АНАЛИЗ И СИНТЕЗ СИГНАЛОВ И ИЗОБРАЖЕНИЙ

УДК 621.301

ОЦЕНИВАНИЕ АМПЛИТУДНО-ФАЗОВОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ШИРОКОПОЛОСНЫХ СИГНАЛОВ МЕТОДОМ СОБСТВЕННЫХ ВЕКТОРОВ

Н. Г. Пархоменко, Н. М. Иванов

Федеральное государственное унитарное предприятие
«Государственное конструкторское бюро "Связь"»,
344010, г. Ростов-на-Дону, просп. Соколова, 96
E-mail: gkbsviaz@gin.ru

В результате решения оптимизационной задачи предложен и исследован с применением численного эксперимента новый метод оценивания амплитудно-фазового распределения в многоэлементных антенных решётках, основанный на вычислении главного собственного вектора пространственной корреляционной матрицы и повышающий эффективность классических и сверхразрешающих методов пространственной локализации априорно неизвестных широкополосных сигналов.

Ключевые слова: обработка широкополосных сигналов, многоэлементные антенные решётки, амплитудно-фазовое распределение, когерентное усреднение, собственные векторы.

Введение. Основными задачами обработки сигналов пассивными многоэлементными антенными системами являются обнаружение сигналов и измерение их параметров, таких как центральная частота, полоса и энергия сигнала, а также угловые координаты источника радиоизлучения. Широкое использование сложных сигналов с низкой спектральной плотностью мощности в системах связи, локации, опознавания и других усиливает актуальность задачи оценки параметров данных сигналов.

Цель представленной работы — поиск метода повышения энергетической эффективности пространственной локализации априорно неизвестных широкополосных сигналов в многоэлементных антенных решётках.

Особенности алгоритмов пространственной локализации сигналов и постановка задачи. При решении задачи оценивания направления на источники радиоизлучения широко используются как классические, так и более совершенные методы с повышенным разрешением. Классический метод диаграммообразования с использованием N-элементной антенной решётки заключается в синтезе M-мерного вектора $\mathbf{D}$ комплексной диаграммы направленности вида

$$\mathbf{D} = \mathbf{A}^{+}\boldsymbol{\xi}_0$$

на заданной сетке направлений с азимутами α_m и углами места β_m, $m \in [0, M-1]$. Здесь $\mathbf{A}$ — фазирующая матрица (размера $N \times M$), явный вид элементов которой зависит от пространственной конфигурации антенной решётки и принятой модели волнового фронта; $\boldsymbol{\xi}_0$ — измеренное амплитудно-фазовое распределение (АФР) поля падающей электромагнитной волны на элементах решётки. Углы прихода α_0 и β_0 находятся по максимуму модуля комплексной диаграммы направленности, т. е. элементов вектора $\mathbf{D}$.

В методе сверхразрешения на основе неквадратичной регуляризации при построении углового распределения энергии электромагнитного поля пеленгуемых сигналов производится более сложное преобразование измеренного АФР [1, 2].

Таким образом, основной задачей обработки сигналов в многоэлементных антенных решётках является получение оценки вектора АФР $\boldsymbol{\xi}_0$. Для этого возможны различные способы, которые изложены в данной работе.

Рассмотрим наиболее общий способ предварительной обработки сигналов [3–5], который заключается в когерентном приёме и цифровой регистрации матрицы сигналов $\mathbf{G}$ ($N \times Q$, где N — число антенных элементов решётки, Q — число отсчётов сигналов). Применяя для перехода в частотную область дискретное преобразование Фурье к строкам матрицы сигналов $\mathbf{G}$, получим комплексную спектральную матрицу $\mathbf{S}_0 = (\mathbf{s}_0, \ldots, \mathbf{s}_{Q/2})$ ($N \times (Q/2+1)$), где $\mathbf{s}_q$, $q \in [0,\, Q/2]$, — столбцы матрицы $\mathbf{S}_0$, которые представляют собой одночастотные АФР. Для обнаружения сигнала в частотной области может использоваться, например, метод пространственной корреляции [3–5], который заключается в вычислении квадратной матрицы коэффициентов $\mathbf{K}$ ($(Q/2+1) \times (Q/2+1)$) пространственной корреляции сигналов с элементами

