

УДК 539.374+376

ПРИБЛИЖЕННЫЕ ОЦЕНКИ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОЙ ПОЛЗУЧЕСТИ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ

О. В. Соснин, И. В. Любашевская

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск

Рассматриваются процессы ползучести и длительной прочности в элементах конструкций при температурах существенно выше эксплуатационных. Вводя среднюю по объему тела удельную мощность рассеяния, реальное неоднородное напряженно-деформированное состояние можно свести к фиктивному однородному, что позволяет, используя методы идеальной пластичности и рассматривая статически возможные поля напряжений и кинематически возможные поля скоростей перемещений и скоростей деформаций, оценивать интенсивность процессов ползучести и длительной прочности элементов конструкций через средние по объему тела значения энергетических параметров.

1. Основные соотношения. Рассмотрим равномерно прогретое тело, нагруженное объемными F_i и поверхностными T_i силами. Для простоты внешние термосиловые параметры будем считать стационарными. При высоких температурах в любой точке тела напряжения σ_{ij} , скорости деформаций ползучести η_{ij} и удельная мощность рассеяния $W = \sigma_{ij}\eta_{ij}$ достаточно быстро выходят на установившийся режим и принимают стационарные значения. Так как σ_{ij} и η_{ij} функционально связаны уравнением типа $\eta_{\varepsilon} = f(\sigma_{\varepsilon}, T)$, где η_{ε} и σ_{ε} — эквивалентная скорость деформаций и эквивалентное напряжение, являющиеся функциями инвариантов своих тензоров, то мощность рассеяния можно выразить через напряжения $W = \Phi(\sigma_{ij})$ либо через скорости деформаций ползучести $W = U(\eta_{ij})$ в инвариантной форме. Обычно за эквивалентные величины принимаются интенсивности соответствующих тензоров:

$$\sigma_{\varepsilon} = (3\sigma_{ij}^0\sigma_{ij}^0/2)^{1/2}, \quad \eta_{\varepsilon} = (2\eta_{ij}^0\eta_{ij}^0/3)^{1/2},$$

где $\sigma_{ij}^0 = \sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma_{nn}/3$, $\eta_{ij}^0 = \eta_{ij} - \delta_{ij}\eta_{nn}/3$ — девиаторы тензоров (при пластической несжимаемости $\eta_{ij}^0 = \eta_{ij}$).

Для любой точки тела можно определить мощность рассеяния $W = \Phi(\sigma_{ij})$ или $W = U(\eta_{ij})$ и в пространствах напряжений или скоростей деформаций изучить изменение W при изменении внешних силовых параметров. В частности, если мощность рассеяния остается постоянной, то $\Phi(\sigma_{ij}) = \text{const}$ и $U(\eta_{ij}) = \text{const}$ в соответствующих пространствах определяются поверхностями постоянной диссипации энергии. Предполагая их выпуклыми, получим известный критерий Мизеса

$$(\sigma_{ij} - \sigma_{ij}^*)\eta_{ij} \geq 0 \quad \text{или} \quad (\eta_{ij} - \eta_{ij}^*)\sigma_{ij} \geq 0, \quad (1)$$

и наоборот, из (1) будет следовать выпуклость поверхностей $\Phi(\sigma_{ij}) = \text{const}$ и $U(\eta_{ij}) = \text{const}$. В теории установившейся ползучести эти поверхности играют ту же роль, что и поверхность текучести в теории идеальной пластичности [1, 2].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 98-01-03693, 99-01-00526, 00-15-96180).

Введем среднюю по объему тела мощность рассеяния, выразив ее через напряжения или скорости деформаций:

$$\begin{aligned} W^0 &= \frac{1}{V} \int_V \sigma_{ij} \eta_{ij} dV = \frac{1}{V} \int_V \Phi(\sigma_{ij}) dV = \Phi(\hat{\sigma}_{ij}), \\ W^0 &= \frac{1}{V} \int_V \sigma_{ij} \eta_{ij} dV = \frac{1}{V} \int_V U(\eta_{ij}) dV = U(\hat{\eta}_{ij}). \end{aligned} \quad (2)$$

Если в пространстве напряжений точки $A(\hat{\sigma}_{ij})$ и $B(\hat{\sigma}_{ij}^*)$, изображающие среднее напряженное состояние в теле, лежат на поверхности $\Phi(\hat{\sigma}_{ij}) = \text{const}$, то в самом теле напряженные состояния $\hat{\sigma}_{ij}$ и $\hat{\sigma}_{ij}^*$ могут соответствовать разным физическим точкам (это справедливо и для скоростей деформаций $\hat{\eta}_{ij}$ и $\hat{\eta}_{ij}^*$ в пространстве скоростей). В ряде работ в приближенных расчетах элементов конструкций в условиях ползучести используется так называемая характеристическая точка [3–7]. (Предполагается, что существует точка, по напряженно-деформированному состоянию в которой можно судить о поведении всей конструкции.) Таким образом, целесообразно говорить не о “характеристической точке”, которая, как показано в [3–7], не остается фиксированной в теле, а о “характеристическом напряжении или скорости деформаций”, которые интегрально, по выбранной мере, например по средней мощности рассеяния, характеризуют напряженно-деформированное поведение всего тела.

Предположим, что поверхности $\Phi(\hat{\sigma}_{ij}) = \text{const}$ и $U(\hat{\eta}_{ij}) = \text{const}$ выпуклые, и для осредненных значений $\hat{\sigma}_{ij}$ и $\hat{\eta}_{ij}$ справедлив критерий Мизеса (1)

$$(\hat{\sigma}_{ij} - \hat{\sigma}_{ij}^*) \hat{\eta}_{ij} \geq 0, \quad (\hat{\eta}_{ij} - \hat{\eta}_{ij}^*) \hat{\sigma}_{ij} \geq 0. \quad (3)$$

Зависимости (2), (3) позволяют, используя статически допустимые поля напряжений и кинематически допустимые поля скоростей деформаций, получить приближенные оценки интенсивности процессов ползучести и длительности до разрушения элемента конструкции в среднем по его объему.

