УДК 539.422.22

РЕАЛИЗАЦИЯ МОДИФИЦИРОВАННОЙ ТЕОРИИ ЛОКАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ ЭНЕРГИИ ДЕФОРМАЦИИ ДЛЯ ОСТРЫХ V-ОБРАЗНЫХ ВЫРЕЗОВ

Ю. Н. Овчаренко

Тульский государственный университет, 300600 Тула, Россия
E-mail: ovcharenkos@rambler.ru

Предложен новый подход для оценки разрушения тел с V-образными вырезами при нагружении двух типов. Рассмотрены два соответствующих примера квазихрупкого разрушения: с начальной прямолинейной трещиной и с острым V-образным вырезом. Получены экспериментальные данные о разрушении образцов с V-образным вырезом при изгибе.

Ключевые слова: V-образный вырез, плотность энергии деформации, схемы нагружения первого и второго типов, квазихрупкое разрушение, начальное направление развития трещины, локальный критерий разрушения.

DOI: 10.15372/PMTF20150418

Основные положения модифицированной теории [1]. В работе [1] предложены новые по сравнению со сформулированными в [2] условия разрушения с использованием теории локальной плотности энергии деформации для острого V-образного выреза с произвольным углом раскрытия. Рассматривалось тело с V-образным вырезом, края которого свободны от нагрузок. Также в [1] в полярной системе координат проведен анализ распределения плотностей энергии деформации при растяжении-сжатии и чистом сдвиге вблизи вершины выреза.

Рассматривается плоская задача. Формулы для плотности энергии деформации при сжатии-растяжении и чистом сдвиге в полярной системе координат записываются в общем виде

$$W_\sigma = \frac{1}{2}(\sigma_r\varepsilon_r + \sigma_\theta\varepsilon_\theta), \qquad W_\tau = \frac{1}{2}\,\tau_{r\theta}\gamma_{r\theta}$$

или через напряжения и перемещения:

$$W_\sigma = \frac{1}{2}\Big[\sigma_r\,\frac{\partial u_r}{\partial r} + \sigma_\theta\Big(\frac{u_r}{r} + \frac{1}{r}\,\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta}\Big)\Big]; \tag{1}$$

$$W_\tau = \frac{1}{2}\,\tau_{r\theta}\Big(\frac{1}{r}\,\frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r}\Big). \tag{2}$$

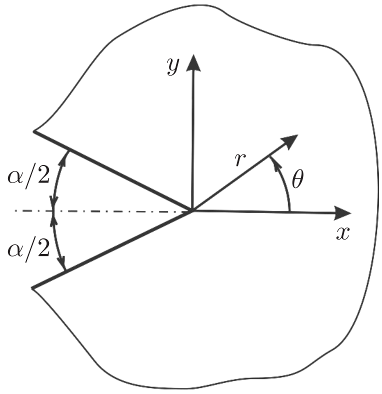

Рис. 1. Схема V-образного выреза

Асимптотические выражения для напряжений и перемещений вблизи вершины V-образного выреза (рис. 1) имеют вид [1]

$$\begin{bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \tau_{r\theta} \end{bmatrix} = C_{1\alpha} r^{\lambda_1 - 1} \lambda_1 \begin{bmatrix} (\lambda_1 - 1) f_1(\alpha) \cos(\lambda_1 + 1)\theta - (\lambda_1 - 3)\cos(\lambda_1 - 1)\theta \\ -(\lambda_1 - 1) f_1(\alpha)\cos(\lambda_1 + 1)\theta + (\lambda_1 + 1)\cos(\lambda_1 - 1)\theta \\ (\lambda_1 - 1)[-f_1(\alpha)\sin(\lambda_1 + 1)\theta + \sin(\lambda_1 - 1)\theta] \end{bmatrix} +$$

$$+ C_{2\alpha} r^{\lambda_2 - 1} \lambda_2 \begin{bmatrix} (\lambda_2 + 1) f_2(\alpha)\sin(\lambda_2 + 1)\theta - (\lambda_2 - 3)\sin(\lambda_2 - 1)\theta \\ (\lambda_2 + 1)[-f_2(\alpha)\sin(\lambda_2 - 1)\theta + \sin(\lambda_2 - 1)\theta] \\ (\lambda_2 + 1) f_2(\alpha)\cos(\lambda_2 + 1)\theta - (\lambda_2 - 1)\cos(\lambda_2 - 1)\theta \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 2\mu u_r \\ 2\mu u_\theta \end{bmatrix} = C_{1\alpha} r^{\lambda_1} \begin{bmatrix} (\lambda_1 - 1) f_1(\alpha)\cos(\lambda_1 + 1)\theta + (k - \lambda_1)\cos(\lambda_1 - 1)\theta \\ -(\lambda_1 - 1) f_1(\alpha)\sin(\lambda_1 + 1)\theta + (k + \lambda_1)\sin(\lambda_1 - 1)\theta \end{bmatrix} + \tag{3}$$

$$+ C_{2\alpha} r^{\lambda_2} \begin{bmatrix} (\lambda_2 + 1) f_2(\alpha)\sin(\lambda_2 + 1)\theta + (k - \lambda_2)\sin(\lambda_2 - 1)\theta \\ (\lambda_2 + 1) f_2(\alpha)\cos(\lambda_2 + 1)\theta - (k + \lambda_2)\cos(\lambda_2 - 1)\theta \end{bmatrix},$$

