

пунктирные линии на рис. 3, 5 — характерные частоты $\Omega_2 = \bar{a}_2^{-2}$ и $\bar{\Omega}_1 = \bar{a}_1^{-2}$ ($\bar{a}_1 \leq \bar{a}_2$), а горизонтальные на рис. 4, 6 — уровни «полочек», отвечающие равновесной скорости звука со стороны фазы мелких частиц $\bar{C}_{e1} = \{(1 + m_1 \bar{c}) / [(1 + m_1)(1 + m_1 \bar{c}_1)]\}^{-1/2}$, $m_1 = m\varphi / (1 + \varphi)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Marble F. E. Dynamics of dusty gases // Annual Rev. Fluid Mech.— Palo Alto, 1970.— V. 2. Рус. пер. Механика.— 1971.— № 6.
2. Ивандаев А. И. Распространение малых возмущений в двухфазных смесях пара с каплями // Акуст. журн.— 1978.— Т. 24, № 1.
3. Гумеров Н. А., Ивандаев А. И. Особенности распространения высокочастотных акустических возмущений в паро- и газозвесах // ПМТФ.— 1985.— № 6.
4. Борисов А. А., Вахгельт А. Ф., Накоряков В. Е. Распространение длинноволновых возмущений конечной амплитуды в газозвесах // ПМТФ.— 1980.— № 5.
5. Тараканов С. В., Тодес О. М. Приближение Бюргера для плоских длинноволновых возмущений в аэрозвесах // ПМТФ.— 1982.— № 1.
6. Temkin S., Dobbins R. A. Measurement of attenuation and dispersion of sound by an aerosol // J. Acoust. Soc. Amer.— 1966.— V. 40, N 5.
7. Гумеров Н. А. Распространение слабых монохроматических волн в полидисперсных газозвесах // IV Всесоюз. школа молодых ученых и специалистов «Современные проблемы теплофизики»: Тез. докл.— Новосибирск, 1986.
8. Нигматуллин Р. И. Основы механики гетерогенных сред.— М.: Наука, 1978.
9. Ивандаев А. И. Законы взаимодействия фаз в акустике газозвесей // Акуст. журн.— 1985.— Т. 31, № 4.
10. Радовский И. С. О расчете скорости и декремента затухания звука в полидисперсных парожидкостных средах // ТВТ.— 1979.— Т. 17, № 2.

Поступила 6/V 1987 г.

УДК 532.526

УСТОЙЧИВОСТЬ ТОНКИХ ПЛЕНОК ЖИДКОСТИ

Н. А. Дунаевский, В. П. Решетин, Р. И. Солоухин

(Минск)

Во многих практически важных случаях толщина пленок жидкости, покрывающих поверхность твердого тела, составляет по порядку величины 10—100 нм. На поверхности молекулярных кристаллов пленки такой толщины образуют органические жидкости, аналогично при полном или частичном смачивании тонкими пленками растекаются красители, смазки и т. и. [1]. При лазерном плавлении или демееталлизации в результате быстрого нагрева возникают пленки расплава, толщина которых также 10—100 нм. Вопрос об устойчивости пленки расплава является существенным как для анализа взаимодействия излучения с веществом (поглощение, рассеяние и т. п.), так и для обеспечения высокого качества пленок при лазерной обработке.

Несмотря на пригодность макроскопического описания в целом, гидродинамика течения тонких пленок и условия их гидростатического равновесия в значительной мере определяются дальнедействующими силами Ван-дер-Ваальса (ВдВ), а также электростатическими силами двойного слоя, локализованными вблизи границы раздела фаз. С использованием моделей таких взаимодействий [1—3] в данной работе определяются условия динамической устойчивости пленок и даются оценки инкремента развития малых возмущений поверхности*.

Плотность энергии сил ВдВ $E(\delta)$ определяется следующим образом [1, 2, 5]:

$$E(\delta) = \begin{cases} \frac{\hbar \omega_0}{16\pi^2 \delta^2}, & \delta < \bar{\lambda}, \\ \frac{\alpha_0 \hbar \omega_0 \bar{\lambda}}{16\pi^2 \delta^3}, & \delta > \bar{\lambda}. \end{cases}$$

Здесь δ — толщина пленки жидкости; \hbar — постоянная Планка; ω_0 —

* Термодинамическая устойчивость тонких пленок подробно исследована (см., например, [4]).

