УДК 681.5 : 004.3

АНАЛИТИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ ИНВАРИАНТНЫХ НАБЛЮДАТЕЛЕЙ СОСТОЯНИЯ ПОНИЖЕННОГО ПОРЯДКА*

А. З. Асанов, Д. Н. Демьянов

Казанский (Приволжский) федеральный университет,
420008, г. Казань, ул. Кремлёвская, 18
E-mail: askhat.asanov@yandex.ru

Предложен алгоритм аналитического синтеза наблюдателей пониженного порядка для динамических систем с матрицей выхода произвольного вида и сформулированы условия инвариантности построенного наблюдателя к внешним возмущениям. Получены условия разрешимости задачи синтеза в виде системы линейных матричных уравнений. Представленный алгоритм основан на невырожденном преобразовании вектора состояния с использованием технологии канонизации матриц и методах решения линейных матричных уравнений произвольной размерности.

Ключевые слова: наблюдатель пониженного порядка, внешние возмущения, инвариантность, канонизация матриц, алгоритм синтеза.

Введение. Неотъемлемой составляющей нормального процесса функционирования любой достаточно сложной технической системы является постоянный контроль параметров, определяющих её основные характеристики. Причём определение этих параметров может осуществляться как путём измерений, так и расчётными методами с применением так называемых наблюдателей состояния [1, 2].

Однако любой реальный объект в процессе эксплуатации подвергается влиянию различного рода внешних возмущений, устранить которые не представляется возможным. При этом вероятно возникновение не стремящейся с течением времени к нулю ошибки оценивания, из-за наличия которой показатели качества системы управления, включающей в себя наблюдатель состояния и регулятор, могут существенно ухудшиться [3]. Таким образом, задача разработки алгоритмов синтеза наблюдающих устройств, малочувствительных к влиянию внешних возмущений или инвариантных к ним, становится весьма актуальной.

1. Постановка задачи. Пусть рассматривается динамический объект, описываемый уравнениями в пространстве состояний

$$\dot{x} = Ax + Bu + Hf; \quad y = Cx. \tag{1}$$

Здесь $x \in R^n$, $u \in R^s$, $y \in R^m$, $f \in R^k$ — векторы состояния, управления, выхода и внешних возмущений; A, B, C, H — числовые матрицы соответствующих размеров. Предполагается, что все матрицы коэффициентов известны, вектор состояния и вектор внешних возмущений недоступны непосредственному измерению, вектор управления и вектор выхода могут быть измерены с высокой точностью, пара (A, C) является полностью наблюдаемой по Калману, все строки матрицы выхода — линейно независимыми.

Требуется синтезировать динамическую систему порядка $n-m$, которая формировала бы по известной информации о сигналах y и u вектор $\hat{x}$ такой, что

$$\varepsilon(t) = \hat{x}(t) - x(t) \to 0 \quad \text{при}\, t \to \infty.$$

*Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 11-08-00311).

2. Предварительные соотношения. Для решения поставленной задачи будем использовать технологию канонизации матриц [4]. Суть этой технологии заключается в том, что некоторой матрице M размера $m \times n$ ставится в соответствие четвёрка матриц $\tilde{M}^L$, $\tilde{M}^R$, $\bar{M}^L$, $\bar{M}^R$, удовлетворяющих равенству

$$\begin{bmatrix} \tilde{M}^L \\ \bar{M}^L \end{bmatrix} M \begin{bmatrix} \tilde{M}^R & \bar{M}^R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Здесь $\tilde{M}^L$, $\tilde{M}^R$ — левый и правый матричные делители единицы; $\bar{M}^L$, $\bar{M}^R$ — левый и правый матричные делители нуля. Произведение $\tilde{M}^R\tilde{M}^L$ обозначается как $\tilde{M}$ и называется сводным канонизатором.

Определим вектор состояния динамического объекта из второго уравнения системы (1), используя методы решения линейных матричных уравнений произвольного вида [4]:

$$x = \tilde{C}y(t) + \bar{C}^R z(t), \tag{2}$$

где $z(t)$ — некоторый неизвестный вектор длиной $n - m$.