где λ_1 — первое положительное собственное число характеристического уравнения $\lambda_1 \sin(2\pi - \alpha) = -\sin(\lambda_1(2\pi - \alpha))$; λ_2 — первое положительное собственное число характеристического уравнения $\lambda_2 \sin(2\pi - \alpha) = \sin(\lambda_2(2\pi - \alpha))$; α — угол раскрытия V-образного выреза; μ — модуль сдвига; параметр k находится по формуле $k = (3 - \nu)/(1 + \nu)$ для задачи о плоском напряженном состоянии и по формуле $k = 3 - 4\nu$ — для задачи о плоской деформации; ν — коэффициент Пуассона. Далее рассматривается только задача о плоской деформации.

В формулах (3)

$$f_1(\alpha) = \frac{\sin((\lambda_1 - 1)(\pi - \alpha/2))}{\sin((\lambda_1 + 1)(\pi - \alpha/2))}, \qquad f_2(\alpha) = \frac{\sin((\lambda_2 - 1)(\pi - \alpha/2))}{\sin((\lambda_2 + 1)(\pi - \alpha/2))}.$$

Параметры $C_{1\alpha}$, $C_{2\alpha}$ интерпретируются как коэффициенты интенсивности напряжений вблизи вершины V-образного выреза для нагружения первого и второго типов. В частности, в случае линейной трещины ($\alpha = 0$) $C_1 = K_{\rm I}/\sqrt{2\pi}$, $C_2 = K_{\rm II}/\sqrt{2\pi}$, где $K_{\rm I}$, $K_{\rm II}$ — коэффициенты интенсивности напряжений в механике хрупкого и квазихрупкого разрушения тел с трещинами.

Представим формулы (3) в удобном для дальнейших преобразований виде

$$\begin{bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \tau_{r\theta} \end{bmatrix} = C_{1\alpha} r^{\lambda_1 - 1} \begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \\ D_1 \end{bmatrix} + C_{2\alpha} r^{\lambda_2 - 1} \begin{bmatrix} A_2 \\ B_2 \\ D_2 \end{bmatrix}, \tag{4}$$

$$\begin{bmatrix} 2\mu u_r \\ 2\mu u_\theta \end{bmatrix} = C_{1\alpha} r^{\lambda_1} \begin{bmatrix} E_1 \\ F_1 \end{bmatrix} + C_{2\alpha} r^{\lambda_2} \begin{bmatrix} E_2 \\ F_2 \end{bmatrix},$$

где A_1, A_2, B_1, B_2, D_1, D_2, E_1, E_2, F_1, F_2 находятся из соотношений (3), (4).

При подстановке (4) в формулы (1), (2) получаем выражения для плотностей энергии деформации вблизи вершины V-образного выреза

$$W_\sigma = \frac{1}{4\mu} \left(C_{1\alpha}^2 r^{2(\lambda_1-1)} a_{11\sigma} + C_{1\alpha} C_{2\alpha} r^{\lambda_1+\lambda_2-2} a_{12\sigma} + C_{2\alpha}^2 r^{2(\lambda_2-1)} a_{22\sigma}\right); \tag{5}$$

$$W_\tau = \frac{1}{4\mu} \left(C_{1\alpha}^2 r^{2(\lambda_1-1)} a_{11\tau} + C_{1\alpha} C_{2\alpha} r^{\lambda_1+\lambda_2-2} a_{12\tau} + C_{2\alpha}^2 r^{2(\lambda_2-1)} a_{22\tau}\right), \tag{6}$$

где

$$\begin{bmatrix} a_{11\sigma} \\ a_{12\sigma} \\ a_{22\sigma} \end{bmatrix} = \lambda_1 E_1 \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ 0 \end{bmatrix} + \lambda_2 E_2 \begin{bmatrix} 0 \\ A_1 \\ A_2 \end{bmatrix} + B_1 \begin{bmatrix} E_1 + F_1' \\ E_2 + F_2' \\ 0 \end{bmatrix} + B_2 \begin{bmatrix} 0 \\ E_1 + F_1' \\ E_2 + F_2' \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} a_{11\tau} \\ a_{12\tau} \\ a_{22\tau} \end{bmatrix} = D_1 \begin{bmatrix} E_1' + (\lambda_1 - 1) F_1 \\ E_2' + (\lambda_2 - 1) F_2 \\ 0 \end{bmatrix} + D_2 \begin{bmatrix} 0 \\ E_1' + (\lambda_1 - 1) F_1 \\ E_2' + (\lambda_2 - 1) F_2 \end{bmatrix},$$

величины E_1', E_2', F_1', F_2' представляют собой функции E_1, E_2, F_1, F_2, продифференцированные по θ.

