

ГЕОЭЛЕКТРИКА И СТРОЕНИЕ ЛИТОСФЕРЫ

О ВОЗМОЖНОСТЯХ ОЦЕНКИ ЛАТЕРАЛЬНОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ ВЕРХНЕЙ МАНТИИ  
С ПОМОЩЬЮ ГЛОБАЛЬНОГО МАГНИТОВАРИАЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ

В.В. Плоткин, А.Ю. Белинская, П.А. Гаврыш

*Институт нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН, 630090, Новосибирск, просп. Коптюга, 3, Россия*

Для оценки латеральной неоднородности электропроводности верхней мантии обработаны данные наблюдений глобального магнитовариационного зондирования (МВЗ) на временных периодах от 1.2 до 6 суток с учетом их синхронной регистрации мировой сетью. Решение обратной задачи производится с помощью согласования между собой регистрируемых вариаций компонент геомагнитного поля по всей земной поверхности в процессе поиска распределения электропроводности внутри Земли. При обработке данных используется аппроксимация комплексных амплитуд временных гармоник с помощью разложений по сферическим гармоникам и процедура многократного усреднения получаемых при разных наборах сферических гармоник оценок их амплитуд. Сравнение расчетов электромагнитного поля в приближении плавно неоднородной среды и по точной программе подтверждает применимость указанного приближения. Обработаны данные наблюдений МВЗ для 15 магнитных бурь. Построены карты кажущейся электропроводности Земли по данным на рассмотренных временных периодах.

*Верхняя мантия, глобальное магнитовариационное зондирование, латеральная неоднородность электропроводности Земли, горячие поля мантии, аппроксимация сферическими гармониками.*

UPPER MANTLE LATERAL INHOMOGENEITY ESTIMATED USING GLOBAL MVS

V.V. Plotkin, A.Yu. Belinskaya, and P.A. Gavrysh

We processed synchronous observatory MVS data at periods from 1.2 to 6 days to estimate lateral conductivity variations in the upper mantle. The inverse problem for depth-dependent conductivity distribution was solved using correlation of the measured surface components of the geomagnetic field. We applied spherical harmonic expansion of the complex amplitudes of time harmonics and multiple averaging of the amplitudes obtained for different SH sets. The chosen approximation approach was tested by comparing the EM field simulated for a smoothly inhomogeneous Earth with the exact forward solution. The SHA-analyzed observatory data for fifteen magnetic storms were used to map global apparent conductivity variations.

*Upper mantle, global MVS, lateral variations of Earth's electrical conductivity, mantle hot fields, spherical harmonic analysis*

ВВЕДЕНИЕ

Для выяснения природы глубинных процессов необходимы данные по динамике и латеральной неоднородности коры и верхней мантии. Пока основным инструментом их получения являются сейсмические методы [Woodhouse, Dziewonski, 1984; Gung, Romanowicz, 2004]. Учитывая зависимость электропроводности от температуры [Constable и др., 1992; Heinson, 1999; Gatzemeier, Moorkamp, 2005], весьма актуально привлечь для той же цели электромагнитные методы. Однако их применение для исследований геодинамических процессов на указанных глубинах пока затруднительно по методическим причинам. До сих пор в основе методов электромагнитного зондирования Земли используется модель Тихонова—Каньяра [Жданов, 1986], которая базируется на приближении горизонтально-слоистой среды и вертикально падающей на нее плоской электромагнитной волны. Латеральные неоднородности среды и самого поля, возбуждаемого естественным и часто неизвестным источником, существенно затрудняют использование модели Тихонова—Каньяра [Рокитянский, 1981], поэтому необходимы другие подходы к интерпретации данных наблюдений.

С этой целью в работе [Плоткин, 2005] был предложен метод согласования компонент, который основан на предположении, что в общем случае связь между компонентами электромагнитного поля на дневной поверхности не локальна и определяется трехмерным распределением электропроводности в исследуемом объеме. Решение обратной задачи строится с учетом теоремы единственности — электро-

магнитное поле внутри некоторого объема определяется горизонтальными компонентами либо электрического, либо магнитного полей на его поверхности. Имея из эксперимента оба набора компонент, можно попробовать согласовывать их между собой при поиске распределения электропроводности внутри исследуемого объема.

Существуют и другие возможности, как показано в работе [Плоткин, 2005]. В частности, на суточных и более низких частотах, когда справедливо условие  $\omega\epsilon_0 \ll \sigma$  и можно пренебречь токами смещения в воздухе, для решения прямой и обратной задач достаточно экспериментальных данных только по трем компонентам магнитного поля на дневной поверхности, т. е. достаточно данных наблюдений МВЗ. Основываясь на двухмодовом подходе [Плоткин, 2004] и учитывая малую электропроводность атмосферы, граничные условия на дневной поверхности в этом случае можно представить следующим образом [Плоткин, 2005]. Для электрической моды справедливо условие равенства нулю вертикальных компонент тока и электрического поля, а для магнитной моды можно использовать данные наблюдений МВЗ либо по горизонтальной, либо по вертикальной компоненте магнитного поля. Указанных данных вполне хватает для единственности решения уравнений электромагнитного поля. Решение обратной задачи и поиск распределения электропроводности внутри исследуемого объема осуществляется с помощью согласования данных по компонентам магнитного поля на всей дневной поверхности. В работе [Плоткин, 2005] подобный подход был применен для обработки данных наблюдений глобального МВЗ по спокойным  $S_q$ -вариациям, а здесь будут представлены результаты аналогичной обработки данных по геомагнитным вариациям на более длительных временных периодах (в несколько суток).

### ВЫБОР ВРЕМЕННЫХ ИНТЕРВАЛОВ ДЛЯ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ

При подходе к данной проблеме возникает вопрос, каким образом максимально использовать информационные возможности данных мировой сети геомагнитных станций, как выделить временные интервалы регистрации данных, пригодные для определения латеральной структуры электропроводности Земли? Ясно, что в первую очередь следует отбирать интервалы с наибольшим количеством и наиболее представительным распределением по земной поверхности обсерваторий, синхронно регистрировавших геомагнитные вариации.

Для определения латерального распределения электропроводности на глубинах верхней мантии Земли с помощью частотного электромагнитного зондирования необходимы данные о комплексных амплитудах на периодах от первых суток и более. Для их получения часто анализируют годовые и многолетние файлы геомагнитных данных [Prusa, Martinec, 1999]. При таком подходе часто оказывается, что средние значения амплитуд временных гармоник сравнимы по величине со стандартными отклонениями этих величин. Физически ясно, почему это происходит. Источниками геомагнитных вариаций на исследуемых периодах являются мировые магнитные бури и суббури. Поскольку они возникают нерегулярно и протекают во времени неодинаково, интересующие нас временные гармоники имеют для разных событий случайное распределение фаз и являются некогерентными. Поэтому на длинных временных рядах они взаимно уничтожаются.

Чтобы преодолеть указанные трудности и получить надежные значения комплексных амплитуд временных гармоник хотя бы для периодов в несколько первых суток, предлагается выбирать для обработки более короткие файлы данных, но для которых искомые амплитуды существенно превышают уровень помех на большом количестве станций. По существу предлагается рассматривать включение нового естественного источника электромагнитного поля — мировой магнитной бури — таким же образом, как работу с контролируемым источником. Следует отметить, что ранее анализ индивидуальных событий также производился, но с целью определить глубинное (радиальное) распределение электропроводности Земли, при этом применялись другие методы обработки данных [Ротанова, Пушков, 1982].

Возникает вопрос, какова должна быть длительность выбираемых для обработки интервалов геомагнитных данных? С одной стороны, интервал анализа должен содержать все этапы от становления электромагнитного поля в проводящей Земле до его исчезновения в ней. С другой стороны, чрезмерное увеличение интервала как в сторону до события, так и после него ведет к увеличению вклада шумовой составляющей и ослаблению полезного сигнала. Для уяснения возможностей выбора оптимальной длины интервала анализируемых данных, рассмотрим в качестве примера процессы включения и выключения произвольного электромагнитного поля в однородной проводящей Земле.