Выражение (2) будет справедливо всегда, так как согласно принятым допущениям матрица выхода имеет полный строчный ранг, т. е. $\bar{C}^L = \varnothing$.

Перепишем выражение (2) в матричном виде:

$$x = \begin{pmatrix} \tilde{C} & \bar{C}^R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y(t) \\ z(t) \end{pmatrix}. \tag{3}$$

Можно показать, что при выполнении принятых допущений матрица коэффициентов в правой части соотношения (3) квадратная невырожденная. Если $\bar{C}^L = \varnothing$, то $\tilde{C}^L$ будет квадратной обратимой матрицей, а матрица $(\tilde{C} \quad \bar{C}^R)$ будет иметь такие же размеры, что и матрица $(\tilde{C}^R \quad \bar{C}^R)$, которая, в свою очередь, является квадратной по определению.

Невырожденность матрицы коэффициентов докажем от противного. Пусть $\det(\tilde{C} \quad \bar{C}^R) = 0$, тогда должен существовать ненулевой вектор λ такой, что $\lambda(\tilde{C} \quad \bar{C}^R) = 0$. Представим полученное соотношение в виде системы:

$$\lambda\tilde{C} = 0; \quad \lambda\bar{C}^R = 0. \tag{4}$$

Из второго уравнения системы (4) следует, что $\lambda = \mu\overline{\bar{C}^R}^L$, где μ — некоторый неизвестный вектор. Откуда согласно свойствам повторных канонизаторов [4] получим $\lambda = \mu\tilde{C}^L C$. Подставим выражение для вектора λ в первое уравнение системы (4):

$$\lambda\tilde{C} = \mu\tilde{C}^L C\tilde{C}^R\tilde{C}^L = \mu\tilde{C}^L = 0.$$

Так как матрица $\tilde{C}^L$ является квадратной обратимой, то полученное соотношение будет справедливо лишь при условии $\mu = 0$. Но отсюда следует, что вектор λ нулевой, и это противоречит принятому ранее допущению. Следовательно, сделанное предположение неверно, и матрица $(\tilde{C} \quad \bar{C}^R)$ является невырожденной.

Обозначим $T = (\tilde{C} \quad \bar{C}^R)$. Найдём матрицу $V = \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = T^{-1}$. По определению

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{C} & \bar{C}^R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix}.$$

Запишем полученное уравнение в виде системы:

$$V_1\tilde{C} = I; \quad V_1\bar{C}^R = 0; \quad V_2\tilde{C} = 0; \quad V_2\bar{C}^R = I. \tag{5}$$

При принятых допущениях относительно матрицы выхода система (5) будет иметь единственное решение:

$$V_1 = C; \quad V_2 = \widetilde{\bar{C}^R} - \widetilde{\bar{C}^R}\tilde{C}C = \hat{C}. \tag{6}$$

Таким образом, получены матрицы преобразования, позволяющие выразить вектор состояния динамического объекта через его выходной вектор и некоторую неизвестную функцию времени.

3. Синтез наблюдающего устройства при отсутствии внешних возмущений. Рассмотрим процедуру построения наблюдающего устройства для объекта (1) при условии $f \equiv 0$. Тогда уравнение динамики объекта в новых координатах, определяемых соотношением (3), имеет вид

$$\begin{pmatrix} \tilde{C} & \bar{C}^R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} \tilde{C} & \bar{C}^R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix} + Bu.$$

Преобразуем полученную систему уравнений, используя соотношения (6):

$$\begin{pmatrix} \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} CA\tilde{C} & CA\bar{C}^R \\ \hat{C}A\tilde{C} & \hat{C}A\bar{C}^R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} CB \\ \hat{C}B \end{pmatrix} u. \tag{7}$$

Для построения наблюдающего устройства, восстанавливающего неизвестный вектор z, воспользуемся подходом, изложенным в работе [5], а именно дополним соответствующее уравнение динамики слагаемым, пропорциональным рассогласованию между реальным значением вектора и его оценкой. Получим уравнение динамики наблюдающего устройства

$$\dot{\hat{z}} = \hat{C}A\bar{C}^R\hat{z} + \hat{C}A\tilde{C}y + \hat{C}Bu + L(CA\bar{C}^Rz - CA\bar{C}^R\hat{z}).$$