В случае линейной трещины выражения (5), (6) принимают вид

$$W_\sigma = \frac{1}{r} \left[a_{11\sigma} C_1^2 + a_{12\sigma} C_1 C_2 + a_{22\sigma} C_2^2\right]; \tag{7}$$

$$W_\tau = \frac{1}{r} \frac{1}{32\mu} \left[C_1 \left(\sin\frac{\theta}{2} + \sin\frac{3\theta}{2}\right) + C_2 \left(\cos\frac{\theta}{2} + 3\cos\frac{3\theta}{2}\right)\right]^2, \tag{8}$$

где

$$\begin{bmatrix} a_{11\sigma} \\ a_{12\sigma} \\ a_{22\sigma} \end{bmatrix} = \frac{1}{32\mu} \begin{bmatrix} (8k-7)\cos^2(\theta/2) - 2\cos(\theta/2)\cos(3\theta/2) + \cos^2(3\theta/2) \\ -(8k-9)\sin\theta + 4\sin(2\theta) - 3\sin 3\theta \\ (8k-7)\sin^2(\theta/2) - 6\sin(\theta/2)\sin(3\theta/2) + 9\sin^2(3\theta/2) \end{bmatrix}.$$

Согласно [1] разрушение происходит при следующих условиях:

1) начальное развитие трещины из вершины острого V-образного выреза происходит в направлении θ_c, для которого плотность энергии деформации W_σ или W_τ достигает максимального значения;

2) инициирование трещины происходит в направлении θ_c (см. условие 1), когда максимальное значение W_σ или W_τ достигает критического значения $W_{\sigma c}$ или $W_{\tau c}$, характерного для данного материала.

Иными словами, имеется два возможных варианта возникновения разрушения в вершине V-образного выреза: путем разрыва в направлении θ_c, для которого значение W_σ максимально, или путем сдвига в направлении θ_c, для которого максимально значение W_τ. Критические значения $W_{\sigma c}$ или $W_{\tau c}$ для соответствующих углов θ_c вычисляются по формулам (5), (6) с использованием критических коэффициентов C_{1c}, C_{2c}, полученных экспериментально.

Для оценки разрушения необходимо определить критическое расстояние r_c от вершины V-образного выреза до рассматриваемого объема, где известны критические значения $W_{\sigma c}$ или $W_{\tau c}$. Согласно [1] при хрупком разрушении расстояние r_c полагается равным радиусу цилиндрической центральной зоны вблизи вершины V-образного выреза (внутри этой зоны вследствие сингулярности напряжений и разрыхления материал нельзя считать сплошной средой).

При квазихрупком разрушении возникают пластические деформации. Нарушение несплошности происходит внутри незначительной по размерам зоны пластичности в вершине V-образного выреза. Следует отметить, что использование при этом теории упругости, на которой базируется рассматриваемая теория разрушения, имеет условный характер.

Критерии W_σ, W_τ при квазихрупком разрушении образца с исходной линейной трещиной (пример 1). Согласно [3] при испытании на разрушение образцов с трещиной длиной l, изготовленных из специальной высокопрочной стали марки 10ХСНД ($\mu = 0{,}78 \cdot 10^5$ МПа), подвергнутой термодеформационному воздействию (температура 380 ± 5 °С, напряжение растяжения 300 МПа) в течение 8 мес, получено значение коэффициента интенсивности напряжений $K_{\mathrm{I}c} = 2100$ Н/мм$^{3/2}$. Испытывались на статический изгиб в условиях плоской деформации при воздействии сосредоточенной силы P образцы с линейной трещиной (рис. 2). Размеры пластической зоны оценивались с использованием критерия Мизеса.

На рис. 3 показано напряженное состояние вблизи вершины трещины при следующих начальных данных: $\mu = 0{,}78 \cdot 10^5$ МПа, $C_1 = 400$ Н/мм$^{3/2}$, $C_2 = 0$, $r_c = 1$ мм, $k = 1{,}8$. Коэффициент интенсивности напряжений C_1 и радиус r_c выбирались произвольно. На рис. 3 видно, что для критической величины угла $\theta_c = 0$ в вершине исходной трещины ($\tau_{r\theta} = 0$) напряжения $\sigma_r = \sigma_\theta$, т. е. в элементарном объеме в зоне вершины трещины в плоскости xy имеет место напряженное состояние, которое способствует разрыхлению материала. С учетом того что напряжение $\sigma_z = \nu(\sigma_r + \sigma_\theta)$ отличается от напряжений σ_r, σ_θ, в этом элементарном объеме может также иметь место развитие пластичности.