$$K_{kq} = \mathbf{s}_k^+ \mathbf{s}_q / \|\mathbf{s}_k\| \|\mathbf{s}_q\|,$$

где $k,\, q \in [0,\, Q/2]$, символ $(\cdot)^+$ означает эрмитово сопряжение, а евклидова норма вектора определяется соотношением $\|\mathbf{s}\|^2 = \mathbf{s}^+\mathbf{s}$. Локализация частотной области сигнала осуществляется сравнением с заданным порогом модулей элементов матрицы $\mathbf{K}$.

Если область существования сигнала (не обязательно односвязная) локализована, то в матрице $\mathbf{S}_0$ достаточно сохранить только сигнальные компоненты. Статистически устойчивая оценка АФР может быть найдена когерентным усреднением одночастотных АФР в локализованной полосе сигнала по формуле

$$\boldsymbol{\xi}_0 = \mathbf{S}_0 \mathbf{g}_j^+,$$

где $\mathbf{g}_j$ — вектор-строка матрицы $\mathbf{S}_0$; j — номер антенны, выбранной в качестве опорной. Этот метод естественно назвать методом когерентного усреднения. К недостаткам рассмотренного подхода следует отнести слабую эффективность при низких отношениях сигнал/шум, что характерно для обработки сложных сигналов с низкой спектральной плотностью мощности.

Существует другой метод оценивания АФР, основанный на сингулярном разложении матрицы $\mathbf{S}$ [6]. Рассмотрим метод оценивания АФР, тесно связанный с методом сингулярного разложения, — метод собственных векторов. Будем полагать, что мощные узкополосные сигналы обнаружены, обработаны и тем самым исключены из рассмотрения. Если групповое время запаздывания сигнала на апертуре решётки существенно меньше величины, обратной его полосе частот, то модель сигнала на элементах решётки можно записать как

$$\mathbf{S} = \boldsymbol{\xi}\mathbf{a}^+, \tag{1}$$

где $\boldsymbol{\xi}$ и $\mathbf{a}^+$ — неизвестные векторы АФР и спектра сигнала соответственно. Из (1) следует, что обработка сигнала в частотной и пространственной областях может выполняться раздельно. Тогда основная система уравнений, из которой находятся оценки векторов $\boldsymbol{\xi}$ и $\mathbf{a}$, записывается в виде

$$\mathbf{S}_0 = \boldsymbol{\xi}\mathbf{a}^+. \tag{2}$$

Алгоритм оценивания АФР методом собственных векторов. Решение системы (2) будем искать методом наименьших квадратов, поскольку в общем случае она оказывается сильно переопределённой.

Для невязки системы уравнений (2) запишем выражение

$$\sigma^2 = \mathrm{tr}((\mathbf{S}_0^+ - \mathbf{a}\boldsymbol{\xi}^+)(\mathbf{S}_0 - \boldsymbol{\xi}\mathbf{a}^+)), \tag{3}$$

где символ $\mathrm{tr}(\cdot)$ означает операцию взятия следа матрицы. Приравняв производные σ^2 по $\boldsymbol{\xi}^+$ и $\mathbf{a}^+$ к нулю, получим систему уравнений

$$\mathbf{S}_0\mathbf{a} = \|\mathbf{a}\|^2\boldsymbol{\xi}; \quad \mathbf{S}_0^+\boldsymbol{\xi} = \|\boldsymbol{\xi}\|^2\mathbf{a}. \tag{4}$$