Индукционное включение некоторого гармонического поля на частоте  $\omega(\sim e^{i\omega t})$  в области, включающей однородный шар радиуса  $a$  с электропроводностью  $\sigma$ , можно описать одним уравнением для потенциала  $E^{(0)}$  магнитной моды [Смайт, 1954]:

$$\frac{\partial^2 E^{(0)}}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \Delta_{\Omega} E^{(0)} = \mu \sigma \frac{\partial E^{(0)}}{\partial t}, \quad (1)$$

которое решается методом разделения переменных

$$E^{(0)} = \sum E_n(t, r) Y_n(\Omega), \quad E_n(t, r) = \sqrt{r} \Phi_n(r, t). \quad (2)$$

Здесь  $\Delta_\Omega$  — угловая часть оператора Лапласа в сферических координатах,  $Y_n(\Omega)$  — сферические функции от телесного угла  $\Omega$ . Подстановка (2) в (1) дает уравнение

$$\frac{\partial^2 \Phi_n}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi_n}{\partial r} - \frac{(n+1/2)^2}{r^2} \Phi_n = \mu\sigma \frac{\partial \Phi_n}{\partial t},$$

которое также решается разложением по собственным функциям

$$\Phi_n = \sum_m \alpha_m(t) J_{n+1/2}(u_m r),$$

где величины  $u_m$  определяем из условия  $\frac{dJ_{n+1/2}(u_m a)}{dr} = 0$ , чтобы система функций Бесселя  $J_{n+1/2}(u_m r)$  была ортогональной и полной. Таким образом, для одной сферической моды порядка  $n$  включение поля описывается выражением

$$E_n(r, t) = E_0 \sqrt{r} \left[ I_{n+1/2}(kr) e^{i\omega t} + \sum_{m=1}^{\infty} C_m e^{-\frac{u_m^2 t}{\mu\sigma}} J_{n+1/2}(u_m r) \right], \quad k^2 = i\omega\mu\sigma,$$

где первый член в квадратных скобках с функцией Бесселя от мнимого аргумента описывает установившееся поле. Коэффициенты  $C_m$  определяем из равенства нулю поля внутри шара при  $t = 0$

$$C_m = - \frac{\int_0^a I_{n+1/2}(kr) J_{n+1/2}(u_m r) r dr}{\int_0^a J_{n+1/2}(u_m r) J_{n+1/2}(u_m r) r dr} =$$

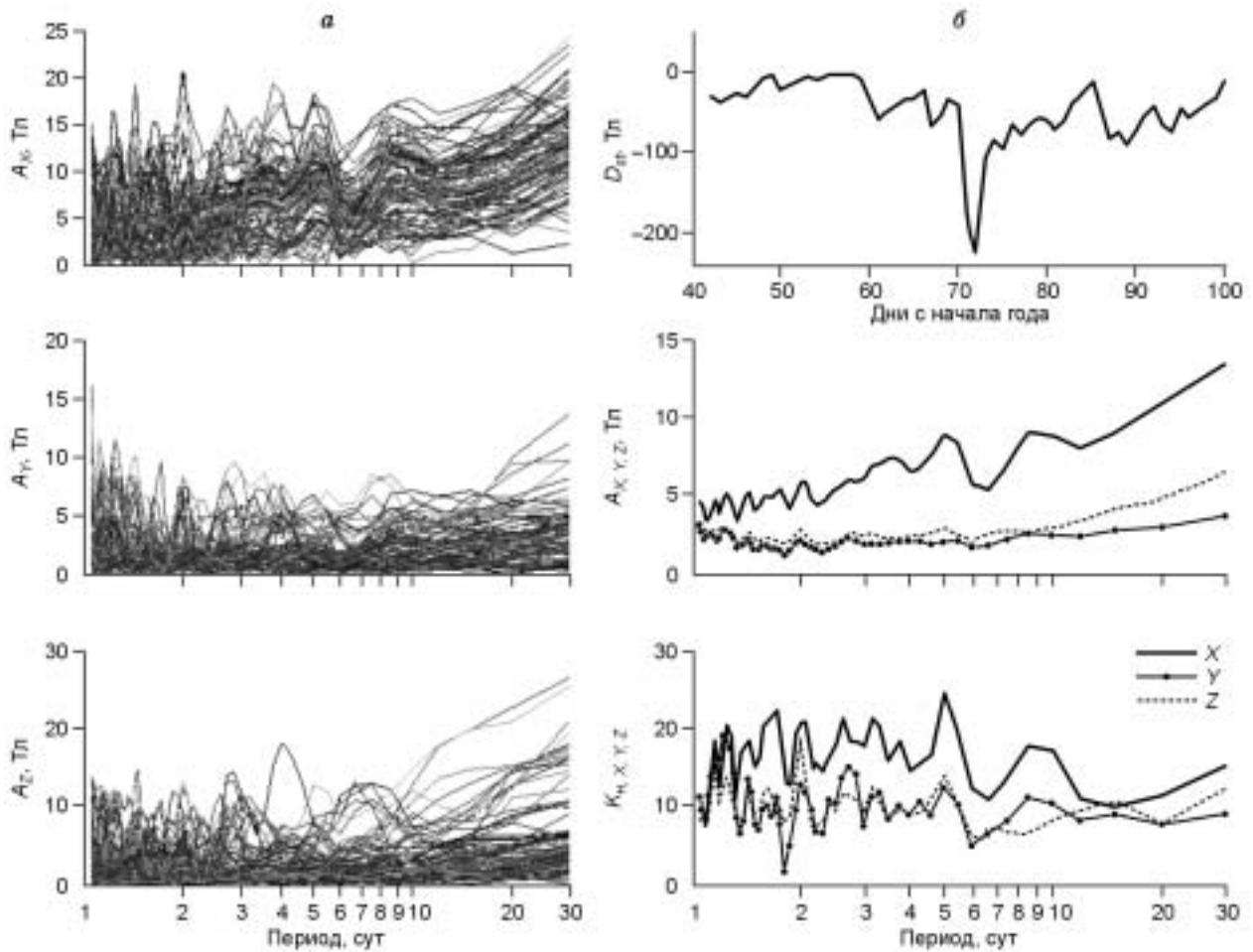
$$= - 2 \frac{u_m a I_{n+1/2}(ka) J_{n-1/2}(u_m a) - ka I_{n-1/2}(ka) J_{n+1/2}(u_m a)}{(k^2 - u_m^2) a^2 \{ (J_{n+1/2}(u_m a))^2 - J_{n+3/2}(u_m a) J_{n-1/2}(u_m a) \}}.$$

Выключение того же поля при этом описывается выражением

$$E_n(r, t) = - E_0 \sqrt{r} \sum_{m=1}^{\infty} C_m e^{-\frac{u_m^2 t}{\mu\sigma}} J_{n+1/2}(u_m r)$$

с теми же коэффициентами  $C_m$ . Заметим, что гармоническая зависимость поля от времени исчезает сразу же после его выключения. Учтем, что коэффициенты экспоненциального затухания процессов во времени можно записать в виде  $\left| \frac{(u_m a)^2}{(ka)^2} 2\pi \right| \frac{1}{T}$ , в котором выражение по модулю (в прямых скобках) для интересующих частот и первых корней  $(u_m a)$  оказывается порядка единицы. Это означает, что наиболее длительные нестационарные процессы, описываемые первыми членами разложений с временными экспонентами, имеют характерное время порядка периода колебаний  $T$ . Отсюда следует, что длительность выбираемого для обработки интервала геомагнитных данных должна быть не меньше нескольких периодов колебаний по самой низкой частоте анализируемого спектра временных гармоник. Тогда процесс импульсного типа можно будет считать установившимся, а возможность частотного зондирования — осуществимой. Конечно, предпочтительнее использовать зондирование нестационарным полем, но из-за отсутствия программ быстрого решения прямых нестационарных задач это предполагается реализовать позднее.