Статически допустимые поля напряжений. Пусть под действием объемных F_i и поверхностных T_i внешних нагрузок в теле возникают напряжения σ_{ij} , скорости перемещений v_i и соответствующие им скорости деформаций η_{ij} . Из условия равенства мощности внешних и внутренних сил имеем

$$\frac{1}{V} \left(\int_V F_i v_i dV + \int_S T_i v_i dS \right) = \frac{1}{V} \int_V \sigma_{ij} \eta_{ij} dV = \Phi(\hat{\sigma}_{ij}). \quad (4)$$

Рассмотрим статически допустимое поле напряжений σ_{ij}^* , удовлетворяющее уравнениям равновесия, граничным условиям и дополнительному условию постоянства средней мощности рассеяния W^0 :

$$W^0 = \frac{1}{V} \int_V \Phi(\sigma_{ij}^*) dV = \Phi(\hat{\sigma}_{ij}^*),$$

т. е. в пространстве напряжений точки $A(\hat{\sigma}_{ij})$ и $B(\hat{\sigma}_{ij}^*)$ лежат на одной поверхности $\Phi(\hat{\sigma}_{ij}) = \text{const}$, соответствующей истинному значению средней мощности рассеяния W^0 . С точки зрения классической механики это значит, что поверхность $\Phi(\hat{\sigma}_{ij}) = \text{const}$ есть идеальная неосвобождающая связь. Точки, изображающие напряженное состояние в пространстве напряжений, не могут покинуть эту поверхность. Из принципа возможных перемещений при смещении из точки $A(\hat{\sigma}_{ij})$ в точку $B(\hat{\sigma}_{ij}^*)$ имеем

$$\hat{\eta}_{ij} \delta \hat{\sigma}_{ij} = \frac{1}{V} \left(\int_V \delta F_i v_i dV + \int_S \delta T_i v_i dS \right). \quad (5)$$

Подставляя в (5) выражения $\delta\hat{\sigma}_{ij} = \hat{\sigma}_{ij}^* - \hat{\sigma}_{ij}$, $\delta F_i = F_i^* - F_i$, $\delta T_i = T_i^* - T_i$, с учетом (3) получим

$$\int_V F_i^* v_i dV + \int_S T_i^* v_i dS \leq \int_V F_i v_i dV + \int_S T_i v_i dS. \quad (6)$$

Таким образом, для статически допустимых полей напряжений, удовлетворяющих условию постоянства средней мощности рассеяния, требуются меньшие внешние нагрузки по сравнению с их истинными значениями. В частности, если внешние нагрузки сводятся к обобщенной силе Q , а \dot{q} — соответствующая ей обобщенная скорость смещения $\left(\int_V F_i v_i dV + \int_S T_i v_i dS = Q\dot{q}\right)$, то, как и для идеальной пластичности, получим нижнюю оценку внешних усилий $Q_s^* \leq Q$.

Кинематически допустимые поля скоростей деформаций. Наряду с действительным полем напряжений σ_{ij} , скоростей v_i и скоростей деформаций η_{ij} рассмотрим кинематически допустимое поле скоростей перемещений v_i^* , считая его непрерывным и дифференцируемым, позволяющим определить допустимое поле скоростей деформаций η_{ij}^* . Кроме того, дополнительно потребуем, чтобы кинематически допустимое поле η_{ij}^* удовлетворяло условию сохранения средней мощности рассеяния $W^0 = U(\hat{\eta}_{ij}^*) = \text{const}$, соответствующей истинным значениям σ_{ij} и η_{ij} . Тогда согласованное с η_{ij}^* поле напряжений σ_{ij}^* в соответствии с (2) также будет удовлетворять условию $W^0 = \Phi(\hat{\sigma}_{ij}^*) = \text{const}$, т. е. в пространстве напряжений точка $C(\hat{\sigma}_{ij}^*)$ будет находиться на той же поверхности $\Phi(\hat{\sigma}_{ij}) = \text{const}$, что и точка $A(\hat{\sigma}_{ij})$ с истинными значениями напряжений. Однако величинам σ_{ij}^* и η_{ij}^* будут соответствовать другие внешние нагрузки F_i^* , T_i^* и скорости смещений v_i^* , т. е. вместо (4) получим уравнение

$$\frac{1}{V} \left(\int_V F_i^* v_i^* dV + \int_S T_i^* v_i^* dS \right) = \frac{1}{V} \int_V \sigma_{ij}^* \eta_{ij}^* dV = \Phi(\hat{\sigma}_{ij}^*). \quad (7)$$

Так как $\Phi(\hat{\sigma}_{ij}^*) = \Phi(\hat{\sigma}_{ij})$, то левые части уравнений (4) и (7) равны.

Дадим смещение $\delta\hat{\sigma}_{ij}$ из точки допустимого состояния $C(\hat{\sigma}_{ij}^*)$ в точку $A(\hat{\sigma}_{ij})$ истинного состояния по поверхности $W^0 = \Phi(\hat{\sigma}_{ij}^*) = \text{const}$ (неосвобождающая идеальная связь).

Аналогично (5) имеем

$$\hat{\eta}_{ij}^* \delta\hat{\sigma}_{ij} = \frac{1}{V} \left(\int_V \delta F_i v_i^* dV + \int_S \delta T_i v_i^* dS \right). \quad (8)$$

Подставляя в (8) значения $\delta\hat{\sigma}_{ij} = \hat{\sigma}_{ij} - \hat{\sigma}_{ij}^*$, $\delta F_i = F_i - F_i^*$, $\delta T_i = T_i - T_i^*$, с учетом (3) получим

$$\int_V F_i v_i^* dV + \int_S T_i v_i^* dS \leq \int_V F_i^* v_i^* dV + \int_S T_i^* v_i^* dS = \int_V F_i v_i dV + \int_S T_i v_i dS. \quad (9)$$