Из N решений системы уравнений (4) надо выбрать то, которое доставляет минимум невязке σ^2. Для этого, учитывая возможность циклической перестановки сомножителей под знаком tr, переписываем выражение (3) в виде

$$\sigma^2 = \mathrm{tr}\Big(\mathbf{S}_0^+\mathbf{S}_0 - \mathbf{S}_0^+\boldsymbol{\xi}\mathbf{a}^+ - \boldsymbol{\xi}^+\mathbf{S}_0\mathbf{a} + \|\boldsymbol{\xi}\|^2\|\mathbf{a}\|^2\Big).$$

Отсюда с учётом (4) получаем

$$\sigma^2 = \mathrm{tr}(\mathbf{S}_0^+\mathbf{S}_0) - \|\boldsymbol{\xi}\|^2\|\mathbf{a}\|^2. \tag{5}$$

Следовательно, невязка σ^2 минимальна для решения с максимальным значением $\|\boldsymbol{\xi}\|^2\|\mathbf{a}\|^2$.

Нормируя векторы $\boldsymbol{\xi}$ и $\mathbf{a}$ на единицу, т. е. полагая $\mathbf{u} = \boldsymbol{\xi}/\|\boldsymbol{\xi}\|$, $\mathbf{v} = \mathbf{a}/\|\mathbf{a}\|$, и вводя обозначение $\mu = \|\boldsymbol{\xi}\|\|\mathbf{a}\|$, приходим к задаче разложения матрицы $\mathbf{S}_0$ по сингулярным числам [7, 8]:

$$\mathbf{S}_0\mathbf{v} = \mu\mathbf{u}, \quad \mathbf{S}_0^+\mathbf{u} = \mu\mathbf{v}.$$

Эта задача, как известно [8], имеет N решений — неотрицательных сингулярных чисел μ_n и соответствующих им нормированных векторов $\mathbf{u}_n$ и $\mathbf{v}_n$. Тогда из выражения (5) следует, что невязка принимает N значений

$$\sigma_n^2 = \mathrm{tr}(\mathbf{S}_0^+\mathbf{S}_0) - \mu_n^2,$$

а значит, если μ_0 — максимальное сингулярное число, то значение σ_0^2 минимально и оценкой вектора АФР будет вектор $\mathbf{u}_0$ [6].

Для получения вектора оценки АФР $\mathbf{u}_0$ нет необходимости решать задачу разложения матрицы $\mathbf{S}_0$ по сингулярным числам в полном объёме. Вектор $\mathbf{u}$ удовлетворяет уравнению на собственные значения

$$\mathbf{S}_0\mathbf{S}_0^+\mathbf{u} = \mu^2\mathbf{u},$$

следовательно, достаточно найти единственный собственный вектор $\mathbf{u}_0$ матрицы $\mathbf{S}_0\mathbf{S}_0^+$ с максимальным собственным значением. Такой метод оценивания АФР можно назвать методом собственных векторов.

Вектор $\mathbf{u}_0$ целесообразно находить методом Рэлея [9] или аналогичным ему итерационным методом для сингулярного разложения [6]. Эти методы, имея быструю сходимость, позволяют ограничиться нахождением единственного вектора $\mathbf{u}_0$.

Результаты моделирования. Для сравнения эффективности методов поставлен численный эксперимент, суть которого заключалась в следующем. Задавались тип антенного элемента и число отсчётов сигналов Q, выбирались геометрия, размеры и число элементов антенной решётки. Для каждого антенного элемента генерировались Q отсчётов сигнала, которые отличались только задержкой времени прихода относительно начала координат в соответствии с заданными углами прихода α_0 и β_0. Отсчёты сигналов подвергались дискретному преобразованию Фурье, в результате чего получалась матрица сигналов $\mathbf{S}_0$ в отсутствие шумов. Для каждого элемента решётки генерировались Q независимых отчётов гауссовского шума с заданной дисперсией, которые также подвергались дискретному преобразованию Фурье. В результате получалась спектральная матрица шума $\mathbf{H}$. Результирующая матрица сигналов находилась сложением матриц $\mathbf{S}_0$ и $\mathbf{H}$. Входное отношение сигнал/шум q_0 оценивалось как отношение суммарной энергии сигнала к суммарной энергии шума на всех антеннах в полосе частот сигнала:

$$q_0 = \mathrm{tr}(\mathbf{S}_0\mathbf{S}_0^+)/\mathrm{tr}(\mathbf{H}\mathbf{H}^+).$$