Исходя из сказанного, для применимости частотного зондирования и определения комплексных амплитуд временных гармоник на периодах от 1 до 6 сут длительность интервала обработки геомагнитных данных выбиралась равной 60 сут. Имеющиеся отклонения от стационарности процессов предполагалось учесть на следующих этапах с помощью усреднения латеральных распределений электропроводности верхней мантии Земли, определяемых по всем индивидуальным событиям. Такой учет в первую очередь связан с оценкой глубины проникновения электромагнитного поля. Выбор индивидуальных событий глобального масштаба осуществлялся на основе анализа геомагнитной  $D_{st}$ -вариации [Рокитянский, 1981]. Определение амплитуд  $A_{X, Y, Z}$  временных гармоник производилось с помощью методов БПФ с при-



**Рис. 1.** Частотные спектры амплитуд  $A_{X,Y,Z}$  для всех станций (а), средние по всем станциям частотные спектры амплитуд  $A_{X,Y,Z}$  и коэффициенты  $K_n$ , а также изменения  $D_{st}$ -вариации для события 11.02.89—11.04.89 (б).

менением временного окна Хэмминга для устранения краевых эффектов. На рис. 1 для примера приведены частотные спектры амплитуд  $A_{X,Y,Z}$  во время события 11.02.89—11.04.89 для всех имеющихся станций одновременно (а) и средние по станциям (б). Здесь показаны также изменения  $D_{st}$ -вариации за рассматриваемый период времени.

Чтобы проконтролировать уровень сигнал/шум по всем станциям, для каждой частотной гармоники вычислялось отношение ее амплитуды в выбранном временном интервале к средней амплитуде за весь год, полученной с помощью скользящих интервалов такой же длительности. Этот коэффициент  $K_n$  в предположении нормальности закона распределения помех позволяет судить о надежности определения амплитуд временных гармоник и неслучайном их происхождении. Средний по станциям коэффициент  $K_n$  для всех компонент также показан на рис. 1, б. Исходя из показанных величин  $K_n$ , можно с большой вероятностью рассматривать полученные амплитуды  $A_{X,Y,Z}$  временных гармоник на выбранном интервале анализа не как случайные отклонения, а как глобальный когерентный отклик на включение нового естественного источника. С дальнейшим увеличением длительности интервала анализа коэффициент надежности будет падать, а при уменьшении длительности — возрастет влияние нестационарности процесса. Коэффициенты  $K_n$  в дальнейшем можно использовать в качестве весов при усреднении латеральных распределений электропроводности, полученных по индивидуальным событиям. При длительных интервалах регистрации данных исследование когерентности процессов на разных пунктах обычно осуществляют с помощью вычисления ковариационной матрицы [Prusa, Martinec, 1999]. Для анализа спектра низкочастотных гармоник на периодах в первые десятки суток в дальнейшем предполагается

выбирать интервалы регистрации вариаций геомагнитного поля длительностью до ста и более суток, содержащие продолжительные возмущения или комбинации нескольких индивидуальных событий.

### АППРОКСИМАЦИЯ ДАННЫХ НЕРАВНОМЕРНОЙ СЕТИ ОБСЕРВАТОРИЙ

Мировая сеть геомагнитных обсерваторий имеет неравномерное распределение точек наблюдения по поверхности Земли. При интерполяции на всю сферу данных, полученных со станций, возникает проблема определения пространственного спектра и выбора аппроксимирующих сферических функций. В реальной ситуации в регистрируемом поле могут присутствовать сферические гармоники, у которых характерные пространственные масштабы изменения настолько малы, что их амплитуды не могут быть достоверно определены имеющейся редкой мировой сетью, поскольку реализуется эффект наложения или преобразования гармоник с высокими номерами в низкие. Вероятно по этой причине, как показывает практика, при расширении аппроксимирующего набора сферических гармоник в сторону высоких номеров оценки амплитуд становятся неустойчивыми.

Интересующие нас поля мировых геомагнитных бурь носят глобальный характер и могут быть хорошо описаны лишь несколькими первыми сферическими гармониками. Возникает задача надежного определения амплитуд этих гармоник и аппроксимации глобальной части поля. Поэтому необходима регуляризирующая процедура фильтрации, устраняющая влияние высших сферических гармоник.

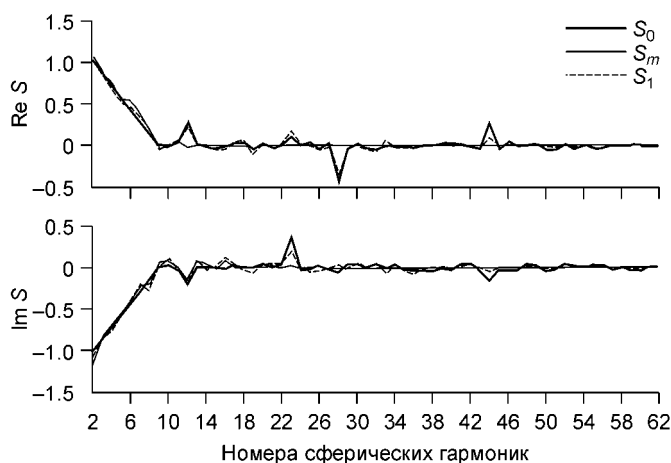
В качестве возможного варианта предлагается процедура усреднения получаемых при разных наборах сферических гармоник оценок их амплитуд. Дело в том, что вследствие влияния упомянутого эффекта наложения оценки амплитуд при разных наборах аппроксимирующих гармоник неустойчивы и сильно отличаются. Поскольку это происходит из-за влияния высших гармоник, являющихся в данном случае помехами, можно ожидать, что при усреднении результатов по разным наборам их взаимное уничтожение приведет к автоматической регуляризации процесса интерполяции и надежному определению амплитуд наибольших первых сферических гармоник глобального пространственного масштаба.

Предлагаемая процедура усреднения определяемых амплитуд сферических гармоник заключается в следующем. Для ее описания используем сквозную нумерацию сферических гармоник, располагая их в следующем порядке (используются присоединенные полиномы Лежандра в нормировке Шмидта):

$$P_0, P_1^0, P_1^1 \cos(\varphi), P_1^1 \sin(\varphi), P_2^0, P_2^1 \cos(\varphi), P_2^1 \sin(\varphi), P_2^2 \cos(2\varphi), P_2^2 \sin(2\varphi) \text{ и т. д.}$$

Таким образом, номер функций меняется от 1 до  $n(n+2)+1$ , где  $n$  — некоторый максимально используемый порядок сферических гармоник. На всех этапах оценки амплитуд сферических гармоник по данным станций производятся методом наименьших квадратов. Сначала выполняются оценки амплитуд для нескольких наборов сферических гармоник, отличающихся постепенным добавлением к предыдущему набору одной последующей сферической функции, и так до некоторого предельного номера  $n_1$ . Первый уровень усреднения соответствует получению средней по всем указанным наборам сферических гармоник оценки их амплитуд.

При двухуровневом усреднении предельный номер  $n_1$  использованных на первом этапе сферических функций последовательно увеличивается на единицу до достижения некоторого нового предельного номера  $n_2$ . При этом вся процедура первого уровня каждый раз повторяется от начала и до конца. Второй уровень усреднения заключается в дополнительном усреднении получаемых при одноуровневом усреднении оценок амплитуд. Третий и последующие уровни усреднения добавляются аналогичным образом по мере необходимости. При этом на каждом новом уровне устанавливаются все более высокие порядки используемых сферических функций —  $n_3, n_4$  и т. д. Можно видеть, что при такой процедуре выполняется



многократное усреднение амплитуды каждой из сферических гармоник в различных используемых их наборах. Тем самым обеспечивается стабильность итоговых оценок искомых амплитуд.