Таким образом, для кинематически допустимых полей скоростей смещений и скоростей деформаций точек тела, удовлетворяющих условию постоянства средней мощности рассеяния, требуются большие значения внешних нагрузок по сравнению с их истинными значениями. Неравенство (9) можно сформулировать иначе: неизменные внешние нагрузки F_i и T_i на кинематически допустимых скоростях v_i^* дадут меньшую среднюю мощность рассеяния по сравнению с истинными значениями скоростей v_i , т. е. нагрузки F_i^*

и T_i^* должны быть больше истинных, чтобы обеспечить то же значение W^0 . В такой формулировке неравенства (6) и (9) аналогичны известным в теории установившейся ползучести принципу минимума мощности и принципу минимума дополнительного рассеяния [1, 8]. К тому же, если внешние нагрузки сводятся к обобщенной силе Q и соответствующей ей обобщенной скорости смещения \dot{q} , например $\int_V F_i v_i^* dV + \int_S T_i v_i^* dS = Q \dot{q}^*$ и $\int_V F_i^* v_i^* dV + \int_S T_i^* v_i^* dS = Q_k^* \dot{q}^*$, то получим верхнюю оценку внешних сил $Q \leq Q_k^*$. Объединяя верхнюю и нижнюю оценки, получим двустороннюю оценку внешних нагрузок, как и для конструкций из идеально пластического материала:

$$Q_s^* \leq Q \leq Q_k^* \tag{10}$$

Полученные оценки внешних нагрузок могут быть использованы, например, в технологических задачах обработки материалов давлением в режимах ползучести и сверхпластичности, когда необходима только информация о мощностях производственного оборудования и не требуется знания точных значений напряжений и скоростей деформаций в обрабатываемой детали.

В отличие от задач идеальной пластичности, где обычно требуется найти предельные внешние нагрузки на элемент конструкции, а также верхние и нижние оценки этих величин, в прикладных задачах ползучести представляет интерес другой класс задач, в которых внешние нагрузки заданы и необходимо приближенно оценить интенсивность процесса ползучести по какой-либо выбранной мере и время до разрушения материала элемента конструкции. В энергетическом варианте ползучести [9, 10] за меру интенсивности процесса принята величина удельной мощности рассеяния $W = \sigma_{ij} \eta_{ij}$, за меру поврежденности материала — величина рассеянной удельной энергии $A = \int_0^t \sigma_{ij} \eta_{ij} dt$. Показано,

что время t^* до разрушения материала при ползучести обратно пропорционально величине W на установившейся стадии процесса: $W t_i^* = W_n t_n^*$. Это подтверждено для ряда конструкционных материалов в широком термосиловом диапазоне в экспериментах при однородном напряженно-деформированном состоянии для стационарных и нестационарных внешних условий. Если предположить, что эти положения справедливы “в среднем” и для элементов конструкций с неоднородным напряженно-деформированным состоянием, то из приведенных выше неравенств типа (10) получим два других:

1) для статически допустимых полей напряжений σ_{ij}^* при неизменных внешних термосиловых параметрах получим завышенные значения средней по объему тела удельной величины рассеяния энергии по сравнению с ее истинными значениями W^0 , а для кинематически допустимых полей скоростей перемещений v_i^* и скоростей деформаций η_{ij}^* — заниженные значения

$$W_s^0 \geq W^0 \geq W_k^0 \tag{11}$$

2) длительность до разрушения t^* для материала конструкции “в среднем” для статически и кинематически допустимых полей обратно пропорциональна величинам W^0 , и в соответствии с (11)

$$t_s^* \leq t^* \leq t_k^* \tag{12}$$

Ниже приводятся результаты физических и численных экспериментов для оценки поведения некоторых типичных элементов конструкций в условиях высокотемпературной ползучести с проверкой достоверности приведенных выше неравенств.

2. Характеристики высокотемпературной ползучести используемого материала. Эксперименты проводились на конструкционном сплаве на основе железа Ст. 45. Материал использовался в состоянии поставки, экспериментальные образцы до и после изготовления термообработке не подвергались. Эксперименты на ползучесть проводились на цилиндрических образцах при одноосном растяжении и сжатии. Образцы имели следующие размеры: в экспериментах на растяжение рабочая длина $l_0 = 37$ мм, диаметр $d_0 = 10$ мм, на сжатие — $l_0 = 20$ мм, $d_0 = 7$ мм. Эксперименты на растяжение обычно проводились до разрушения образца, на сжатие — до потери устойчивости. В эксперименте при изменении деформации на 1 % с использованием условия пластической несжимаемости $S_0 l_0 = S l$, где $S(t)$ и $l(t)$ — текущие сечение и длина образца, проводилась корректировка внешней нагрузки с целью сохранения постоянным напряжения в образце ($\sigma = \text{const}$).

Для определения характеристик материала проведена серия экспериментов как при фиксированных значениях σ , так и при переменных. Температура $T = 725$ °С, при которой проводились испытания, поддерживалась постоянной в пределах $\pm 0,5$ % заданной.

Диаграммы ползучести строились в виде зависимостей рассеянной работы деформаций ползучести $A = \sigma \varepsilon$ от времени t , где $\varepsilon = \ln(l(t)/l_0)$. Кривые имели четко выраженный линейный характер, что позволило определить удельную мощность диссипации $W_0 = dA/dt = \sigma \eta$. При этом скорости деформаций в экспериментах на растяжение и сжатие при одних и тех же σ практически совпали.

