

К НЕСТАЦИОНАРНОЙ ТЕОРИИ ТЕПЛООВОГО ВЗРЫВА

В. В. Барзыкин, В. Т. Гонтковская, А. Г. Мержанов,
С. И. Худяев

(Москва)

При помощи электронно-вычислительной машины проведен анализ и дано решение системы уравнений теплового взрыва в частных производных для реакции нулевого и первого порядка при кондуктивной теплопередаче в зоне реакции и ньютоновском теплообмене на границе.

Уточнены определения основных характеристик теплового взрыва. Полученные результаты представлены в виде приближенных формул, связывающих характеристики теплового взрыва со всеми параметрами задачи в широком диапазоне их изменения.

Дан критерий применимости усредненного по объему уравнения для расчета периода индукции в случае кондуктивной теплопередачи в реакционном объеме.

Предложен способ усреднения системы уравнений теплового взрыва.

1. Нестационарная система уравнений в предположении кондуктивной теплопередачи по реакционному объему и постоянства теплофизических коэффициентов в безразмерных переменных имеет следующий вид (см., например, [1]):

уравнение теплопроводности

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \varphi(\eta) \exp \frac{\theta}{1 + \beta \theta} + \frac{1}{\delta} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} + \frac{n}{\xi} \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right) \quad (1.1)$$

уравнение химической кинетики

$$\frac{\partial \eta}{\partial \tau} = \gamma \varphi(\eta) \exp \frac{\theta}{1 + \beta \theta} \quad (1.2)$$

$$\theta = \frac{E}{RT_0^2} (T - T_0), \quad \tau = \frac{QE k_0 t}{c_p RT_0^2} \exp \left(- \frac{E}{RT_0} \right), \quad \xi = \frac{x}{r}$$

$$\delta = \frac{QE r^2 k_0}{\lambda RT_0^2} \exp \left(- \frac{E}{RT_0} \right), \quad \gamma = \frac{c_p RT_0^2}{QE}, \quad \beta = \frac{RT_0}{E}$$

Здесь θ — разогрев, τ — время, ξ — координата, δ — критерий Франк-Каменецкого, $n = 0, 1$ и 2 соответственно для плоскопараллельного, цилиндрического и сферического сосудов, η — глубина превращения. Размерные переменные: $T(x, t)$ — температура в реакционном объеме, T_0 — температура окружающей среды, Q — тепловой эффект реакции, k_0 — предэкспонент, E — энергия активации, λ — коэффициент теплопроводности, c — удельная теплоемкость, ρ — плотность, R — универсальная газовая постоянная, r — радиус сосуда (для плоскопараллельного — половина толщины.)

Эта система подробно не исследовалась. В нестационарной теории теплового взрыва [2-7] использовались различные упрощения (например, допущение о постоянстве температуры по реакционному объему, разложение экспоненциального множителя и т. д.).

Ниже приведены результаты решения системы (1.1)–(1.2) для случая реакции нулевого и первого порядка ($\varphi(\eta)$ соответственно равно 1 и $1 - \eta$).

Система решалась для следующих начальных и граничных условий:

$$\begin{aligned} \theta &= 0, \quad \eta = 0 \quad \text{при } \tau = 0 \\ \frac{\partial \theta}{\partial \xi} &= 0 \quad \text{при } \xi = 0 \\ \frac{\partial \theta}{\partial \xi} &= -B\theta \quad \text{при } \xi = 1 \quad \left(B = \frac{\alpha r}{\lambda} \right) \end{aligned} \quad (1.3)$$

Здесь B — критерий Био, α — коэффициент теплоотдачи от поверхности заряда. Случай $B \rightarrow \infty$ соответствует заданию на поверхности постоянной температуры ($\xi = 1, \theta = 0$).

Решение проводилось на электронно-вычислительной машине. Нашлись функции $\theta(\xi, \tau)$, и $\eta(\xi, \tau)$ при различных значениях параметров $n, \delta, B, \gamma, \beta$. Основная цель расчетов заключалась в определении:

критического условия

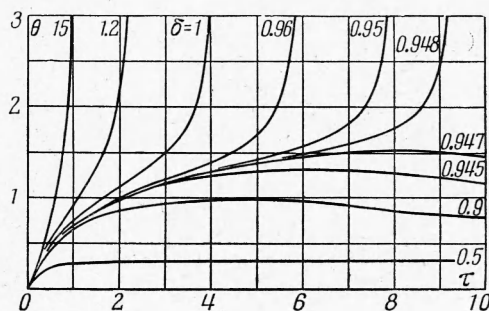
$$\delta_* = \delta_*(n, B, \gamma, \beta) \quad (1.4)$$

периода индукции

$$\begin{aligned} \tau_0 &= \tau_0(\delta, n, B, \gamma, \beta) \\ &\text{при } \delta > \delta_* \end{aligned} \quad (1.5)$$

Расчеты проводились в следующих диапазонах изменения параметров:

$$\begin{aligned} 0.5\delta_* &\leq \delta \leq 10\delta_*, \quad 0.001 \leq B \leq \infty \\ 0 &\leq \gamma \leq 0.01, \quad 0 \leq \beta \leq 0.05 \end{aligned}$$



Фиг. 1. Зависимость $\theta(\tau)$ при $n = 0, \beta = 0, \gamma = 0.005, B = \infty$

2. Прежде чем перейти к изложению количественных закономерностей теплового взрыва, подчеркнем некоторые аспекты физической картины явления и уточним определение основных характеристик.