Истинное значение АФР $\boldsymbol{\xi}_0$ вычислялось по формуле

$$\xi_{0n} = G_n(\alpha_0, \beta_0)\exp\Big\{-2\pi i[r_n\cos\beta_0\cdot\cos(\alpha_0-\alpha_n) + z_n\sin\beta_0]f/c\Big\},$$

где r_n, α_n, z_n — цилиндрические координаты фазовых центров антенных элементов; f — центральная частота сигнала; c — скорость света в среде распространения; $G_n(\alpha, \beta)$ — диаграмма направленности n-го элемента.

Для сравнения эффективности методов необходимо иметь критерий близости найденных различными методами оценок АФР $\boldsymbol{\xi}$ с истинным значением $\boldsymbol{\xi}_0$. Для выработки такого критерия вводим невязку

$$\Delta = \|\boldsymbol{\xi}_0 - \gamma\boldsymbol{\xi}\|^2,$$

где γ — комплексный множитель, необходимый для согласования уровней $\boldsymbol{\xi}$ и $\boldsymbol{\xi}_0$. Величина Δ может служить оценкой энергии шума, вносимого в АФР шумами в каналах приёма. Минимизация Δ по γ приводит к следующему выражению:

$$\Delta = \|\boldsymbol{\xi}_0\|^2\Big(1 - |\boldsymbol{\xi}_0^+\boldsymbol{\xi}|^2/\|\boldsymbol{\xi}_0\|^2\|\boldsymbol{\xi}\|^2\Big).$$

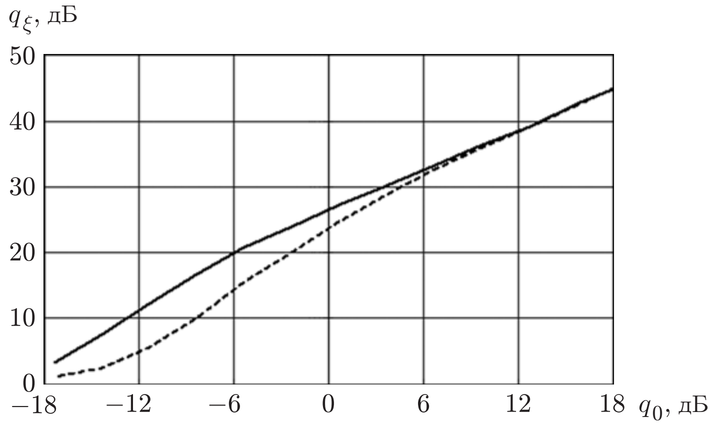
Тогда отношение сигнал/шум q_ξ для АФР можно найти из соотношения

$$q_\xi = \|\boldsymbol{\xi}_0\|^2/\Delta = \Big(1 - |\boldsymbol{\xi}_0^+\boldsymbol{\xi}|^2/\|\boldsymbol{\xi}_0\|^2\|\boldsymbol{\xi}\|^2\Big)^{-1}.$$

Определённая таким образом величина является искомым критерием близости оценки АФР и его истинного значения.

Численный эксперимент проводился для круговой эквидистантной решётки из вертикальных вибраторов с параметрами $N = 12$, $r = \lambda$, где λ — длина волны. Диаграмма направленности антенного элемента имеет вид $G(\alpha, \beta) = \cos(\beta)$. Для моделирования использовался шумоподобный сигнал с полосой частот 10 МГц. Число отсчётов Q варьировалось от 2^9 до 2^{12}.