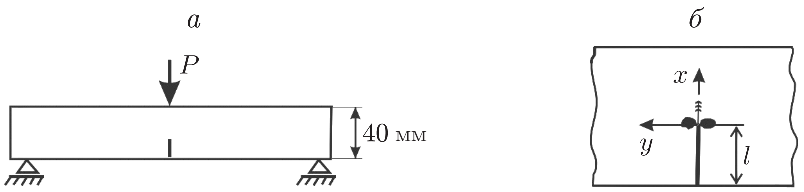

Рис. 2. Схема испытания на изгиб (*а*) и зона пластических деформаций в момент зарождения трещины (*б*) для образца с линейной трещиной

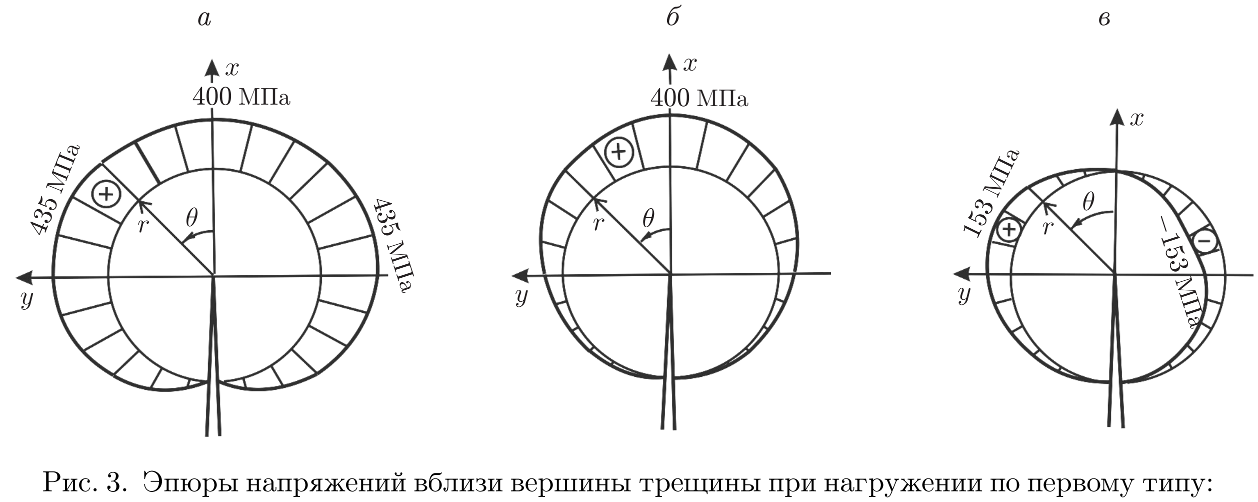

Рис. 3. Эпюры напряжений вблизи вершины трещины при нагружении по первому типу: *а* — σ_r, *б* — σ_θ, *в* — $\tau_{r\theta}$