характерная частота; $\alpha_0 \sim 1$ — безразмерная константа; $\lambda = 2\pi\bar{\lambda} \approx \sim 8 \cdot 10^{-8}$ м. Знак ω_0 изменяется в зависимости от сил (притяжения или отталкивания), которые действуют на пленку жидкости.

На границе раздела вода — твердое тело формируется двойной слой разноименных зарядов. Возникающая сила «расклинивающего» давления (сила двойного слоя) вычислена в [6]. Так, при $\delta \geq k_d^{-1}$ (k_d^{-1} — длина экранировки: $k_d^{-1} \sim 30$ нм)

$$(1) \quad E(\delta) = C \exp(-2k_d\delta) / 2k_d.$$

Для одновалентных ионов константа $C = 64nk_dT\text{th}(\Psi_0 e/k_d T)$ (Ψ_0 — потенциал поверхности подложки, n — плотность ионов). Из-за большой диэлектрической проницаемости воды электростатическое поле за пределами пленки пренебрежимо мало. (Согласно экспериментальным данным [1], для пленок воды толщиной $\sim 4 \cdot 10^{-8}$ м плотность энергии далекодействующих сил $E(\delta) \sim \ln \delta$.)

Исследуем развитие малых возмущений на поверхности тонких пленок жидкости. При изменении толщины пленок на величину $\epsilon = \delta - \delta_0$ (δ_0 — толщина пленки в отсутствие возмущений) изменяется давление на свободную поверхность жидкости:

$$\delta p = (-\alpha \Delta \epsilon + \rho g \epsilon + E''(\delta_0) \epsilon)$$

($E'' = d^2 E/d\delta^2|_{\delta=\delta_0}$, α — коэффициент поверхностного натяжения на свободной поверхности жидкости). Линеаризуя уравнения гидродинамики относительно малой амплитуды смещения (параметр малости $\max\{\epsilon/\lambda; \epsilon/\delta_0\} \ll 1$, λ — длина волны), нетрудно получить дисперсионное уравнение для гравитационно-капиллярных волн [7], «исправленное» на случай воздействия далекодействующих сил:

$$(2) \quad \omega^2 = (ak + \alpha k^3/\rho) \text{th} \lambda \delta_0 \quad (a = g + E''(\delta_0)/\rho).$$

Знак и значение ускорения a могут изменяться в зависимости от свойств жидкости и подложки. Рассмотрим некоторые наиболее характерные случаи. При $\omega_0 < 0$, когда далекодействующие силы отталкивают жидкость, поверхность пленки может оказаться неустойчивой по отношению к развитию малых возмущений. Запишем условие возникновения неустойчивости

$$(3) \quad g + E''(\delta_0)/\rho < 0,$$

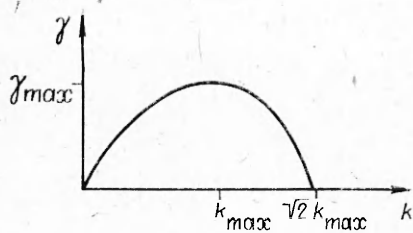
позволяющее найти критическую толщину пленки δ_* , начиная с которой пленка жидкости становится неустойчивой (при $\delta_0 < \delta_*$). Так, когда на границе подложка — жидкость действуют силы ВдВ, δ_* определяется выражением

$$\delta_* = \begin{cases} \left(\frac{3}{8} \frac{\hbar |\omega_0|}{\pi^2 \rho g} \right)^{1/4}, & \delta_* < \bar{\lambda}, \\ \left(\frac{3}{4} \frac{\hbar |\omega_0| \alpha \bar{\lambda}}{\pi^2 \rho g} \right)^{1/5}, & \delta_* > \bar{\lambda}. \end{cases}$$

Зависимость инкремента неустойчивости от волнового числа k приведена на рисунке. При $k_{\max} = (|a|\rho/2\alpha)^{1/2}$, $k\delta_0 \ll 1$ достигается максимальный инкремент неустойчивости

$$(4) \quad \gamma_{\max} = \text{Im} \omega = (\delta_0 \rho / \alpha)^{1/2} a / 2.$$