Реальное значение вектора $CA\bar{C}^Rz$ можно найти из первого уравнения системы (7). Тогда в окончательном виде уравнение наблюдателя имеет вид

$$\dot{\hat{z}} = (\hat{C} - LC)A\bar{C}^R\hat{z} + (\hat{C} - LC)A\tilde{C}y + (\hat{C} - LC)Bu + L\dot{y}. \tag{8}$$

Оценку вектора состояния определим путём подстановки в уравнение (2):

$$\hat{x} = \tilde{C}y(t) + \bar{C}^R\hat{z}(t). \tag{9}$$

Вычитая из уравнения (8) второе уравнение системы (7), получим

$$\frac{d}{dt}(\hat{z} - z) = (\hat{C} - LC)A\bar{C}^R(\hat{z} - z). \tag{10}$$

Выбором матрицы L можно обеспечить желаемую динамику процесса оценивания. В частности, если все собственные числа матрицы $(\hat{C}-LC)A\bar{C}^R$ будут иметь отрицательную действительную часть, то $\hat{z} - z \to 0$ при $t \to \infty$.

Ошибка оценивания вектора состояния динамического объекта может быть найдена путём вычитания соотношения (2) из соотношения (9):

$$\varepsilon(t) = \hat{x}(t) - x(t) = \bar{C}^R(\hat{z} - z). \tag{11}$$

Так как при $t \to \infty$ разность $\hat{z} - z \to 0$, то и величина $\varepsilon(t)$ стремится к нулю. Таким образом, синтезированная динамическая система является асимптотическим наблюдателем состояния объекта (1) при отсутствии внешних возмущений.

В том случае, если непосредственное дифференцирование выходного сигнала не допускается по тем или иным причинам, можно модифицировать расчётную схему.

Обозначим $w = \hat{z} - Ly$. Тогда уравнение (8) имеет вид

$$\dot{w} = (\hat{C} - LC)A\bar{C}^R w + (\hat{C} - LC)(A\tilde{C} + A\bar{C}^R L)y + (\hat{C} - LC)Bu. \tag{12}$$

При этом оценка вектора состояния определяется выражением

$$\hat{x} = (\tilde{C} + \bar{C}^R L)y(t) + \bar{C}^R w(t). \tag{13}$$

Полученные уравнения наблюдающего устройства пониженного порядка (8), (9) и (12), (13) — обобщение результатов работы [3] на динамические объекты с произвольной матрицей выхода полного ранга. При этом матрицы коэффициентов $\tilde{C}$, $\bar{C}^R$, $\hat{C}$, используемые в расчётных формулах, вычисляются с помощью существующих программных средств, реализующих планшетный алгоритм канонизации матрицы произвольных размеров [6].

4. Синтез наблюдающего устройства при наличии внешних возмущений. Уравнение динамики объекта в новых координатах, определяемых соотношением (3), имеет вид

$$\begin{pmatrix} \tilde{C} & \bar{C}^R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} \tilde{C} & \bar{C}^R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix} + Bu + Hf.$$

Преобразуем полученную систему уравнений с учётом соотношения (6):

$$\begin{pmatrix} \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} CA\tilde{C} & CA\bar{C}^R \\ \hat{C}A\tilde{C} & \hat{C}A\bar{C}^R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} CB \\ \hat{C}B \end{pmatrix} u + \begin{pmatrix} CH \\ \hat{C}H \end{pmatrix} f. \tag{14}$$

Пусть вектор внешних возмущений f является полностью контролируемым (измеряемым). Тогда, используя подход, изложенный в разд. 3, сформируем уравнение наблюдающего устройства:

$$\dot{\hat{z}} = \hat{C}A\bar{C}^R\hat{z} + \hat{C}A\tilde{C}y + \hat{C}Bu + \hat{C}Hf + L(CA\bar{C}^R z - CA\bar{C}^R\hat{z}).$$