В результате обработки экспериментальных данных найдены аппроксимирующие зависимости вида [11]

$$W = B \sigma_{\varepsilon}^n, \quad \sigma_{\varepsilon} = (3\sigma_{ij}^0 \sigma_{ij}^0 / 2)^{1/2}, \quad \sigma_{ij}^0 = \sigma_{ij} - \delta_{ij} \sigma_{nn} / 3, \quad B = 3,5 \cdot 10^{-14}, \quad n = 6,22; \quad (13)$$

$$W = D \eta_{\varepsilon}^m, \quad \eta_{\varepsilon} = (2\eta_{ij}^0 \eta_{ij}^0 / 3)^{1/2}, \quad \eta_{ij}^0 = \eta_{ij}, \quad D = 376,88, \quad m = 1,19. \quad (14)$$

В (13), (14) размерность W — МДж/(м³·с), B — МПа¹⁻ⁿ/с, D — МПа·с^{m-1}. Можно учесть и разупрочняющую стадию, записав предыдущие зависимости в виде

$$\frac{dA}{dt} = \frac{(A^*)^s B \sigma_{\varepsilon}^n}{(A^* - A)^s} \quad \text{или} \quad \frac{dA}{dt} = \frac{(A^*)^s D \eta_{\varepsilon}^m}{(A^* - A)^s}, \quad (15)$$

где используются экспериментальные значения $A^* = 30$ МДж/м³ (рассеянной к моменту разрушения энергии) и $s = 0,9$. При малых значениях $A \rightarrow 0$ зависимости (15) переходят в (13), (14). Для изгибаемой балки $\sigma_{\varepsilon} = \sigma$, $\eta_{\varepsilon} = \eta$; для закручиваемого стержня $\sigma_{\varepsilon} = \sqrt{3}\tau$, $\eta_{\varepsilon} = (\sqrt{3}/3)\dot{\gamma}$, где τ — касательное напряжение; $\dot{\gamma}$ — деформация сдвига. Следует отметить, что при деформациях $\varepsilon \geq 12$ % на образцах образуется шейка, и на показатель разупрочнения s в (15) влияет изменение как прочностных свойств материала, так и геометрии образца. При описании экспериментальных диаграмм деформирования материала, особенно при кручении образцов, обычно использовалась зависимость (13) без учета разупрочнения. Зависимость (15) применялась при оценке длительности до разрушения элементов конструкций.

Достоверность приведенных зависимостей проверялась экспериментально при стационарных и нестационарных режимах нагружения. На рис. 1 приведены результаты одного из экспериментов. Кривая 1 соответствует задаваемой зависимости $\sigma(t)$, точки — экспериментальной зависимости $A(t)$, кривая 2 — рассчитанной по (13) зависимости $A(t)$.

3. Результаты экспериментов по приближенной оценке ползучести типичных элементов конструкций. Справедливость неравенств (10)–(12) проверялась оценкой интенсивности процессов ползучести при изгибе прямоугольных балок и кручении цилиндрических стержней.

Экспериментальная кривая рассеянной энергии $A_0 = A(t)$ в единице объема при необратимом деформировании прямоугольной балки, изгибаемой постоянным моментом

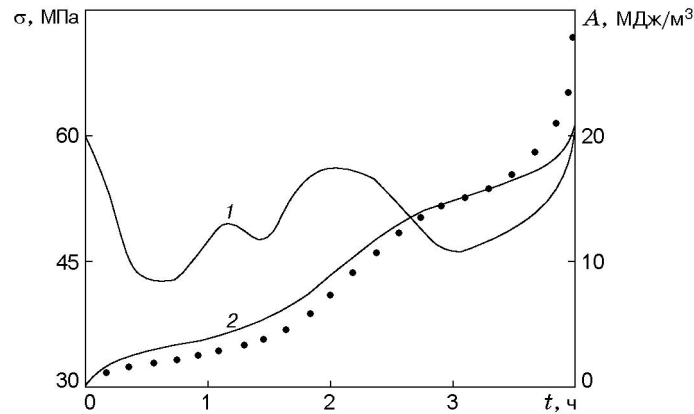


Рис. 1

$M = \text{const}$, определялась по зависимости $A_0 = M\varphi/V$, где угол поворота крайних на рабочей длине $L = 100$ мм сечений балки φ определялся по приближенной формуле $\varphi = 8\Delta/L$ через замеряемый в эксперименте прогиб балки Δ . Окончательно имеем $A_0 = 8M\Delta/(bhL^2)$, где b, h — ширина и высота балки.

Аналогично при кручении цилиндрических стержней постоянным моментом $M = \text{const}$ имеем $A_0 = M\varphi/(\pi R^2L)$, где угол закручивания стержня φ на рабочей длине L замерялся непосредственно в эксперименте.

Кривые $A_0 = A(t)$, как и при одноосных процессах с однородным напряженно-деформированным состоянием, практически не имели участка, соответствующего начальной неустановившейся стадии, и большую часть времени процесс шел в соответствии с законами вязкого течения без упрочнения-разупрочнения, что позволило определить среднюю по объему тела мощность рассеяния $W_0 = dA/dt$. Проведены две серии экспериментов: при стационарных термосиловых условиях ($T = 725$ °С, $M = \text{const}$) и при произвольно меняющихся значениях $M = M(t)$.

Оценка интенсивности процесса ползучести при постоянных значениях момента. Рассмотрим статически возможные поля напряжений в балке, например в форме $\sigma(z) = \sigma_0(2z/h)^p$ для $p \geq 0$, где σ_0 — напряжение в крайних волокнах балки при $z = h/2$ (с учетом того, что поведение материала в экспериментах на растяжение и сжатие одинаково). В силу симметрии $\sigma(z)$ при любом значении p удовлетворяет условию отсутствия осевого растяжения в балке. Далее, удовлетворим условию, что при любом p средняя мощность рассеяния остается неизменной: $W_0 = \text{const}$. Из (13) получим

$$W_0 = \frac{1}{V} \int_V B\sigma_3^n dV = \frac{2}{h} \int_0^{h/2} B \left[\sigma_0 \left(\frac{2z}{h} \right)^p \right]^n dz = \frac{B\sigma_0^n}{pn + 1}.$$

По заданной величине W_0 для любого значения p найдем σ_0 и распределение по сечению $\sigma(z)$. Остается удовлетворить последнему условию равновесия $M = \int_S \sigma(z)z dS$, которое дает зависимость внешнего момента от p для различных статически допустимых полей напряжений. Кроме того, зная $\sigma(z)$ в каждой точке по высоте балки, из (13) можно найти $W(z)$ и $\eta(z) = W(z)/\sigma(z)$.