Для пленки жидкости с параметрами $\delta_0 \sim 10^{-6}$ см, $\rho \sim 2$ г/см³, $\alpha \sim 20$ эрг/см² инкремент неустойчивости по порядку величины $\gamma_{\max} \sim \sim |a|/3g$ (с) при $k_{\max} \sim 7 (|a|/g)^{1/2}$ (см⁻¹). В качестве примера укажем, что для $\omega_0 \sim 10^{14}$ с⁻¹ и $\delta_0 \sim 10^{-6}$ см $|a|/g \sim 3\hbar|\omega_0|/(8\pi^2\delta_0^4\rho g) \sim 10^7$, $\gamma_{\max}^{-1} \sim \sim 0,3$ мкс и $k_{\max}^{-1} \sim 1$ мкм. В случае, когда выполнено условие неустойчивости (3), давление жидкости убывает по направлению от поверхности к подложке. Возникающая при изменении толщины пленки сила стремится увеличить амплитуду возмущения. Стабилизирующее действие оказы-



задают капиллярные силы на свободной поверхности, которых достаточно для того, чтобы стабилизировать коротковолновые возмущения с $k > \sqrt{2} k_{max}$.

При $a > 0$ ($\omega_0 > 0$, $\omega_0 < 0$) «гравитационно»-капиллярные волны устойчивы (сохранив название «гравитационно»-капиллярные волны, мы хо-

тели бы обратить внимание, что при $|a| \gg g$ роль «гравитационных» сил играют силы ВдВ или силы двойного слоя). Когда выполнены неравенства $a \gg g$ и $k \gg (\rho g/\alpha)^{1/2}$, дисперсионное уравнение упрощается: $\omega = \sqrt{a\delta_0}k$. Фазовая скорость волн на тонкой пленке жидкости определяется действующими силами вблизи границы раздела фаз.

При неоднородном нагреве «гравитационно»-капиллярные волны на поверхности тонких пленок могут оказаться неустойчивыми даже в случае, если условие возникновения неустойчивости (3) не выполнено [8]. При вычислении инкремента и порога возникновения неустойчивости в формулах из [8] следует сделать замену $g \rightarrow a$. Численные отличия, связанные с такой заменой, могут быть достаточно велики. Так, отношение порогов возникновения неустойчивости с учетом и без учета сил ВдВ при $k\delta_0 \ll 1$ составляет a/g . Зависимость инкремента неустойчивости от a имеет более сложный вид [8].

Приведем вычисления ускорения a для пленок жидкости, стационарные состояния которых описаны в [1, 9]. При $\omega_0 > 0$ и полном смачивании нелетучие жидкости образуют на сухой подложке пленку толщиной

$$(5) \quad \delta_{01} = \left(\frac{\hbar\omega_0\bar{\lambda}}{6\pi^2\rho g} \right)^{1/5},$$

которая по порядку величины составляет ~ 30 нм. При выводе (5) полагалось, что разность $\Delta = \alpha_{SO} - \alpha_{SL} - \alpha = 0$, где α_{SO} , α_{SL} , α — коэффициенты поверхностного натяжения для границ сухая подложка — воздух, подложка — жидкость, жидкость — пары, Δ определяет способность пленки к растеканию по подложке. Когда пленка жидкости растекается по влажной подложке, имеем [1]

$$(6) \quad \delta_{02} = [\hbar\omega_0\bar{\lambda}/16\pi^2\rho g]^{1/5}.$$

При $0 < \Delta < 1$ толщина пленки жидкости определяется как [8]

$$(7) \quad \delta_{03} = [\hbar\omega_0/64\pi^3\Delta]^{1/2} \quad (\delta_{03} < \bar{\lambda});$$

при воздействии на пленку электростатических сил (1) [1]

$$(8) \quad \delta_{04} = (1/2k_d) \ln(C/\Delta k_d).$$

Подставляя формулы (5) — (8) в выражение (2), получим

$$a = \begin{cases} 2,5g, & \delta = \delta_{01}, \\ 5g, & \delta = \delta_{02}, \\ \left(\frac{3\hbar\omega_0}{8\pi^2\delta_{03}^4\rho g} + 1 \right) g, & \delta = \delta_{03}, \\ \left[\frac{2k_d C}{\rho g} \exp(-2k_d\delta_{04}) + 1 \right] g, & \delta = \delta_{04}. \end{cases}$$

В случаях, когда $\delta = \delta_{03}$ и $\delta = \delta_{04}$, a превышает ускорение свободного падения по порядку величины. Таким образом, силы притяжения ВдВ или силы двойного слоя оказывают стабилизирующее действие на развитие малых возмущений поверхности, что значительно увеличивает порог неустойчивости неоднородно нагретой пленки жидкости.