После подстановки в полученное соотношение первого уравнения системы (14) и приведения подобных, получим

$$\dot{\hat{z}} = (\hat{C} - LC)A\bar{C}^R\hat{z} + (\hat{C} - LC)A\tilde{C}y + (\hat{C} - LC)Bu + L\dot{y} + (\hat{C} - LC)Hf. \tag{15}$$

При этом оценка вектора состояния определяется выражением (9), а ошибка его оценивания — формулой (11). Уравнение динамики ошибки оценивания подвектора состояния $z(t)$ может быть найдено путём вычитания из уравнения (15) второго уравнения системы (14). Очевидно, что оно совпадает с соотношением (10). Таким образом, ошибка оценивания вектора $x(t)$ зависит лишь от величины рассогласования $\hat{z} - z$ в начальный момент времени и не зависит от входных сигналов и возмущающих воздействий. Путём выбора матрицы L (например, обеспечивающей отрицательную действительную часть всех собственных чисел матрицы $(\hat{C} - LC)A\bar{C}^R$) можно создать условия для желаемой динамики процесса оценивания подвектора $z(t)$ и вектора $x(t)$.

Если вектор возмущающих воздействий f недоступен измерению (как это чаще всего и бывает на практике), то для исключения соответствующего ему слагаемого из уравнения (15) требуется обеспечить выполнение условия

$$(\hat{C} - LC)H = 0. \tag{16}$$

При этом работа наблюдающего устройства, допускающего дифференцирование выходных сигналов, определяется уравнениями (8), (9). Если дифференцирование выходных сигналов не допускается, то наблюдатель описывается уравнениями (12), (13).

Рассмотрим условие инвариантности (16) синтезированного наблюдающего устройства. Используя методы решения линейных матричных уравнений, получим

$$LC = \hat{C} - \eta\bar{H}^L. \tag{17}$$

Здесь η — некоторая неизвестная матрица соответствующего размера. Решив данное уравнение, найдём выражение для матрицы L:

$$L = -\eta\bar{H}^L\tilde{C}. \tag{18}$$

Условием существования решения (18) является выполнение соотношения

$$(\hat{C} - \eta\bar{F}^L)\bar{C}^R = 0.$$

Преобразовав это выражение с учётом формул (6) и свойств матричных делителей нуля и единицы, будем иметь

$$\eta\bar{H}^L\bar{C}^R = I. \tag{19}$$

Таким образом, построенный наблюдатель пониженного порядка будет инвариантным к внешним возмущениям, если матрица L определяется выражением (18), а матрица η удовлетворяет условию (19). При этом, учитывая формулу (17), матрица динамики наблюдателя будет задаваться выражением

$$(\hat{C} - LC)A\bar{C}^R = \eta\bar{H}^L A\bar{C}^R. \tag{20}$$

5. Анализ условий разрешимости. Рассмотрим соотношения (18)–(20) при различных сочетаниях характеристик исходного объекта.

1. Пусть количество выходов меньше количества возмущающих воздействий ($m < k$). Тогда количество строк матрицы $\bar{H}^L\bar{C}^R$ меньше количества её столбцов ($n - m > n - k$). Следовательно, матрица $\bar{H}^L\bar{C}^R$ имеет правый делитель нуля, а уравнение (19) неразрешимо, так как условием существования его решения служит выполнение тождества $\overline{\bar{H}^L\bar{C}^R}^R = 0$.

Если количество выходов меньше количества возмущающих воздействий, то построить инвариантный к внешним воздействиям наблюдатель пониженного порядка невозможно в принципе.

2. Пусть количество выходов равно количеству возмущающих воздействий ($m = k$). Тогда матрица $\bar{H}^L\bar{C}^R$ является квадратной размера $(n-m)\times(n-m)$. Если $\det(\bar{H}^L\bar{C}^R) = 0$, то, как и в предыдущем случае, условие инвариантности (19) выполняться не будет, и задача синтеза неразрешима. Если $\det(\bar{H}^L\bar{C}^R) \neq 0$, то из (19) следует $\eta = (\bar{H}^L\bar{C}^R)^{-1}$.