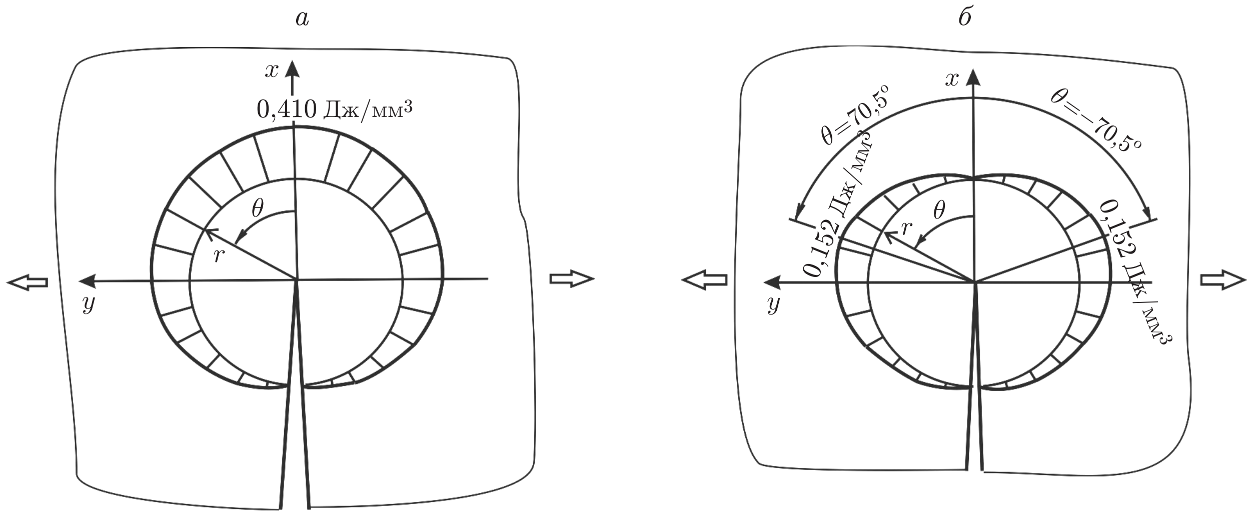

Рис. 4. Эпюры плотности энергии деформации для линейной трещины при нагружении по первому типу:
а — W_σ, *б* — W_τ; стрелки — направление растяжения

По формулам (7), (8) построены эпюры плотности энергии деформации W_σ, W_τ для линейной трещины при нагружении по первому типу при указанных выше начальных данных и $\nu = 0{,}3$ (рис. 4). Как и предполагалось, максимальное значение $W_\sigma = 0{,}410$ Дж/мм^3 (см. рис. 4,*а*) достигается при $\theta_c = 0$, а максимальное значение $W_\tau = 0{,}152$ Дж/мм^3 (см. рис. 4,*б*) — при $\theta_c = \pm 70{,}5°$.

Вычислим значение $K_{\mathrm{I}c}$ по формуле $C_{1c} = K_{\mathrm{I}c}/\sqrt{2\pi}$ (в этом примере $C_2 = K_{\mathrm{II}} = 0$) и подставим полученный результат в формулу (7) для случая $\theta_c = 0$ и в формулу (8) для случая $\theta = \pm 70{,}5°$ (см. рис. 4). Получаем критическое значение $W_{\sigma c} = 5{,}29$ Дж/мм^3 (которое реализовано в эксперименте) для $\theta_c = 0$ и текущее значение $W_\tau = 1{,}86$ Дж/мм^3 (которое не реализовано) для $\theta = \pm 70{,}5°$. Необходимое для расчета $W_{\sigma c}$, W_τ значение критического радиуса $r_c = 0{,}340$ мм взято из [4] для близкой по прочностным свойствам стали марки 4140 (ASTM A29/A29M) ввиду отсутствия экспериментального значения для исследуемой стали марки 10ХСНД.

Согласно [1] вычисленное значение $W_{\sigma c} = 5{,}29$ Дж/мм^3 для образца с трещиной, которая может рассматриваться как V-образный острый вырез с углом раскрытия $\alpha = 0$, является универсальной механической характеристикой стали марки 10ХСНД, подвергнутой термодеформационному воздействию, вблизи вершины острого V-образного выреза независимо от величины угла раскрытия α.

Критерии W_σ, W_τ при квазихрупком разрушении образца с V-образным вырезом (пример 2). Рассматривается модель симметричного сварного соединения с двумя угловыми швами (рис. 5) из стали марки 10ХСНД, подвергнутой статическому изгибу в условиях плоской деформации.

Оба угла в области перехода от наплавленного металла к основному металлу интерпретируются как острые V-образные вырезы с углом раскрытия $\alpha = 120°$.

Для данной модели сварного соединения имеем [5]

$$C_{1\alpha} = 0{,}668\,\frac{Pl/2}{bh^{1+\lambda_1}}; \tag{9}$$

$$C_{2\alpha} = -0{,}674\,\frac{Pl/2}{bh^{1+\lambda_2}}, \tag{10}$$

где $b = 100$ мм — ширина образца; $\lambda_1 = 0{,}616$, $\lambda_2 = 1{,}149$ — собственные числа.