Развитие малых возмущений на поверхности жидкости может приводить к разрушению тонких пленок на нелинейной стадии неустойчивости.

При лазерном проплавлении образование затравочного рельефа на тонких пленках расплава также играет важную роль, определяя в более поздние моменты времени рассеяние и поглощение излучения на поверхности материала.

Отметим, что масштаб локализации далекодействующих сил, как правило, не превышает $\sim 5 \cdot 10^{-8}$ м. Исключением являются расплавы полимеров с большим молекулярным весом ($M \sim 10^6$), для которых радиус действия сил на границе двух фаз ~ 10 мкм, а в некоторых случаях ~ 1 мм [1]. Указанное различие следует принимать во внимание при оценке инкремента неустойчивости (4).

Авторы благодарят С. А. Жданка и Л. А. Большова за обсуждение результатов работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. De Gennes P. G. Wetting: statics and dynamics // Rev. Mod. Phys.— 1985.— V. 57, N 3.
2. Лифшиц Е. М. Теория молекулярных сил притяжения между конденсированными телами // ДАН СССР.— 1954.— Т. 97, № 4.
3. Лифшиц Е. М. Теория молекулярных сил притяжения между твердыми телами // ЖЭТФ.— 1955.— Т. 29, вып. 1.
4. Дерягин Б. В. Теория устойчивости коллоидов и тонких пленок.— М.: Наука, 1984.
5. Wayner P. C. The interfacial profile in the contact line region at the Young-Dypré equation // J. Colloid Interface Sci.— 1982.— V. 88, N 1.
6. Фрумкин А. Об явлениях смачивания и прилипания пузырьков // ЖФХ.— 1938.— Т. 12, вып. 4.
7. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Гидродинамика.— М.: Наука, 1986.
8. Левченко Е. Б., Черняков А. А. Неустойчивость поверхностных волн в неоднородно-нагретой жидкости // ЖЭТФ.— 1981.— Т. 81, вып. 1.
9. Joanny J. F., de Gennes R. G. Physique des surfaces et des interfaces // C. r. acad. sci. Ser. II.— 1984.— Т. 299, N 10.

Поступила 10/VI 1987 г.

УДК 532.5 : 531.001.362

ПОДОБИЕ В ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ЗАДАЧЕ ПРОНИКАНИЯ ТВЕРДЫХ ТЕЛ В ИДЕАЛЬНУЮ НЕСЖИМАЕМУЮ ЖИДКОСТЬ

Ф. М. Бородич
(Москва)

В линейной постановке рассматривается пространственная задача о начальной стадии вертикального проникания затупленных твердых тел в идеальную несжимаемую жидкость.

Задачи о взаимодействии конструкций с жидкостью возникли при рассмотрении посадки гидросамолетов [1], а затем интенсивно изучались в связи с другими вопросами техники (см. [2—4], а также приведенные там обзоры). Эти задачи очень сложны и в основном могут быть решены только численно. Для проверки точности численных схем особое значение имеют случаи, поддающиеся аналитическому исследованию. Как и в других областях механики [5], большой класс таких случаев связан с явлением автомодельности.

Автомодельные задачи о проникании твердых тел (конусов или клиньев) в жидкость в линейной и нелинейной постановках рассматривались во многих работах [3, 4, 6, 7]. В [6] указано, что движение несжимаемой жидкости при проникании в нее конуса будет автомодельным в случае, когда скорость проникания зависит от времени по степенному закону. В [1] отмечено, что при рассмотрении проникания необходимо учитывать подъем свободной поверхности жидкости, который приводит к увеличению смачиваемой поверхности тела. В [8] в линейной постановке сделана попытка получения автомодельного решения задачи о проникании с постоянной скоростью в жидкость эллиптического параболоида; при этом на границу области смачивания не были наложены дополнительные условия (типа Вагнера или Кармана — Пабста [2]), в результате такая постановка не обеспечивала единственность решения. В данной работе показано, что рассматриваемая задача (в линейной постановке с учетом подъема свободной поверхности жидкости) автомодельная при скоростях проникания, изменяющихся во времени по степенному закону для широкого класса тел, форма поверхности которых описывается положительной однородной функцией.