Матрица наблюдений (18) имеет вид

$$L = -(\bar{H}^L\bar{C}^R)^{-1}\bar{H}^L\tilde{C}. \tag{21}$$

Матрица динамики наблюдателя находится из выражения

$$(\hat{C} - LC)A\bar{C}^R = (\bar{H}^L\bar{C}^R)^{-1}\bar{H}^L A\bar{C}^R. \tag{22}$$

Таким образом, задача синтеза инвариантного наблюдателя имеет единственное решение, определяемое формулой (21) и соотношениями (8), (9) либо (12), (13). При этом собственными числами матрицы динамики наблюдателя, задаваемыми формулой (22), будут так называемые «системные нули» динамического объекта (1) по каналу «возмущение — выход». Подробное описание понятия «системный нуль», а также методы задания желаемого спектра системных нулей динамического объекта изложены в работах [7, 8]. В случае, если собственные числа матрицы (22) не обеспечивают желаемой динамики процесса оценивания, изменением матрицы C можно всегда сместить их в требуемую область комплексной плоскости.

3. Пусть количество выходов больше количества возмущающих воздействий ($m > k$). Тогда при выполнении условия $\overline{\bar{H}^L\bar{C}^R}^R = \varnothing$ уравнение (19) имеет бесконечное множество решений, определяемых выражением

$$\eta = \widetilde{\bar{H}^L\bar{C}^R} + \pi\overline{\bar{H}^L\bar{C}^R}^L. \tag{23}$$

Здесь π — произвольная матрица соответствующего размера.

Следовательно, матрица динамики наблюдателя запишется как

$$(\hat{C} - LC)A\bar{C}^R = \widetilde{\bar{H}^L\bar{C}^R}\bar{H}^L A\bar{C}^R + \pi\overline{\bar{H}^L\bar{C}^R}^L\bar{H}^L A\bar{C}^R.$$

Обозначим

$$A^* = (\widetilde{\bar{H}^L\bar{C}^R}\bar{H}^L A\bar{C}^R)^T; \quad B^* = -(\overline{\bar{H}^L\bar{C}^R}^L\bar{H}^L A\bar{C}^R)^T. \tag{24}$$

С учётом замены (24) обеспечение требуемого спектра полюсов наблюдателя эквивалентно задаче модального управления для пары (A^*, B^*), решением которой является матрица π^T. Определив её, можно вычислить матрицу L по формуле (18):

$$L = -(\widetilde{\bar{H}^L\bar{C}^R} + \pi\overline{\bar{H}^L\bar{C}^R}^L)\bar{H}^L\tilde{C}. \tag{25}$$

Если $\overline{\bar{H}^L\bar{C}^R}^R \neq \varnothing$ или пара (A^*, B^*) неуправляема, то путём изменения матрицы C динамического объекта можно обеспечить требуемые структурные свойства.

Пример. Требуется построить редуцированный наблюдатель состояния, инвариантный к действию внешнего возмущения и не допускающий дифференцирования выходного сигнала, для динамического объекта, заданного системой уравнений в пространстве состояний (1), матрицы коэффициентов которой имеют следующий вид:

$$A = \begin{pmatrix} -0{,}320 & 0 & -1{,}360 & 0 \\ -0{,}018 & 0 & 0{,}225 & -1{,}160 \\ 0 & 0{,}470 & -1{,}930 & -1{,}850 \\ 0{,}030 & 0 & 0{,}385 & -0{,}109 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1{,}840 & 0{,}520 \\ 0{,}850 & -0{,}250 \\ 0 & 0 \\ -0{,}070 & -0{,}420 \end{pmatrix},$$

$$H = \begin{pmatrix} 0{,}750 \\ -0{,}350 \\ 0{,}225 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1{,}000 & 0 & 0 & 0 \\ 0{,}800 & 0 & 0 & -1{,}000 \end{pmatrix}.$$