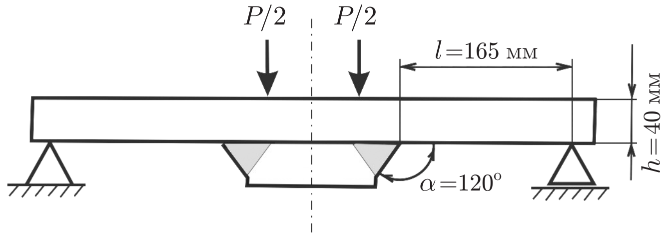

Рис. 5. Модель сварного соединения с угловыми швами

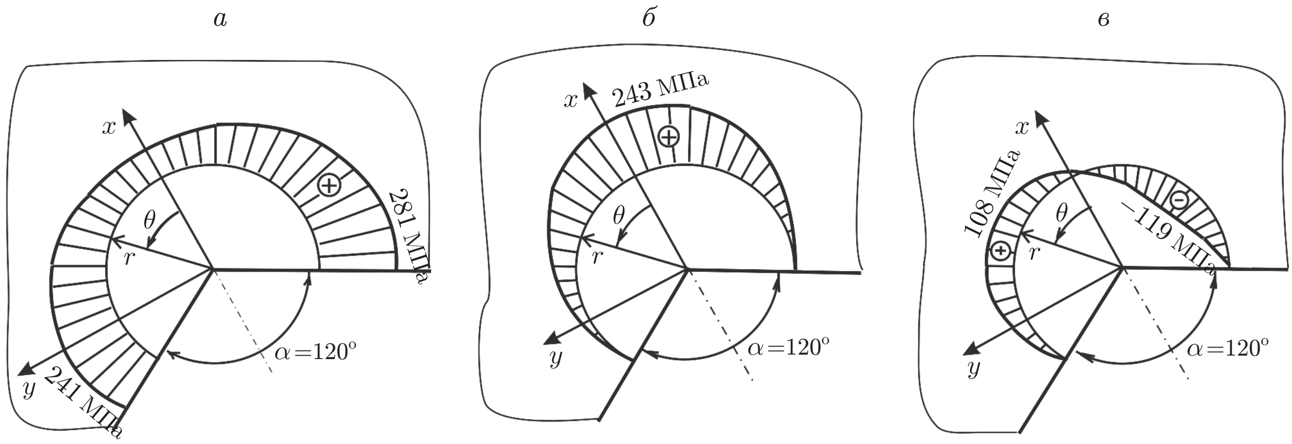

Рис. 6. Эпюры напряжений вблизи вершины V-образного выреза модели сварного соединения:
а — σ_r, *б* — σ_θ, *в* — $\tau_{r\theta}$

С использованием выражений для напряжений (3), а также формул (9), (10) при некоторой произвольной нагрузке $P = 100$ кН построены эпюры напряженного состояния вблизи вершины V-образного выреза в рассматриваемой модели при совместном нагружении первого и второго типов (рис. 6). Эпюры напряжений позволяют определить начальное направление развития трещины с использованием критериев W_σ, W_τ.

На рис. 7 представлены эпюры плотности энергии деформации W_σ, W_τ для рассматриваемой модели при той же нагрузке $P = 100$ кН ($\mu = 0{,}78 \cdot 10^5$ МПа, $r_c = 1$ мм, $k = 1{,}8$), построенные по формулам (5), (6) с учетом (9), (10). Из рис. 7,*а* следует, что критической величиной угла является угол $\theta_c = -110^\circ$, максимальным растягивающим напряжением — σ_r (см. рис. 6). Это означает, что сначала трещина должна распространяться перпендикулярно указанному направлению: $\theta_{cr} = \theta_c + 90^\circ = -20^\circ$. Из рис. 7,*б* следует, что критической величиной угла является $\theta_c = -63^\circ$, при которой максимальные по модулю касательные напряжения $\tau_{r\theta}$ отрицательны (см. рис. 6). В данном случае направление образования трещины $\theta_{cr} = \theta_c = -63^\circ$.

Согласно представленной модели (см. рис. 5) были изготовлены и испытаны на статический изгиб до разрушения две серии сварных образцов [6]. Первая серия образцов (рис. 8,*а,б*) испытывалась в исходном состоянии материала, т. е. при отсутствии термодеформационного воздействия, вторая серия (рис. 8,*в,г*) — после термодеформационного воздействия, описанного в примере 1. Указанное воздействие привело к существенному повышению прочности и уменьшению пластичности металла сварного образца. На рис. 8 показаны зоны пластичности в момент образования трещины, вычисленные с использованием критерия Мизеса.

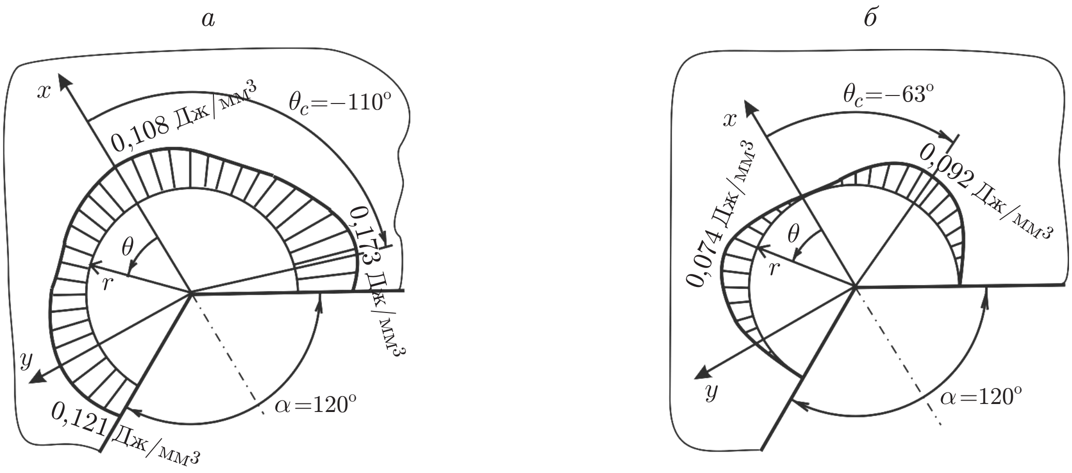

Рис. 7. Эпюры плотности энергии деформации W_σ (*а*), W_τ (*б*) вблизи вершины V-образного выреза модели сварного соединения