Для нескольких значений входного отношения сигнал/шум q_0 проводилось по 100 статистических испытаний. При испытании выполнялись все операции, предписываемые каждым из методов оценивания АФР, и находились значения q_0 и q_ξ, которые затем усреднялись.



Отношение сигнал/шум для АФР при $Q = 2048$: сплошная кривая — метод собственных векторов, пунктирная кривая — метод когерентного усреднения

Один из результатов численного эксперимента приведён на рисунке. Показаны зависимости отношения сигнал/шум q_ξ для АФР от входного отношения сигнал/шум q_0. Из рисунка следует, что в области значений q_0 ниже 6 дБ метод собственных векторов превосходит метод когерентного усреднения на 3–7 дБ. При очень больших и очень малых значениях q_0 разница между ними стирается. С увеличением объёма выборки, т. е. времени накопления, сплошная и пунктирная кривые смещаются вверх примерно на 3 дБ на октаву.

Вычислительная сложность метода собственных векторов несущественно превышает сложность метода когерентного усреднения, поскольку для нахождения собственного вектора, соответствующего максимальному собственному значению, существуют простые итерационные методы, которые вследствие надлежащего выбора начального приближения быстро сходятся при минимальных вычислительных затратах на одну итерацию.

Заключение. В результате решения задачи оптимизации оценивания амплитудно-фазового распределения в многоэлементных антенных решётках в данной работе предложен метод собственных векторов, повышающий энергетическую эффективность классических и сверхразрешающих методов пространственной локализации априорно неизвестных широкополосных сигналов. Такой метод в отличие от известного метода когерентного усреднения предусматривает вычисление собственного вектора пространственной корреляционной матрицы одночастотных амплитудно-фазовых распределений, соответствующего максимальному собственному значению. Моделированием с использованием круговой антенной решётки и предложенного критерия сравнения эффективности методов оценивания АФР подтверждено, что метод собственных векторов при наиболее типичных значениях входного отношения сигнал/шум превосходит метод когерентного усреднения на 3–7 дБ при незначительном увеличении вычислительной сложности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Шевченко В. Н.** Вариационные методы оценивания параметров поля в условиях многолучевого распространения // Автометрия. 2003. **39**, № 4. С. 57–70.

2. **Шевченко В. Н., Иванов Н. М., Звездина Ю. А.** Метод неквадратичной регуляризации пространственных спектров с фильтрацией ложных составляющих // Автометрия. 2007. **43**, № 1. С. 3–9.

3. **Шевченко В. Н.** Непараметрический метод частотно-временной локализации энергии широкополосных сигналов в условиях априорной неопределенности // Автометрия. 2003. **39**, № 1. С. 28–36.

4. **Шевченко В. Н., Викулов П. Н.** Оптимальная частотно-временная локализация сигналов с расширенным спектром в многоэлементных антенных системах // Антенны. 2007. № 3(118). С. 59–63.

5. **Шевченко В. Н., Вертоградов Г. Г., Викулов П. Н.** Метод частотно-временной локализации сложных сигналов в условиях априорной неопределенности // Радиофизика. 2008. **51**, № 3. С. 264–272.

6. **Иванов Н. М.** Цифровая обработка сложных сигналов в многоэлементных антенных решетках // Радиотехника и электроника. 2007. **52**, № 2. С. 159–164.

7. **Марпл-мл. С. Л.** Цифровой спектральный анализ и его приложения. М.: Мир, 1990. 584 с.

8. **Беклемишев Д. В.** Дополнительные главы линейной алгебры. М.: Наука, 1983. 335 с.

9. **Ланкастер П.** Теория матриц. М.: Наука, 1978. 280 с.

Поступила в редакцию 26 апреля 2010 г.