По той же схеме рассмотрим кинематически возможные поля скоростей деформаций $\eta(z) = \eta_0(2z/h)^d$ для $d \geq 0$. При произвольном d условие совместности скоростей деформаций может нарушиться, что потребует введения сдвиговых скоростей и связанных с ними

Таблица 1

p	M_s^* , Н·м	d	M_k^* , Н·м
0	25,7	0	25,7
0,2	26,6	0,2	26,4
0,7	24,9	1,0	26,6
1,0	23,5	3,3	25,5

Таблица 2

p	M_s^{**} , Н·м	d	M_k^{**} , Н·м
0	52,4	0	52,4
0,5	52,2	1,0	53,1
1,0	49,3	5,0	49,6

сдвиговых напряжений. В приближенных оценках будем считать, что их вклад в величину мощности W_0 мал по сравнению с вкладом продольной скорости деформации $\eta(z)$, т. е. будем полагать $\eta_\vartheta = \eta(z)$. Подставляя $\eta(z)$ в (14), получим

$$W_0 = \frac{1}{V} \int_V D\eta_\vartheta^m dV = \frac{D\eta_0^m}{dm + 1}.$$

Как и в предыдущем случае, для заданного значения W_0 и любого d найдем η_0 и $\eta(z)$, из (14) найдем $W(z)$ по высоте балки и $\sigma(z) = W(z)/\eta(z)$.

Как указано выше, для различных значений p и d координаты z_* точки, в которой с учетом (13), (14) выполняется условие $B[\sigma(z_*)]^n = D[\eta(z_*)]^m = W_0$, различны. Поэтому говорить о какой-либо характерной физической точке нецелесообразно.

В табл. 1 приведены результаты оценок изгибающих моментов для рассмотренных случаев при некоторых значениях p и d . Результаты сравнивались с экспериментом на балке ($b = 9,96$ мм, $h = 19,98$ мм, $L = 100$ мм, $M = 25,83$ Н·м), экспериментальное значение $W_0 = 2,08 \cdot 10^{-5}$ МДж/(м³·с). С учетом разбросов экспериментальных данных и приближенности аппроксимирующих зависимостей (13), (14) в указанных интервалах p и d неравенство (10) выполняется удовлетворительно и отклонение расчетных значений M_s^* и M_k^* от экспериментального $M = 25,83$ Н·м не превышает нескольких процентов.

Аналогичные результаты получены и при оценке крутящего момента M при кручении цилиндрического стержня. Статически возможные поля напряжений принимались в виде $\sigma_\vartheta = \sigma_0(r/R)^p$, где $\sigma_0 = \sqrt{3}\tau_0$. Подставляя σ_ϑ в (13) и интегрируя по рабочему объему стержня, после осреднения получим $W_0 = 2B\sigma_0^n/(np + 2)$. Задавая значение W_0 для любого показателя p , найдем σ_0 , затем $\sigma_\vartheta(r)$, распределение $W(r)$, $\eta_\vartheta(r) = W(r)/\sigma_\vartheta(r)$ в каждой точке, $M_s^{**} = \int_S \tau r dS = 2\pi\sigma_0 R^3/(\sqrt{3}(p + 3))$.

Для кинематически возможных полей скоростей деформаций примем $\eta_\vartheta = \eta_0(r/R)^d$, $\eta_0 = (\sqrt{3}/3)\dot{\gamma}_0$. Из (14) после интегрирования и осреднения получим $W_0 = 2D\eta_0^m/(md + 2)$. Задавая значение W_0 для любого показателя d , найдем η_0 , затем $\eta_\vartheta(r)$, $W(r)$, $\sigma_\vartheta(r) = W(r)/\eta_\vartheta(r)$ и M_k^{**} .

В табл. 2 приведены значения M_s^{**} и M_k^{**} для некоторых значений p и d . Результаты сравнивались с данными эксперимента ($R = 10$ мм, $L = 37$ мм, $M = 53,15$ Н·м), экспериментальное значение $W_0 = 5,13 \cdot 10^{-4}$ МДж/(м³·с). Так же как в эксперименте на изгиб, различие расчетных и экспериментальных значений не превышает нескольких процентов.

Проведенная серия экспериментов на изгиб и кручение позволила проверить достоверность зависимостей (11) и (12) для оценки интенсивности процессов ползучести и длительности до разрушения изгибаемых балок и закручиваемых стержней.

Пусть температура и изгибающий момент M для балки заданы и не меняются. Экспериментальная кривая рассеянной энергии $A_0 = 8M\Delta/(bhL^2)$ определена и построена. Зададим произвольное статически возможное поле напряжений $\sigma = \sigma(z)$, которое определяется по заданному моменту M . Подставляя $\sigma(z)$ в (13), интегрируя и осредняя по

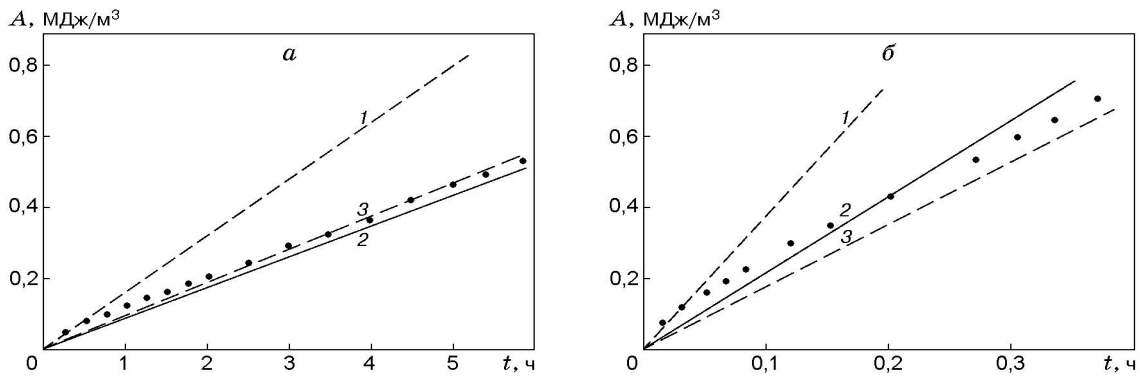


Рис. 2

рабочему объему балки, найдем W_0 . Рассматривая только установившуюся стадию ползучести (без учета третьей стадии), получим зависимость $A(t) = W_0 t$ и сравним ее с экспериментальной. Для кинематически возможных полей скоростей деформаций, ограничиваясь для простоты линейным распределением скоростей по высоте балки $\eta(z) = \dot{\varepsilon} z$, где $\varepsilon = 8z\Delta/L^2$ — кривизна балки, а величина Δ определяется из эксперимента. Подставляя $\eta(z)$ в (14), интегрируя и осредняя по объему, найдем W_0 и затем зависимость $A_0(t) = W_0 t$.