В качестве подтверждения работоспособности разработанной процедуры на рис. 2 отражены результаты ее применения к синтетическим данным. Исходный набор сферических

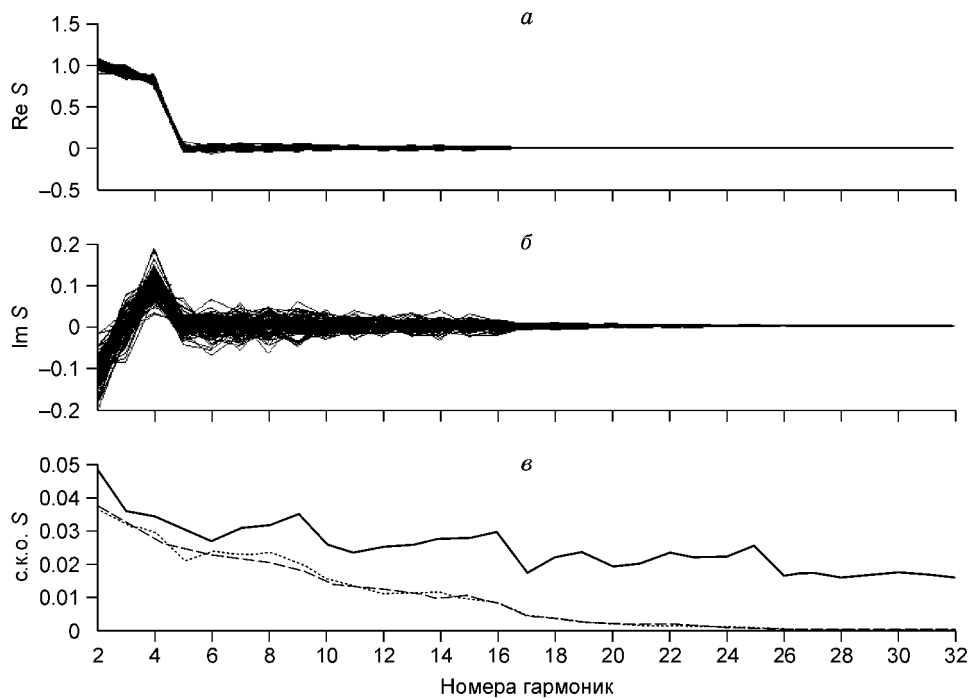
**Рис. 2. Восстановление спектра амплитуд исходного поля ( $S_0$ ) с помощью процедур одноуровневого ( $S_1$ ) и многоуровневого ( $S_m$ ) усреднения, полученное по синтетическим данным.**

гармоник для этих данных показан жирной линией. Выбор таких данных предполагал наличие полезных сферических гармоник с малыми номерами (амплитуды которых в примере изменяются по линейному закону), и присутствие шумовых гармоник с достаточно большими амплитудами. Для указанного поля вначале рассчитывались регистрируемые данные для станций с реальным распределением по земной поверхности. Далее применялась описанная процедура обратного восстановления пространственного спектра поля. На рис. 2 показаны результаты одноуровневого (штриховая линия) и многоуровневого (тонкая линия) усреднения. Можно видеть, что большее подавление амплитуд шумовых сферических гармоник происходит при многоуровневом усреднении, и в то же время амплитуды полезных сферических гармоник восстанавливаются с вполне допустимыми и контролируруемыми погрешностями.

### ОЦЕНКА ОШИБОК ОПРЕДЕЛЕНИЯ АМПЛИТУД СФЕРИЧЕСКИХ ГАРМОНИК

При случайном характере и отсутствии корреляции ошибок измерений на пунктах наблюдения ковариационная матрица  $C_{\text{exp}}$ , описывающая экспериментальные погрешности, имеет диагональный вид с дисперсиями ошибок измерений на станциях по главной диагонали. Будем считать, что это ошибки измерений комплексных амплитуд временных гармоник компонент магнитного поля и они примерно одинаковы на всех станциях. При нормальном законе распределения этих ошибок ковариационная матрица  $C_{\text{mod}}$ , описывающая погрешности определения амплитуд сферических гармоник, возникающие при интерполяции экспериментальных данных по станциям на всю поверхность Земли может быть представлена в виде  $C_{\text{mod}} = (G^T C_{\text{exp}}^{-1} G)^{-1}$ , где  $G$  и  $G^T$  соответственно прямая и транспонированная матрицы системы уравнений для определения амплитуд сферических гармоник (подробнее см., например, [Prusa, Martinec, 1999]). На главной диагонали этой матрицы расположены искомые оценки дисперсий ошибок определения амплитуд сферических гармоник. Указанное представление для  $C_{\text{mod}}$  при нормальном законе распределения хорошо описывает трансформацию случайных ошибок измерений на станциях в ошибки определения амплитуд сферических гармоник методом наименьших квадратов. Это подтверждается непосредственной проверкой при восстановлении зашумленных синтетических данных. Отметим, что дисперсию шума на станциях в реальной ситуации обычно оценивают по невязкам модельного представления поля в точках наблюдений [Prusa, Martinec, 1999].

В случае применения для оценок амплитуд метода многократного усреднения по различным наборам сферических гармоник, способного устранить влияние эффекта наложения от более высоких номеров гармоник, указанная ковариационная матрица дает завышенные значения стандартных отклонений на высших номерах. В качестве подтверждения на рис. 3 приведены графики (100 реализаций) восста-



**Рис. 3. Восстановленные методом многократного усреднения спектры амплитуд исходного поля со случайными помехами по 100 реализациям.**

*a* — действительная, *b* — мнимая части и *v* — их стандартные отклонения (с.к.о.), полученные по синтетическим данным.

новленных методом многократного усреднения амплитуд сферических гармоник ( $a$  — действительная и  $b$  — мнимая части) некоторого исходного поля, на значения которого по 91 станциям были наложены случайные помехи, распределенные по нормальному закону со стандартным отклонением 0.2. Как хорошо видно, исходное поле представлялось линейным изменением амплитуд сферических гармоник в диапазоне номеров 2—4 и амплитудами остальных сферических гармоник, равными нулю. На рис. 3, в приведены графики стандартных отклонений амплитуд сферических гармоник, полученные непосредственно по 100 реализациям процесса восстановления (штриховой линией для реальной части и пунктиром для мнимой части) и оцененные с помощью ковариационной матрицы  $C_{\text{mod}}$  (сплошной линией). Видно, что метод многократного усреднения действительно приводит к заметному уменьшению погрешностей оценок амплитуд сферических гармоник на высших номерах по сравнению с теоретическими предсказаниями.

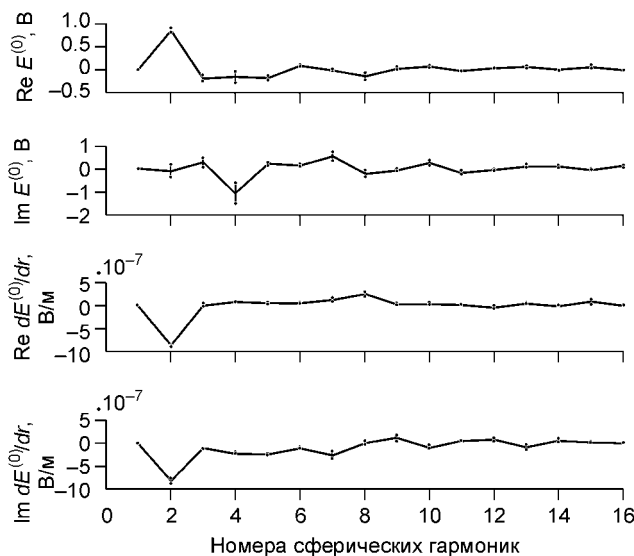
### РЕЗУЛЬТАТЫ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ ПО МИРОВЫМ МАГНИТНЫМ БУРЯМ