Задача имеет решение, так как количество выходов больше количества возмущений. Используя программные средства [6], определим матрицы

$$\bar{H}^L = \begin{pmatrix} 0{,}467 & 1{,}000 & 0 & 0 \\ -0{,}300 & 0 & 1{,}000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1{,}000 \end{pmatrix}, \ \bar{C}^R = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1{,}000 \\ 1{,}000 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \ \bar{H}^L\bar{C}^R = \begin{pmatrix} 0 & 1{,}000 \\ 1{,}000 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Вычислим матрицы A^*, B^* по формулам (24):

$$A^* = \begin{pmatrix} -1{,}522 & -0{,}410 \\ 0{,}470 & 0 \end{pmatrix}, \quad B^* = \begin{pmatrix} -0{,}385 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Условие $\overline{\bar{H}^L\bar{C}^R}^R \neq \varnothing$ выполняется, пара (A^*, B^*) полностью управляема, следовательно, задачи синтеза имеют решение. Зададим желаемые полюсы наблюдающего устройства равными -5 и -8. Тогда, решив задачу модального управления для пары (A^*, B^*), найдём матрицу коэффициентов: $\pi^T = (-29{,}813 \quad -219{,}992)$.

Вычислим матрицу наблюдателя по формуле (25):

$$L = \begin{pmatrix} 24{,}150 & -29{,}813 \\ 175{,}527 & -219{,}992 \end{pmatrix}.$$

Подставив полученное значение в формулы (12) и (13), запишем уравнения для нахождения оценки вектора состояния:

$$\dot{w} = \begin{pmatrix} -13{,}000 & 0{,}470 \\ -85{,}106 & 0 \end{pmatrix} w + \begin{pmatrix} -231{,}136 & 282{,}773 \\ -2043{,}864 & 2514{,}456 \end{pmatrix} y + \begin{pmatrix} 1{,}535 & 12{,}365 \\ 17{,}108 & 92{,}389 \end{pmatrix} u,$$

$$\hat{x} = \begin{pmatrix} 1{,}000 & 0 \\ 175{,}527 & -219{,}992 \\ 24{,}150 & -29{,}813 \\ 0{,}800 & -1{,}000 \end{pmatrix} y + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1{,}000 \\ 1{,}000 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} w(t).$$

Цифровое моделирование работы синтезированного наблюдающего устройства подтвердило его инвариантность к внешнему возмущению.

Заключение. В данной работе предложен алгоритм аналитического синтеза наблюдающего устройства пониженного порядка на основе невырожденного преобразования вектора состояния с использованием технологии канонизации матриц. Сформулированы условия, выполнение которых гарантирует инвариантность наблюдателя к внешним возмущениям, а также предложены способы их обеспечения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Асанов А. З.** Синтез наблюдателя нагрузки электромеханической системы // Изв. вузов. Авиационная техника. 2003. № 2. С. 17–21.
2. **Булычев В. Ю., Булычев Ю. Г., Лапсарь А. П.** Алгоритм оценки вектора состояния управляемых технических объектов на основе теоремы Котельникова // Автометрия. 2010. **46**, № 3. С. 30–40.
3. **Кузовков Н. Т.** Модальное управление и наблюдающие устройства. М.: Машиностроение, 1976. 184 с.
4. **Буков В. Н.** Вложение систем. Аналитический подход к анализу и синтезу матричных систем. Калуга: Изд-во науч. лит. Н. Ф. Бочкаревой, 2006. 720 с.
5. **Панкратов В. В., Нос О. В., Зима Е. А.** Избранные разделы теории автоматического управления. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2011. 222 с.
6. **Асанов А. З., Ахметзянов И. З.** Канонизация матриц произвольного размера средствами Matlab // Тр. II Всеросс. науч. конф. «Проектирование научных и инженерных приложений в среде Matlab». М.: ИПУ РАН, 2004. С. 798–804.
7. **Смагина Е. М.** Вычисление и задание нулей линейной многомерной системы // АиТ. 1987. № 12. С. 165–173.
8. **Асанов А. З., Демьянов Д. Н.** Синтез вход/выходных матриц многосвязной динамической системы по заданным передаточным нулям // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2008. № 6. С. 5–18.

Поступила в редакцию 5 марта 2013 г.