На рис. 2 представлены результаты двух экспериментов по изгибу балки при $b_1 = 19,85$ мм, $h_1 = 9,85$ мм, $M_1 = 21,32$ Н·м (рис. 2,а), $b_2 = 9,87$ мм, $h_2 = 19,84$ мм, $M_2 = 25,53$ Н·м (рис. 2,б). Точки соответствуют экспериментальным зависимостям $A_0 = A(t)$. Кривые 1 соответствуют зависимостям $A_0^{(1)} = W_0^{(1)} t$ в случае, когда $W_0^{(1)}$ рассчитывалась по статически допустимому полю, соответствующему упругому распределению $\sigma(z)$ и не меняющемуся в процессе ползучести. Кривые 2 соответствуют значениям $W_0^{(2)}$, вычисленным по статически допустимому полю $\sigma(z) = \text{const}$, соответствующему идеально пластической схеме; кривые 3 — значениям $W_0^{(3)}$, вычисленным по кинематически возможному полю скоростей деформаций при линейном $\eta(z)$ распределении по высоте балки. Приведенные результаты удовлетворительно согласуются с приближенными оценками по (11).

Тот же результат получен в экспериментах на кручение цилиндрических стержней. На рис. 3 точки соответствуют зависимостям $A_0 = M\varphi/V$, полученным в эксперименте на образцах с параметрами $R_1 = 10$ мм, $L_1 = 37,59$ мм, $M_1 = 60,37$ Н·м; $R_2 = 10$ мм, $L_2 = 47,5$ мм, $M_2 = 53,2$ Н·м; $R_3 = 10$ мм, $L_3 = 47,5$ мм, $M_3 = 48,3$ Н·м. Приближенные

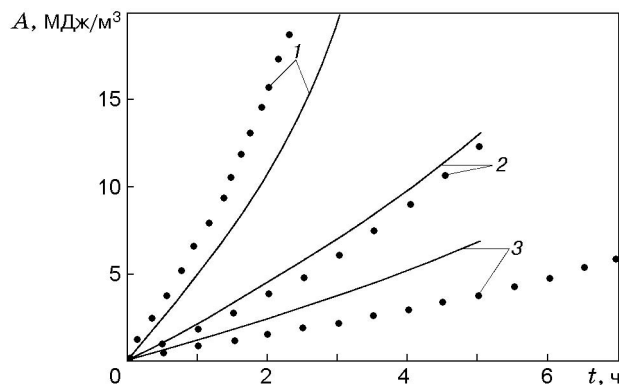


Рис. 3

значения $A_0 = A(t)$, как и для балок, рассчитывались по статически допустимым полям напряжений и полям скоростей деформаций. В качестве статически допустимого поля напряжений взяты напряжения, соответствующие упругому состоянию $\sigma_\varepsilon = \sigma_0(r/R)$ и предельному $\sigma_\varepsilon = \text{const}$. Зная M , находим $\sigma_\varepsilon(r)$ и W_0 , которые считаем неизменными с начала процесса ползучести до разрушения. На рис. 3 сплошные линии соответствуют расчетным зависимостям $A = W_0 t$ для полей напряжений $\sigma_\varepsilon = \text{const}$, где W_0 определялась по (15).

Представленные результаты экспериментов по ползучести изгибаемых балок и скручиваемых стержней при стационарных внешних термосиловых условиях в целом подтверждают оценки (10)–(12). При описании процессов ползучести можно использовать статически допустимое поле напряжений, полученное по схемам идеально пластического тела (по терминологии [8] “идеально ползучего тела”).

Оценка интенсивности процессов ползучести при переменных значениях момента. Использованные выше зависимости получены для стационарных внешних условий. Однако их можно использовать и в случае медленно изменяющихся внешних нагрузок и температуры. При высоких температурах время релаксации τ^* , т. е. время перехода внутренних термодинамических параметров в равновесное состояние, достаточно мало. Если временной процесс разбить на интервалы Δt_i , для которых $\tau^* \ll \Delta t_i$, то в каждом таком интервале можно использовать полученные выше зависимости. Эксперименты по изгибу балок и кручению сплошных цилиндрических стержней при меняющихся во времени моментах и фиксированной температуре подтвердили это предположение. На рис. 4 приведены результаты одного из таких экспериментов. Сплошной цилиндрический стержень с рабочей длиной $L = 39$ мм и радиусом $R = 10$ мм закручивался моментом, величина которого менялась ступенчато с $\Delta t_i \approx 20$ мин (за исключением $\Delta t_4 \approx 10$ мин). Крутящие моменты равны: $M_1 = M_7 = 48,4$ Н·м, $M_2 = M_6 = M_8 = 60,5$ Н·м, $M_3 = M_5 = 72,5$ Н·м, $M_4 = 84,6$ Н·м. Точки соответствуют экспериментальным значениям $A = A(t)$, стрелками отмечено время перегрузок. Суммарное значение рассеянной энергии определялось

в эксперименте как $A = \sum_{i=1}^8 M_i \varphi_i$. Расчет средней мощности рассеяния W_0 на каждом

интервале Δt_i с фиксированными значениями момента проводился по зависимости (13), где в качестве статически возможного поля напряжений принималось поле, соответствующее предельному состоянию (по схеме идеально ползучего тела). Для приведенных выше значений моментов M_i значения эквивалентных напряжений $\sigma_\varepsilon = \sqrt{3}\tau$ составляли: $\sigma_1 = \sigma_7 = 40$ МПа, $\sigma_2 = \sigma_6 = \sigma_8 = 50$ МПа, $\sigma_3 = \sigma_5 = 60$ МПа, $\sigma_4 = 70$ МПа. Расчетные