В качестве примера на рис. 4 показаны результаты аппроксимации данных для двухсуточного периода по магнитной буре в марте 1989 г. Нанесены комплексные амплитуды (а также их стандартные отклонения) разложений по сферическим гармоникам потенциала  $E^{(0)}$ , полученного по вертикальной компоненте магнитного поля  $H_r$ , и его радиальной производной  $\frac{\partial E^{(0)}}{\partial r}$ , рассчитанной по горизонтальным компонентам  $H_\phi$  и  $H_\theta$ . Как это сделать, детально описано в работе [Плоткин, 2005], поэтому для удобства приведем здесь лишь несколько формул. Вводилось представление горизонтальных компонент электрического  $\mathbf{E}(r, t)$  и магнитного  $\mathbf{H}(r, t)$  полей в виде суммы потенциальных и вихревых частей:

$$\begin{aligned} E_\theta &= \frac{1}{r} \frac{\partial E^{(1)}}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial E^{(0)}}{\partial \phi}, & E_\phi &= \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial E^{(1)}}{\partial \phi} - \frac{1}{r} \frac{\partial E^{(0)}}{\partial \theta}, \\ H_\theta &= \frac{1}{r} \frac{\partial H^{(1)}}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial H^{(0)}}{\partial \phi}, & H_\phi &= \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial H^{(1)}}{\partial \phi} - \frac{1}{r} \frac{\partial H^{(0)}}{\partial \theta}, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $r, \theta, \phi$  — сферические координаты точки в системе координат с началом в центре Земли,  $E^{(1)}, H^{(0)}$  — скалярные потенциалы электрического и магнитного полей электрической моды,  $E^{(0)}, H^{(1)}$  — аналогичные скалярные потенциалы электрического и магнитного полей магнитной моды. С учетом (3) уравнения Максвелла преобразуются в замкнутую систему трех уравнений относительно потенциалов  $E^{(1)}, E^{(0)}$  и вертикальной компоненты  $E_r$  электрического поля. Для расчетов  $E^{(0)}$  и  $\frac{\partial E^{(0)}}{\partial r}$  использовались следующие соотношения между потенциалами магнитной моды:

$$\begin{aligned} \frac{1}{r^2} \Delta_\Omega E^{(0)} &= \mu_0 \frac{\partial H_r}{\partial t}, & \frac{\partial E^{(0)}}{\partial r} &= -\mu_0 \frac{\partial H^{(1)}}{\partial t}, & \Delta_\Omega &= \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2}, \\ \frac{1}{r} \Delta_\Omega H^{(1)} &= \frac{1}{\sin \theta} \left[ \frac{\partial H_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta H_\theta) \right]. \end{aligned} \quad (4)$$

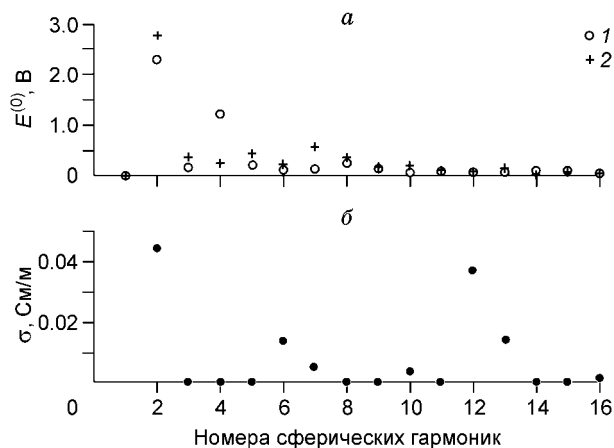


Из первого уравнения в (4) видно, что по данным измерений вертикальной компоненты магнитного поля  $H_r$  на земной поверхности можно рассчитать на ней распределение потенциала  $E^{(0)}$ . С помощью остальных уравнений в (4) по зарегистрированным горизонтальным компонентам  $H_\phi$  и  $H_\theta$  можно также определить потенциал  $H^{(1)}$  и радиальную производную  $\partial E^{(0)}/\partial r$ .

Используя комплексные амплитуды полученных рядов по сферическим гармоникам для

**Рис. 4.** Амплитуды (и их стандартные отклонения) сферических гармоник потенциала магнитной моды и его радиальной производной на земной поверхности для двухсуточного периода во время события 11.02.89—11.04.89.

**Рис. 5. Модуль комплексных амплитуд сферических гармоник внутренней (1) и внешней (2) части потенциала  $E^{(0)}$  (а) и кажущееся сопротивление Земли для каждой из сферических гармоник (б) на периоде  $T=2$  сут по событию 11.02.89—11.04.89.**



потенциала  $E^{(0)}$  и его радиальной производной  $\partial E^{(0)}/\partial r$  на земной поверхности, можно для непроявляющейся атмосферы обычным образом [Рокитянский, 1981] разделить эти амплитуды на части внешнего и внутреннего происхождения. В качестве примера на рис. 5, а изображены соответствующие вклады (по модулю) в комплексные амплитуды сферических гармоник потенциала  $E^{(0)}$  для события в марте 1989 г. и периода  $T=2$  сут. Как уже неоднократно отмечалось в литературе [Рокитянский, 1981], наибольшей по амплитуде в рассматриваемом случае является вторая сферическая гармоника  $P_0^1 \sim \cos \theta$ . По отношению вкладов внутренней и внешней частей в амплитуду этой сферической гармоники можно определить кажущееся сопротивление Земли для рассматриваемого периода, как это традиционно делалось и ранее. На рис. 5, б представлены полученные подобным образом результаты по кажущейся электропроводности Земли как для второй сферической гармоники, так и для всех остальных. Приведенное значение кажущегося сопротивления Земли  $\sim 22$  Ом·м по второй сферической гармонике вполне согласуется с кривой глобального магнитовариационного зондирования на рассматриваемом периоде [Рокитянский, 1981]. Что касается остальных сферических гармоник, отметим следующее.

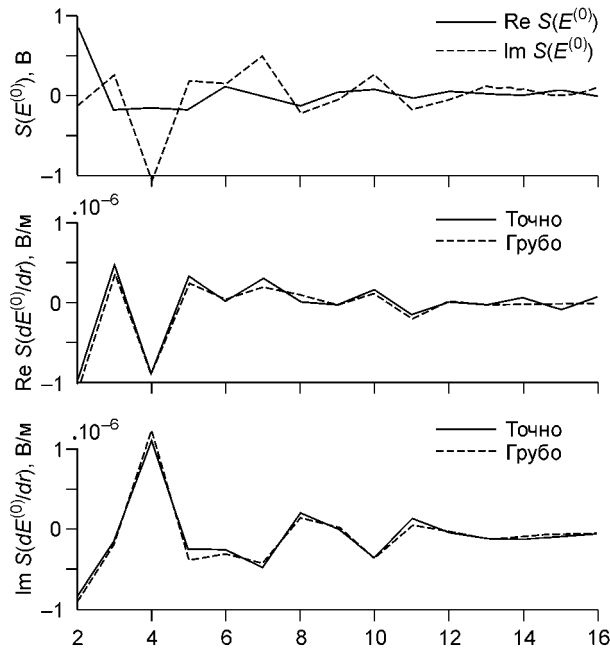
Вызывают интерес те сферические гармоники, для которых вклад внутренней части больше внешней (например, для четвертой сферической гармоники  $\sim \sin \theta \sin \varphi$ ). Поскольку известно, что возбуждающий поле сторонний ток находится вне Земли (кольцевой ток бури возникает на расстояниях в 3—5 радиусов Земли в плоскости геомагнитного экватора), это, вообще говоря, указывает на латеральную неоднородность распределения электропроводности внутри Земли. Действительно, при полном отсутствии обсуждаемых сферических гармоник в первичном поле или малых их амплитудах появление сферических гармоник с большой внутренней частью возможно лишь в латерально неоднородной Земле. Это объясняется возникающими в латерально неоднородной среде связями между пространственными сферическими гармониками поля за счет эффекта их „зацепления“. Конечно, в условиях зашумленности даных к появлению обсуждаемых сферических гармоник могут приводить и неточности аппроксимации поля: несоответствие симметрии источника выбранной системе координат, неравномерность распределения обсерваторий и другие факторы. Поэтому такие сферические гармоники должны быть тщательно изучены с помощью статистического анализа большого количества событий, и только после этого можно будет сделать окончательный вывод об их достоверности.

Несмотря на малые амплитуды некоторых остальных сферических гармоник, часть из них дает вполне подходящие значения для кажущейся электропроводности Земли на рассматриваемом двухсуточном периоде. И хотя из-за имеющихся погрешностей трудно судить о превышении внешней или внутренней части у амплитуд таких гармоник, просто отбрасывать их представляется неразумным. Для другой части сферических гармоник вообще получаются весьма малые значения кажущейся электропроводности (или высокие кажущиеся сопротивления), что можно интерпретировать как затухание в Земле, контролируемое только геометрией источника. В латерально однородной Земле оно должно было бы монотонно расти с увеличением порядка сферической гармоники.

