродействующих, чем ЕС-1040, ЭВМ. Проведенный тщательный анализ подтвердил высокую эффективность метода крупных частиц применительно к изучению обтекания системы взаимодействующих тел сложной формы — турбинной решетки профилей. Это позволяет существенно сократить экспериментальные исследования при создании новых решеток и их аэродинамическом совершенствовании.

Поступила 6 IV 1983

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Годунов С. К. Разностный метод расчета разрывных решений гидродинамики. — Мат. сб., 1959, т. 47, вып. 89.
2. Численное решение многомерных задач газовой динамики/Под ред. С. К. Годунова. М.: Наука, 1976.
3. Соколовский Г. А., Гнесин В. И. Расчет смешанных течений в решетках турбомашин. Киев: Наукова думка, 1981.
4. Дорфман Л. А. Численные методы в газодинамике турбомашин. Л.: Энергия, 1974.
5. Белоцерковский О. М., Давыдов Ю. М. Метод крупных частиц в газовой динамике. М.: Наука, 1982.
6. Давыдов Ю. М. Крупных частиц метод. — В кн.: Математическая энциклопедия. Т. 3. М.: Сов. энциклопедия, 1982.
7. Давыдов Ю. М. Расчет некоторых внутренних течений газа методом «крупных частиц». — ПМ, 1978, т. 14, № 4.
8. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. М.: Гостехиздат, 1953.
9. Давыдов Ю. М. Расчет обтекания тел произвольной формы методом «крупных частиц». — ЖВММФ, 1971, т. 11, № 4.