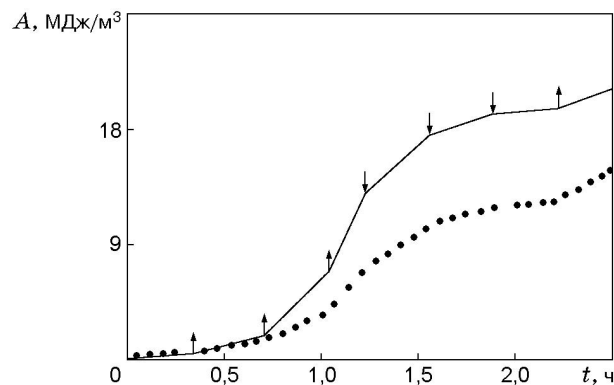


Рис. 4

зависимости $A(t)$, определявшиеся как сумма $A = \sum_{i=1}^8 W_0^i \Delta t_i$, показаны на рис. 4 сплошной линией. Как и в случае стационарных режимов, расчет по статически допустимым напряжениям дает завышенные в сравнении с экспериментом значения мощности рассеяния, но в целом удовлетворительно описывает процесс деформирования.

Следует отметить, что в интервалах Δt_i , в которых значения моментов M_i одинаковы, угол наклона экспериментальных кривых практически один и тот же. Это подтверждает высказанное выше предположение о малом времени релаксации τ^* материала, быстром переходе из возбужденного при перегрузке состояния в равновесное и возможности использования в этом случае полученных выше оценок для нестационарных процессов.

4. Оценка времени до разрушения элемента конструкции в условиях высокотемпературной ползучести. Рассмотрим задачу о трубе, зажатой стенками с торцов ($\varepsilon_z = 0$). Отношение внутреннего радиуса к внешнему $R_1/R_2 = 0,5$. Внутреннее давление $P = 34$ МПа, внешнее давление отсутствует. Материал трубы — Ст. 45, рабочая температура $T = 725$ °С, т. е. характеристики материала те же, что и выше (см. (13)–(15)). Рассмотрим несколько статически допустимых полей напряжений и вычислим по ним зависимость $A_0 = A(t)$, оценим время до разрушения t_i^* и сравним с результатами, полученными при решении соответствующей задачи по уравнениям ползучести.

1. В качестве статически допустимого поля напряжений возьмем поле, соответствующее упругому решению, и будем считать, что напряжения σ_r и σ_θ не меняются вплоть до разрушения. Полагая коэффициент Пуассона $\nu = 0,5$ и используя граничные условия, получим [12]

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{PR_1^2}{R_2^2 - R_1^2} - \frac{PR_2^2 R_1^2}{r^2(R_2^2 - R_1^2)}, & \sigma_\theta &= \frac{PR_1^2}{R_2^2 - R_1^2} + \frac{PR_2^2 R_1^2}{r^2(R_2^2 - R_1^2)}, \\ \sigma_z &= \frac{1}{2}(\sigma_r + \sigma_\theta), & \sigma_\varphi &= \frac{\sqrt{3}}{2}(\sigma_\theta - \sigma_r) = \sqrt{3} \frac{PR_1^2 R_2^2}{r^2(R_2^2 - R_1^2)}. \end{aligned} \tag{16}$$

Подставляя (16) в зависимость $W_0 = \frac{1}{V} \int_V B \sigma_\varphi^n dV$, находим W_0 и затем из (15) определяем

зависимость $A_0 = A(t)$, из которой при $A_0 = A^* = 30$ МДж/м³ находим $t_1^* = 3,16$ ч. Соответствующая этому статически возможному напряженно-деформированному состоянию зависимость $A_0 = A(t)$ представлена на рис. 5 (кривая 1).

2. В качестве статически допустимого поля напряжений возьмем предельное поле, соответствующее решению задачи по схеме идеально пластического тела. В этом случае

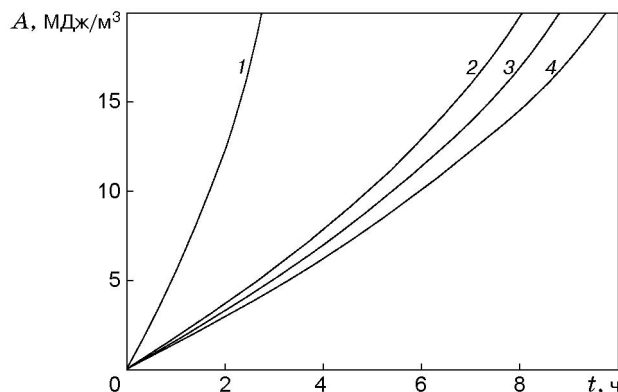


Рис. 5

компоненты напряжений примут вид [12]

$$\sigma_r = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_0 \ln \frac{r}{R_2}, \quad \sigma_\theta = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_0 \left(\ln \frac{r}{R_2} + 1 \right), \quad \sigma_z = \frac{1}{2} (\sigma_r + \sigma_\theta),$$

$$\sigma_\varphi = \frac{\sqrt{3}}{2} (\sigma_\theta - \sigma_r) = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_0, \quad \sigma_0 = \sqrt{3} P (2 \ln 2).$$

Находим $W_0 = \frac{1}{V} \int_V B \sigma_\varphi^n dV$ и по (15) определяем зависимость $A_0 = A(t)$ (кривая 2 на рис. 5), из которой при $A_0 = A^*$ находим $t_2^* = 9,2$ ч.

3. В качестве статически допустимого поля напряжений $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z$ возьмем поле, соответствующее решению по схеме “установившегося состояния”, считая эти напряжения неизменными с начала процесса ползучести до разрушения. Опуская промежуточные выкладки, для σ_φ получим выражение [8]

$$\sigma_\varphi = \frac{\sqrt{3} P}{(n-1)(4^{1/(n-1)} - 1)} \left(\frac{r}{R_2} \right)^{-2/(n-1)}.$$

Как и в предыдущих случаях, найдем W_0 и затем из (15) определим зависимость $A_0 = A(t)$ и $t_3^* = 10,1$ ч (кривая 3 на рис. 5).