Имеющийся большой разброс в оценках  $\sigma$  говорит о необходимости 1) анализа совместного вклада всех сферических гармоник в регистрируемом на дневной поверхности отклике на затухание поля в латерально неоднородной Земле; 2) статистического усреднения получаемых результатов по ряду аналогичных событий. Предлагается решать обратную задачу с помощью подгонки друг к другу экспериментально полученных распределений потенциала  $E^{(0)}$  и его радиальной производной  $\partial E^{(0)}/\partial r$  вдоль всей земной поверхности за счет подбора искомого пространственного распределения электропроводности внутри Земли.

Точное решение набора прямых задач в случае трехмерно-неоднородных распределений электропроводности требует весьма значительных затрат машинного времени и пока практически нереально [Плоткин, 2004]. Поэтому при решении обратной задачи для расчета теоретических значений измеряемых параметров электромагнитного поля предварительно использовались приближенные методы.





**Рис. 6.** Результаты точного и приближенного расчетов радиальной производной потенциала магнитной моды, вычисленные по данным о нем на поверхности неоднородной Земли на периоде  $T = 2$  сут по событию 11.02.89—11.04.89.

На первом этапе в ходе решения обратной задачи для каждого временного периода отыскивалось наилучшим образом подходящее латеральное распределение кажущейся электропроводности Земли в предположении плавно неоднородной среды. Это означает, что при расчете прямой задачи в каждой географической точке мы пользовались формулами для однородного шара, считая, однако, само поле неоднородным и представляя его суммой всех имеющихся сферических гармоник. При переходе к другой географической точке значение кажущейся электропроводности изменялось в соответствии с ее предполагаемым глобальным латеральным распределением. Для представления последнего использовались сферические гармоники с номерами 2—9.

Задача заключалась в определении амплитуд этих гармоник, удовлетворяющих условию минимума невязки теоретических и экспериментальных значений  $E^{(0)}$  и  $\partial E^{(0)}/\partial r$ . Отметим, что при переходе от одного временного периода к другому среднее по всей сфере (базовое) значение кажущейся электропроводности также изменялось в соответствии с известной глобальной кривой магнитовариационного зондирования. Наконец, по данным, полученным для временных периодов от 1.2 до 6 сут (всего 40 периодов), для каждой точки на поверхности Земли определялись коэффициенты линейной регрессии зависимости кажущейся электропроводности от квадратного корня из периода (пропорционального толщине скин-слоя).

Понятно, что окончательные выводы при такой технологии могут быть сделаны лишь на основе проверки полученных результатов по точным численным моделям. С этой целью было проведено сравнение результатов расчета электромагнитного поля в одной и той же ситуации в приближении плавно неоднородной среды и по точной программе для двухмодового представления поля, описанной в работе [Плоткин, 2004]. В качестве примера на рис. 6 отражены результаты точного (сплошная линия) и приближенного (штриховая) расчетов амплитуд разложения по сферическим гармоникам радиальной производной  $\partial E^{(0)}/\partial r$  в случае, соответствующем найденному минимуму целевой функции по данным за 11.02.89—11.04.89 для двухсуточного периода. Здесь же для определенности на верхнем графике приведены амплитуды (реальная часть — сплошной линией, мнимая — штриховой) разложения по сферическим гармоникам самого потенциала  $E^{(0)}$ , использованного в качестве верхнего граничного условия. Латеральная зависимость электропроводности для данного случая в расчетах задавалась формулой

$$\sigma(\theta, \varphi) = \sigma_0 \exp \left( \sum x_n^m S_n^m(\theta, \varphi) \right), \quad \sigma_0 = 0.051 \text{ См/м},$$

$$x_n^m = \{0.6516 \ 0.2023 \ 0.4763 \ 0.0545 \ 0.3469 \ -0.0941 \ 0.1673 \ 0.0859\}.$$

Можно говорить о хорошем соответствии результатов расчета по точной программе и в приближении плавно неоднородной среды. Следует также отметить, что электрическое поле магнитной моды (при  $z = 0$   $|E_{\theta, \varphi}| \sim 0.2$  мкВ/м) примерно в 50 раз больше по амплитуде, чем электрическое поле электрической моды (при  $z = 0$   $|E_{\theta, \varphi}| \sim 0.04$  мкВ/м). Это же видно из рис. 7, на котором приведены радиальные профили компонент  $|E_{\theta, \varphi}|$  электрических полей обеих мод для всех точек на сфере одновременно. Малая величина поля электрической моды подтверждает справедливость приближения плавности латерального распределения электропроводности.

По описанной методике были обработаны данные для пятнадцати магнитных бурь за интервалы времени длительностью в 60 сут, указанные в таблице.

Эти интервалы выбирались как с учетом величины магнитной бури, так и количества регистрировавших событие станций в мировой сети. Станции с большими пропусками в данных за исследуемый период игнорировались. Количество станций, оставленное для анализа, а также максимальное значение среднесуточной  $|D_{st}|$ -вариации за соответствующий период приведены в таблице.

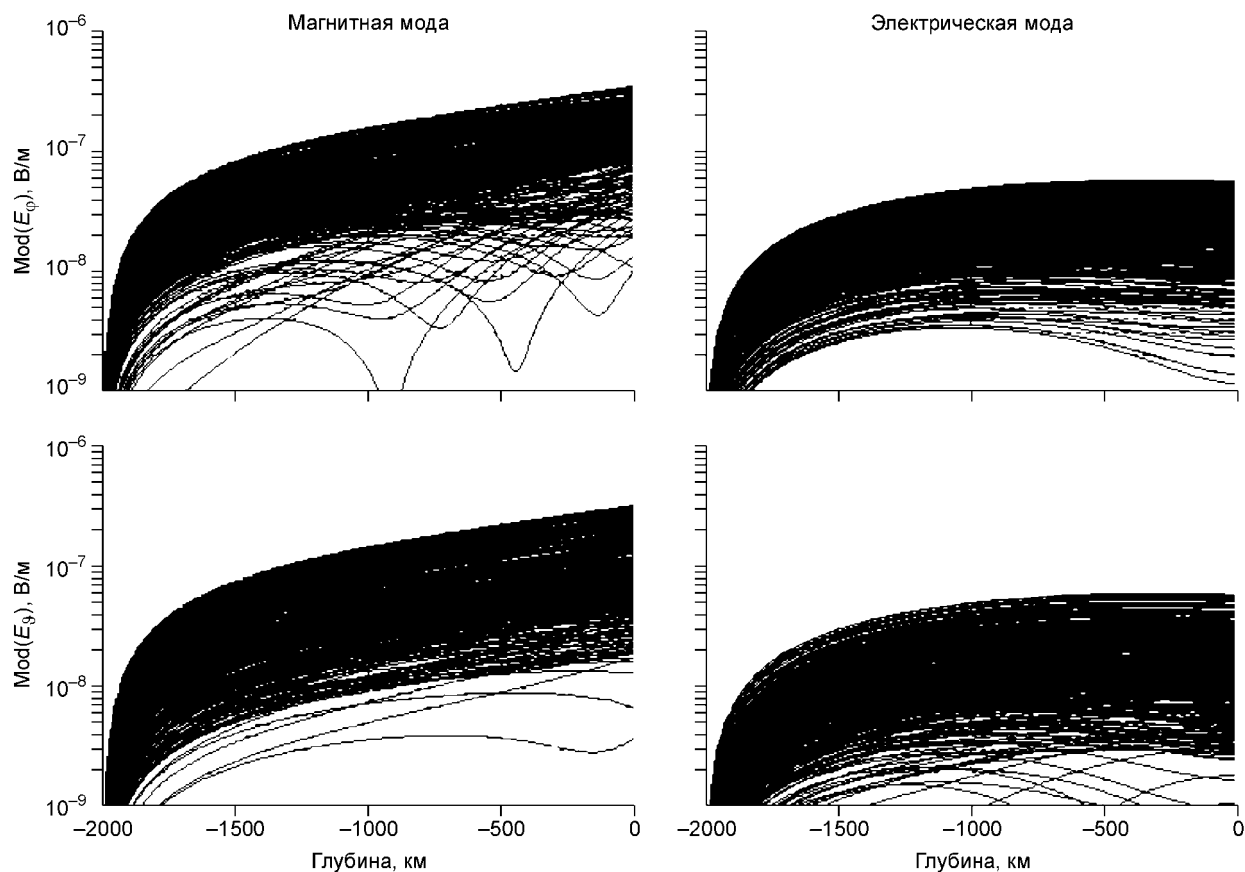


Рис. 7. Радиальные профили горизонтальных компонент электрических полей обеих мод для всех точек на сфере на периоде  $T = 2$  сут по событию 11.02.89—11.04.89.