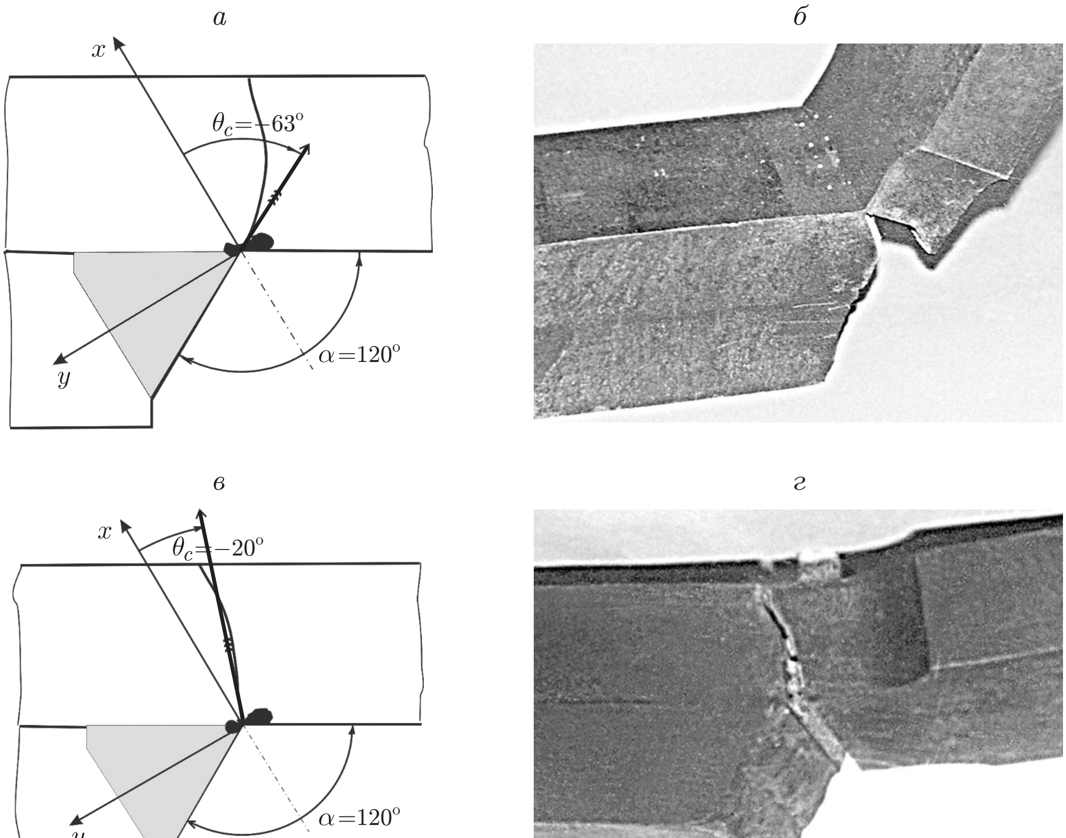

Рис. 8. Схемы разрушения (*а, в*) и фотографии разрушенного сварного образца (*б, г*):
а, б — в исходном состоянии металла, *в, г* — после термодеформационного воздействия; утолщенные стрелки — начальные направления образования трещины; кривая — траектория развития трещины

При изготовлении экспериментальных образцов граница между наплавленным и основным металлами создавалась искусственно путем электроэрозии (для получения острого V-образного выреза). Данная граница имитировала возможный подрез при некачественном выполнении сварки при промышленном производстве.

На рис. 8 видно, что начальные направления образования трещины в рассматриваемых сварных образцах различаются. На рис. 8,*а,б* показано предсказанное выше направление разрушения для чистого сдвига $\theta_{cr} \simeq -63^\circ$, следовательно, этот случай должен оцениваться с помощью критерия W_τ. На рис. 8,*в,г* имеет место предсказанное направление образования трещины $\theta_{cr} \simeq -20^\circ$. Сравнение расчетных и экспериментальных данных показывает, что влияние остаточных сварочных напряжений на начальное направление разрушения несущественно.