4. Рассматривая задачу о неустановившейся ползучести трубы под внутренним давлением p , из уравнений совместности деформаций и равновесия имеем [13]

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial x} = \frac{\sigma_\varphi - \sigma_r}{x}, \quad \frac{\partial \sigma_\varphi}{\partial x} = -\frac{\partial \sigma_r}{\partial x} - \frac{E}{1-\nu^2} \frac{\varepsilon_\varphi^c - \varepsilon_r^c}{x} + \frac{\nu E}{1-\nu^2} \frac{\partial \varepsilon_r^c}{\partial x} - \frac{E}{1+\nu} \frac{\partial \varepsilon_\varphi^c}{\partial x}.$$

Полученная система с условиями $\sigma_r(R_1) = -p$, $\sigma_r(R_2) = 0$ представляет собой краевую задачу для определения напряжений $\sigma_r(r)$ и $\sigma_\varphi(r)$ по известным значениям деформаций ползучести ε_r^c и ε_φ^c и их производных в каждой точке трубы в некоторый момент времени t .

Из условия пропорциональности девиаторов напряжений и скоростей деформаций ползучести и уравнения состояния в энергетической форме получаем систему уравнений для определения деформаций ползучести и удельной работы рассеяния в произвольной точке радиуса трубы по известным напряжениям

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{B \sigma_\varphi^n}{(A^* - A)^m}, \quad \frac{\partial \varepsilon_r^c}{\partial t} = \frac{\partial A}{\partial t} \frac{2\sigma_r - \sigma_\varphi - \sigma_z}{2\sigma_\varphi^2}, \quad \frac{\partial \varepsilon_\varphi^c}{\partial t} = \frac{\partial A}{\partial t} \frac{2\sigma_\varphi - \sigma_r - \sigma_z}{2\sigma_\varphi^2},$$

$$t = 0, \quad A = \varepsilon_\varphi^c = \varepsilon_r^c = 0.$$

Задача решалась итерациями. На каждой итерации по значениям радиального напряжения на границе методом пристрелки определялось распределение напряжений $\sigma_r(r)$ и $\sigma_\varphi(r)$ с использованием значений поля деформаций, вычисленных на предыдущей итерации, а затем находилось поле деформаций на следующем временном шаге. Зависимость $A_0 = A(t)$, соответствующая прямому численному расчету, изображена на рис. 5 (кривая 4). При $A = A^*$ время разрушения $t_4^* = 11$ ч. Время перераспределения напряжения от исходного к установившемуся составляет 10 мин, т. е. менее 2 % продолжительности процесса ползучести до разрушения.

Заключение. Из приведенных выше результатов физических и численных экспериментов следует:

1. Полученные приближенные оценки интенсивности процессов высокотемпературной ползучести и длительной прочности элементов конструкций удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными.

2. В качестве приемлемого приближенного напряженно-деформированного состояния для оценки интенсивности таких процессов можно использовать поля напряжений, соответствующие решению по схеме идеально пластического тела в предельном состоянии (или идеально ползучего тела).

3. При определении сдвиговых характеристик высокотемпературной ползучести в экспериментах на кручение трубчатых образцов можно использовать не тонкостенные образцы, быстро теряющие правильную геометрическую форму, а толстостенные и даже сплошные или с очень малым центральным осевым отверстием. При высоких температурах результаты экспериментов, полученные на толстостенных образцах, близки к полученным на тонкостенных образцах.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Работнов Ю. Н.** Ползучесть элементов конструкций. М.: Наука, 1966.
2. **Ивлев Д. Д.** Теория идеальной пластичности. М.: Наука, 1966.
3. **Nayhurst D. R., Leckie F. A.** The effect of creep constitutive and damage relationships upon the rupture time of a solid circular torsion bar // J. Mech. Phys. Solids. 1973. V. 21, N 6. P. 431–446.
4. **Хейхерст Д. Р.** Определение времени до разрушения для вращающихся дисков в условиях ползучести с использованием уравнений повреждаемости при двухосном напряженном состоянии // Прикл. механика. 1973. № 4. С. 88–95.
5. **Розенблюм В. И., Виноградов Н. Н.** К расчету ползучести при низких уровнях напряжений // Пробл. прочности. 1973. № 12. С. 38, 39.
6. **Горев Б. В.** К оценке ползучести и длительной прочности элементов конструкций по методу характеристических параметров. 1 // Пробл. прочности. 1979. № 4. С. 30–36.
7. **Заев В. А., Никитенко А. Ф.** К расчету элементов конструкций с учетом повреждаемости материала в процессе ползучести // ПМТФ. 1980. № 2. С. 157–164.
8. **Качанов Л. М.** Теория ползучести. М.: Физматгиз, 1960.
9. **Соснин О. В.** Энергетический вариант теории ползучести и длительной прочности. Ползучесть и разрушение неупрочняющихся материалов. 1 // Пробл. прочности. 1973. № 5. С. 45–49.
10. **Соснин О. В., Горев Б. В., Никитенко А. Ф.** К обоснованию энергетического варианта теории ползучести. 1 // Пробл. прочности. 1976. № 11. С. 3–8.
11. **Любашевская И. В., Соснин О. В.** О приближенных оценках внешних нагрузок при установившейся ползучести в элементах конструкций // Динамика сплошной среды: Сб. науч. тр. / РАН. Сиб. отд-ние. Ин-т гидродинамики. 1999. Вып. 114. С. 183–185.
12. **Малинин Н. Н.** Прикладная теория пластичности и ползучести. М.: Машиностроение, 1968.
13. **Горев Б. В., Цвелодуб И. Ю.** Применение энергетических уравнений ползучести к расчету толстостенной цилиндрической трубы // Динамика сплошной среды: Сб. науч. тр. / АН СССР. Сиб. отд-ние. Ин-т гидродинамики. 1974. Вып. 17. С. 99–105.

Поступила в редакцию 14/III 2001 г.