Для каждой магнитной бури на исследуемых временных периодах были получены карты латеральных распределений кажущейся электропроводности Земли, которые затем усреднялись по всем пятнадцати событиям. На рис. 8 для примера приведено несколько полученных таким образом карт латерального распределения кажущейся электропроводности Земли в зависимости от временного периода  $T$  и толщины скин-слоя  $L$ . Их совместное рассмотрение указывает на асимметрию географического распределения кажущейся электропроводности Земли: наличие как пониженных, так и повышенных значений сопротивления (в частности, в районе Тихого океана). Последнее обстоятельство согласуется с результатами обработки данных 1958 г. по суточной гармонике [Plotkin, Gavrysh, 2004] с другим представлением для искомого распределения электропроводности Земли и с опубликованными недавно результатами, полученными иными методами [Utada et al., 2003; Kuvshinov et al., 2005].

Следует подчеркнуть, что речь идет о латеральной неоднородности кажущейся электропроводности Земли. Имеющиеся в реальности неоднородности электропроводности приповерхностных слоев (суша—море, литосферные проводники и астеносфера) также могут внести вклад в величину кажущейся электропроводности Земли на рассматриваемых периодах [Kuvshinov et al., 2002]. Поэтому для оценки неоднородности электропроводности в мантии необходимо прежде исключить влияние приповерхностных слоев. Это предпола-

№ п/п	Интервал анализа, день, месяц, год	Количество станций	$\max( D_{st} )$ , нТл
1	21.01.1957—21.03.1957	36	159
2	29.08.1957—27.10.1957	79	203
3	11.01.1958—11.03.1958	81	226
4	08.06.1958—06.08.1958	81	189
5	05.08.1958—03.10.1958	81	179
6	12.03.1959—10.05.1959	77	193
7	28.08.1965—26.10.1965	121	34
8	17.05.1965—15.07.1965	121	45
9	18.03.1965—16.05.1965	119	80
10	19.04.1967—18.06.1967	79	240
11	19.05.1967—18.07.1967	79	240
12	03.03.1970—02.05.1970	77	150
13	11.02.1989—11.04.1989	91	225
14	19.08.1989—17.10.1989	91	163
15	20.09.1989—18.11.1989	91	191

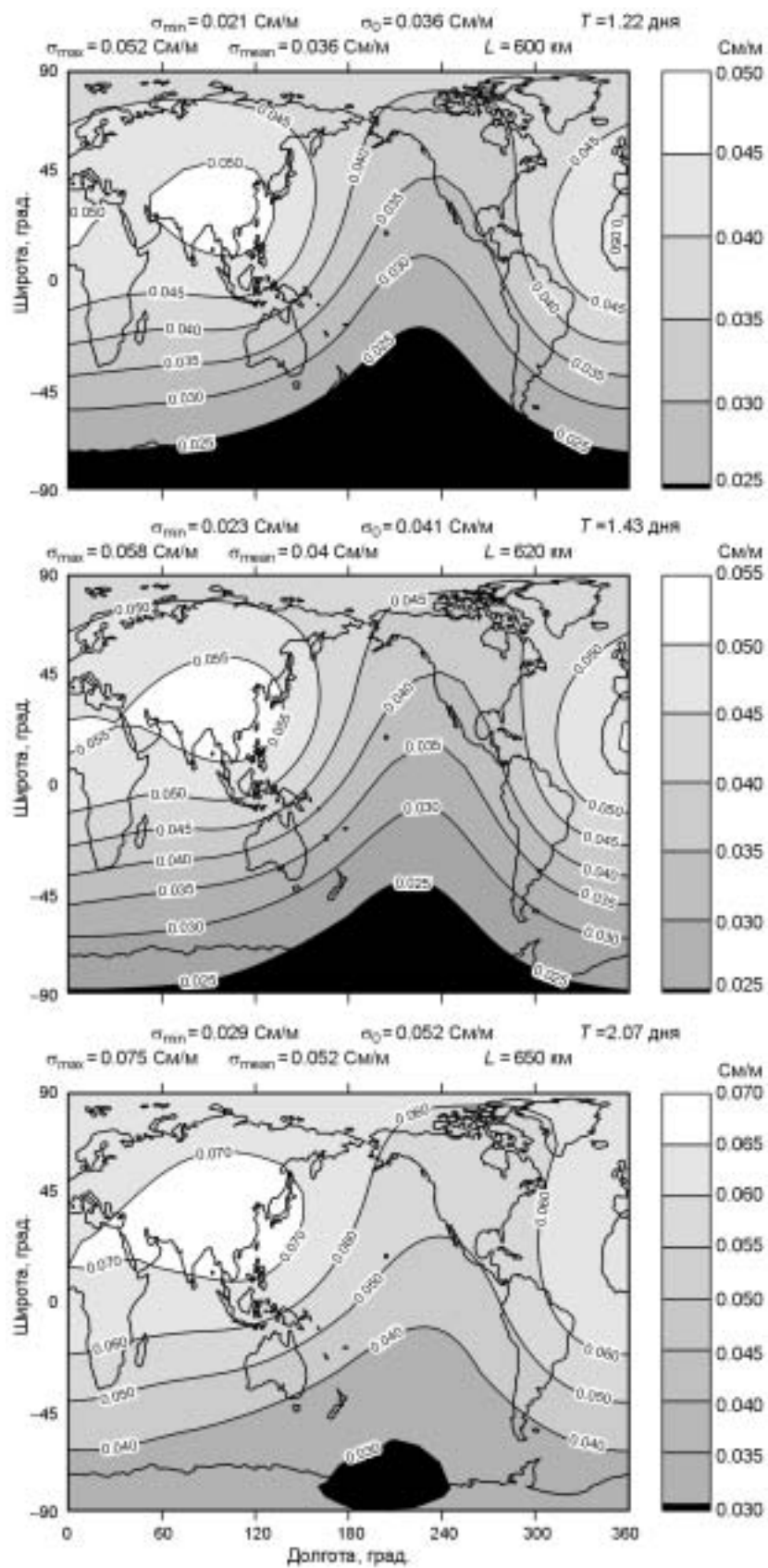
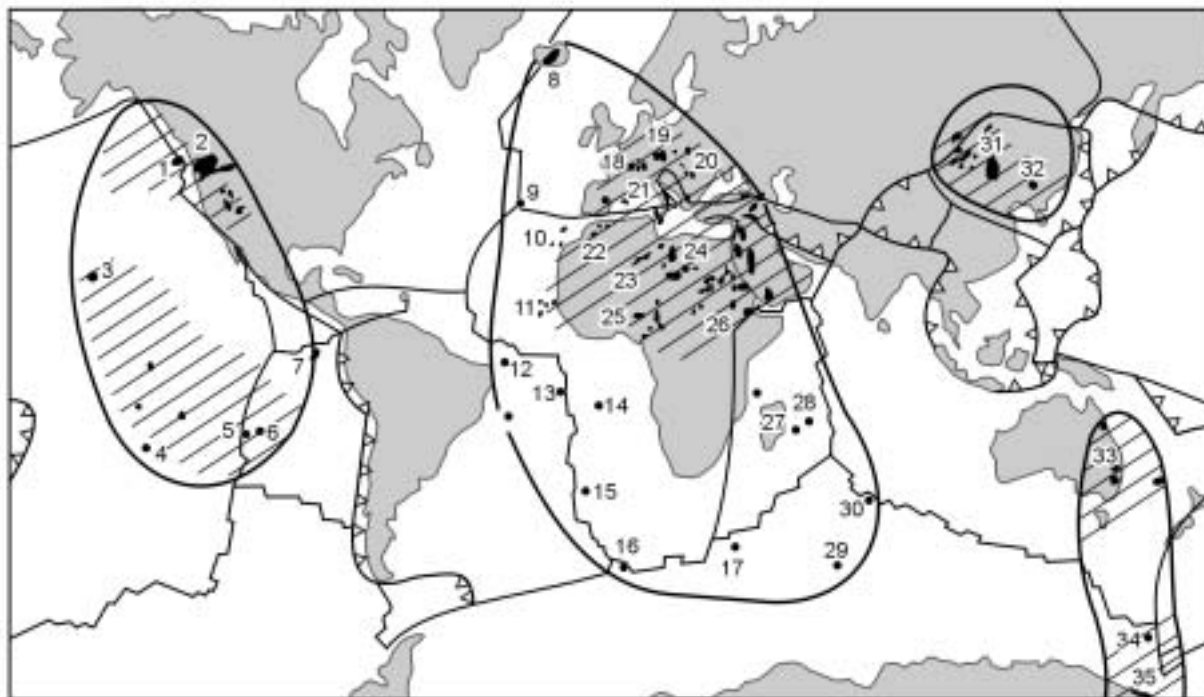