С использованием полученных в [6] значений критических нагрузок в момент возникновения трещин в сварных образцах ($P_c = 316$ кН для образца, показанного на рис. 8,*а,б*, $P_c = 397$ кН для образца, показанного на рис. 8,*в,г*), а также формул (9), (10) вычислены критические значения коэффициентов интенсивности напряжений $C_{1\alpha c}$, $C_{2\alpha c}$. Для образца, показанного на рис. 8,*а,б*, $C_{1\alpha c} = 449$ Н/мм^{1,616}, $C_{2\alpha c} = -63$ Н/мм^{2,149}, для образца, показанного на рис. 8,*в,г*, $C_{1\alpha c} = 564$ Н/мм^{1,616}, $C_{2\alpha c} = -80$ Н/мм^{2,149}.

Для того чтобы определить критический радиус r_c для рассматриваемых сварных образцов, целесообразно провести микроисследование металла непосредственно вблизи вершины V-образного выреза для выявления зоны разрыхления перед началом образования трещины. Для примера 2 такое исследование не проводилось, радиус $r_c = 0{,}384$ мм был вычислен, когда определялась универсальная характеристика $W_{\sigma c} = 5{,}29$ Дж/мм^3 (см. пример 1) вблизи вершины V-образного выреза сварного образца (см. рис. 8,*в,г*). Для образца с линейной трещиной (пример 1) $r_c = 0{,}340$ мм. Таким образом, значения радиусов r_c для образцов с линейной трещиной и с V-образным вырезом различаются несущественно.

С использованием критических значений $C_{1\alpha c}$, $C_{2\alpha c}$, r_c и формул (5), (6) для сварного образца, показанного на рис. 8,*а,б*, получены значения плотности энергии деформации $W_\sigma = 3{,}35$ Дж/мм^3 при $\theta_c = -110^\circ$ и критической плотности энергии деформации $W_{\tau c} = 1{,}82$ Дж/мм^3 при $\theta_{cr} = \theta_c = -63^\circ$. Заметим, что в момент появления трещины в сварном образце (см. рис. 8,*а,б*) практически достигается только критическая плотность $W_{\tau c}$, которую можно рассматривать в качестве универсальной характеристики разрушения стали марки 10ХСНД в исходном состоянии (при отсутствии термодеформационного воздействия).

Для сварного образца, показанного на рис. 8,*в,г* (при наличии термодеформационного воздействия на материал), реализовано универсальное критическое значение $W_{\sigma c} = 5{,}29$ Дж/мм^3 для $\theta_c = -110^\circ$ ($\theta_{cr} = -20^\circ$), полученное в примере 1; нереализованное текущее значение $W_\tau = 2{,}88$ Дж/мм^3 при $\theta_c = -63^\circ$ вычислено по формуле (5).

Заключение. В работе предложен новый теоретический подход для оценки разрушения тел с острым V-образным вырезом.

Рассмотренные примеры позволяют сделать следующие выводы. При наличии известных экспериментальных значений $K_{\mathrm{I}c}$ (и (или) $K_{\mathrm{II}c}$) для квазихрупкого материала можно численно определять критические нагрузки для начального момента разрушения и начальное направление образования трещины для любых плоских деталей и конструкций из того же материала с острыми V-образными вырезами при любых заданных углах раскрытия. Необходимое для расчетов значение радиуса r_c с достаточной для экспериментальных исследований степенью точности можно определить, проводя испытания образцов с линейной трещиной.

Используемые в примере 2 значения критических нагрузок P_c имели погрешность оценки их средних значений (коэффициент вариации) менее 0,02 при доверительной вероятности 0,9. Максимальный разброс средних значений P_c составил ± 3 %, максимальный разброс критических плотностей энергии $W_{\sigma c}$, $W_{\tau c}$ — ± 6 %.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Овчаренко Ю. Н.** Локальная плотность энергии деформации в окрестности острых V-образных вырезов в пластинах // ПМТФ. 2013. Т. 54, № 6. С. 161–169.
2. **Sih G. C., Ho J. W.** Sharp notch fracture strength characterized by critical energy density // Theor. Appl. Fract. Mech. 1991. V. 16. P. 179–214.
3. **Аниковский В. В., Карзов Г. П.** Исследование сопротивления хрупкому разрушению сварных элементов конструкций с учетом длительного термического старения по критериям механики разрушения // Вопросы судостроения. Сер. 8. Металлургия и сварка. Л.: Судостроение, 1973. С. 10–14.
4. **Wong A. K.** On the application of the strain energy density theory in predicting crack initiation and angle of growth // Engng Fract. Mech. 1997. V. 27, N 2. P. 157–170.
5. **Овчаренко Ю. Н.** Теория и практика V-образных вырезов в механике разрушения. Тула: Тул. гос. ун-т, 2003.
6. **Овчаренко Ю. Н.** Оценка работоспособности сварных соединений с угловыми швами с использованием механики разрушения: Дис. ... канд. техн. наук. М., 1981.

Поступила в редакцию 24/IV 2014 г.,
в окончательном варианте — 25/VI 2014 г.