Рис. 8. Карты латерального распределения кажущейся электропроводности Земли в зависимости от временного периода  $T$  и толщины скин-слоя  $L$ .

Указаны минимальное, максимальное, среднее и базовое значения  $\sigma$ .



**Рис. 9. Схема распространения внутриплитового магматизма в новейшее время (15—0 млн лет), по [Зоненшайн, Кузьмин, 1983].**

гается сделать в дальнейшем с использованием имеющихся к настоящему времени данных об их продольной проводимости [Kuvshinov et al., 2002]. Таким образом, карты, данные на рис. 8, следует рассматривать как предварительные. Они могут уточняться в ходе дальнейшей работы.

В то же время интересно сравнить уже приведенные латеральные распределения электропроводности с известными схемами горячих полей мантии, впервые выделенными в 1983 г. при исследованиях внутриплитового вулканизма [Зоненшайн, Кузьмин, 1983]. Для удобства на рис. 9 приведена схема, взятая из этой работы. Заштрихованы районы сгущения внутриплитового магматизма. Можно отметить, что на картах (см. рис. 8) намечаются Центрально-Азиатский и Африканский районы. Однако для окончательных выводов и получения статистически надежных данных о пространственном распределении электропроводности верхней мантии необходима дальнейшая обработка имеющихся данных наблюдений глобального МВЗ.

### ВЫВОДЫ

Обработка синхронных площадных данных по мировым магнитным бурям методом согласования наблюдаемых на земной поверхности компонент геомагнитного поля предоставляет возможность получить оценки латеральной неоднородности кажущейся электропроводности Земли.

Для площадной аппроксимации комплексных амплитуд временных гармоник сферическими гармониками можно использовать процедуру многократного усреднения получаемых при разных наборах сферических гармоник оценок их амплитуд.

Сравнение расчетов электромагнитного поля в приближении плавно неоднородной среды и по точной программе для двухмодового поля в рассмотренных ситуациях подтверждает применимость указанного приближения для латерального распределения электропроводности: электрическое поле магнитной моды существенно превышает возникающее из-за неоднородности аналогичное поле электрической моды.

По результатам обработки данных геомагнитных наблюдений по пятнадцати магнитным бурям методом согласования компонент построены карты латеральных распределений кажущейся электропроводности Земли на временных периодах от 1.2 до 6 сут. К сожалению, из-за невысокого качества входных данных (особенно заметного по большому разбросу кажущихся значений электропроводности Земли, найденных по каждой из выделяемых пространственных сферических гармоник, см. рис. 5) пока трудно судить о достоверности полученных карт. Для этого потребуются дальнейший всесторонний анализ (поиск оптимальной системы координат для пространственного анализа, исследование влияния

неортогональности сферических гармоник из-за неравномерности сети станций, изучение вклада приповерхностных аномалий и т. д.).

Авторы выражают благодарность М.И. Эпову, Ю.А. Дашевскому за внимание к работе, а также И.И. Рокитянскому за ряд важных критических замечаний при рецензировании.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 04-05-64074). Данные по магнитным бурям получены через Интернет из Мировых Центров Данных (Copenhagen, <http://web.dmi.dk/projects/wdccc1>; Kyoto, <http://swdcwww.kugi.kyoto-u.ac.jp>).

#### ЛИТЕРАТУРА

- Жданов М.С.** Электроразведка. М., Недра, 1986, 316 с.
- Зоненшайн Л.П., Кузьмин М.И.** Внутриплитовый вулканизм и его значение для понимания процессов в мантии Земли // Геотектоника, 1983, № 1, с. 28—45.
- Плоткин В.В.** Электромагнитное поле в неоднородном шаре (трехмерный случай) // Геология и геофизика, 2004, т. 45 (9), с. 1154—1167.
- Плоткин В.В.** Метод согласования компонент для исследования латеральных неоднородностей по данным глобального МВЗ и МТЗ // Геология и геофизика, 2005, т. 46 (5), с. 568—578.
- Рокитянский И.И.** Индукционные зондирования Земли. Киев, Наук. думка, 1981, 296 с.
- Ротанова Н.М., Пушков А.Н.** Глубинная электропроводность Земли. М., Наука, 1982, 296 с.
- Смайт В.** Электростатика и электродинамика. М., Изд-во иностр. лит., 1954, 604 с.
- Constable S.C., Shankland T.J., Duba A.** The electrical conductivity of an isotropic olivine mantle // J. Geophys. Res., 1992, v. 97, p. 3397—3404.
- Matzenmeier A., Moorkamp M.** 3D modelling of electrical anisotropy from electromagnetic array data: hypothesis testing for different upper mantle conduction mechanisms // Phys. Earth Planet. Int., 2005, v. 149, p. 225—242.
- Gung Y., Romanowicz B.** Q tomography of the upper mantle using three-component long-period waveforms // Geophys. J. Int., 2004, v. 157, p. 813—830.
- Heinson G.S.** Electromagnetic studies of the lithosphere and asthenosphere // Surv. Geophys., 1999, v. 20, p. 229—250.
- Kuvshinov A.V., Olsen N., Avdeev D.B., Pankratov O.V.** Electromagnetic induction in the oceans and the anomalous behaviour of coastal C-responses for periods up to 20 days // Geophys. Res. Lett., 2002, v. 29, № 12, p. 36-1—36-4.
- Kuvshinov A.V., Utada H., Avdeev D.B., Koyama T.** 3-D modelling and analysis of  $D_{st}$  C-responses in the North Pacific Ocean region, revisited // Geophys. J. Int., 2005, v. 160, p. 505—526.
- Plotkin V.V., Gavrysh P.A.** A new approach for the lateral inhomogeneity study by electromagnetic sounding // Proceedings of the 5th International Conference „Problems of Geocosmos“. May 24—28, 2004. St. Petersburg, 2004, p. 298—301.
- Prusa L., Martinec Z.** Spherical harmonic analysis of geomagnetic variations observatory data up to degree 4 in the range of periods from 5 to 40 days // Phys. Earth Planet. Inter., 1999, v. 115, p. 229—245.
- Utada H., Koyama T., Shimizu H., Chave A.D.** A semi-global reference model for electrical conductivity in the mid-mantle beneath the north Pacific region // Geophys. Res. Lett., 2003, v. 30, № 4, p. 43-1—43-4.
- Woodhouse J.H., Dziewonski A.M.** Mapping the upper mantle: three-dimensional modeling of Earth structure by inversion of seismic waveforms // J. Geophys. Res., 1984, v. 89, p. 5953—5986.

*Поступила в редакцию 7 июля 2005 г.,  
после доработки — 12 февраля 2006 г.*