Как известно, отличительной особенностью теплового взрыва является наличие двух четко выраженных режимов. При малых δ реакция протекает почти стационарно с небольшим разогревом; при больших δ наблюдается прогрессивное тепловое самоускорение реакции, приводящее к взрыву. Для реакции нулевого порядка¹ смена режимов при изменении параметра δ происходит скачком при $\delta = \delta_*$, притом существует наибольшее значение стационарного разогрева.

Анализ показывает, что при наличии выгорания вещества ($\gamma \neq 0$) математического скачка, разделяющего эти два режима, не существует. Переход от одного режима к другому при изменении δ (или других параметров) происходит непрерывно притом чем больше выгорание (больше γ), тем шире переходная область^[2]. По самому смыслу явления, тепловому взрыву соответствует узкая переходная область, которая наблюдается обычно при γ порядка 10^{-2} — 10^{-3} . На фиг. 1 представлена типичная картина $\theta(\tau)$ для различных δ . Наличие переходной области приводит к необходимости некоторого уточнения определений основных характеристик теплового взрыва.

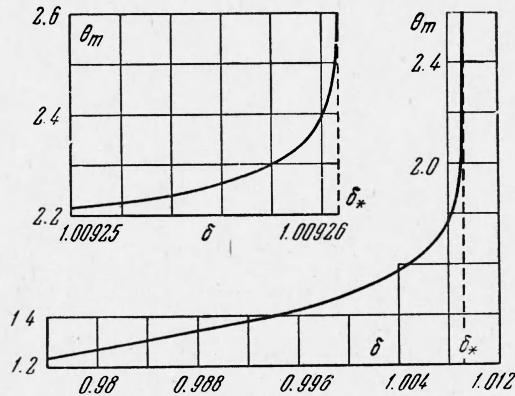
¹ *Предвзрывной разогрев* — характеристика, получаемая в стационарной теории для реакции нулевого порядка (наибольший стационарный разогрев системы). Согласно стационарной теории^[1, 8, 9] имеем $1 \leq \theta_* \leq 1.6$. Из анализа нестационарной системы уравнений с учетом выгорания следует, что такой характеристике, строго говоря, не существует. Величина максимального значения разогрева $\theta_m(\xi, \tau)$ при увеличении δ непрерывно возрастает (фиг. 2) и при этом становится больше значения θ_* . Однако разогревы $\theta_m > \theta_*$ имеют место в очень узком интервале изменения параметра δ и в конкретных случаях реализуются сравнительно редко. В связи с этим наблюдение за максимальными разогревами при экспериментальном исследовании теплового взрыва и сравнение их с предвзрывными разогревами, определяемыми стационарной теорией, всегда полезны. Так, например, систематическое наблюдение завышенных разогревов при исследовании теплового взрыва тетрила в расплавленном

¹ Для того чтобы система (1.1) — (1.2) описывала поведение реакции нулевого порядка, достаточно во втором уравнении формально положить $\gamma = 0$.

состоянии позволило установить сложный конвективный механизм теплопередачи в зоне реакции, обусловленный перемешиванием жидкой фазы пузырьками продуктов разложения [10].

2°. *Критическое условие* (или предел самовоспламенения) — связь между параметрами системы δ_* (n, B, γ, β), разделяющая два режима протекания реакции. Так как переход от одного режима к другому происходит непрерывно, в качестве δ_* можно выбрать значение δ , соответствующее перегибу кривой $\theta_m(\delta)$ (фиг. 2).

3°. *Период индукции*. В литературе утвердилось определение, согласно которому под периодом индукции понимается время достижения предвзрывного разогрева θ_* (см., например, [2, 5, 8]). При этом полагалось, что время протекания процесса при $\theta > \theta_*$ намного меньше периода индукции. Это определение неточно, так как, во-первых, предвзрывного разогрева как такового не существует и поэтому время достижения θ_* не будет характерной величиной, и во-вторых, временем процесса при $\theta > \theta_*$ пренебрегать нельзя (фиг. 1, табл. 1).



Фиг. 2. Зависимость $\theta_m(\delta)$ при $n = 1$, $\beta = 0.03$, $\gamma = 0.005$, $B = 2$

акции), как отметил Д. А. Франк-Каменецкий [3], $\tau_* \rightarrow \infty$. Следует отметить, что в рассматриваемом случае простых несомаускоряющихся реакций величина τ_* не является удобной характеристикой теплового взрыва, так как при экспериментальных исследованиях благодаря очень резкой зависимости $\tau_0(\delta)$ вблизи предела, найти τ_* практически невозможно.

4°. *Глубина предвзрывной реакции* — условная характеристика, иногда вводимая в рассмотрение для оценки выгорания вещества за период индукции, которое вблизи предела, как видно из фиг. 4, может достигать сравнительно больших значений. Заметим, что глубина предвзрывной реакции, как характеристика, имеет четкий смысл в рамках квазистационарной теории теплового взрыва [11].

3. Зависимость δ_* от всех параметров (1.4) с вполне достаточной для практических расчетов степенью точности³ ($\pm 10\%$) удалось представить в виде

$$\delta_* = \delta_0 \varphi_1(B) \varphi_2(\gamma) \varphi_3(\beta) \quad (3.1)$$

$$\varphi_1(B) = \frac{B}{2} (\sqrt{B^2 + 4} - B) \exp \frac{\sqrt{B^2 + 4} - B - 2}{B}$$

$$\varphi_2(\gamma) = 1 + 2.4\gamma^{2/3}, \quad \varphi_3(\beta) = 1 + \beta$$

¹ При $\delta > \delta_*$ в указанном выше интервале изменения γ за τ_0 с точностью не хуже 1–2% можно принять удобное для практического счета время достижения $\theta = 5$.

² В работах [2, 4] неправильно получены конечные значения τ_* для реакции нулевого порядка.

³ Определение δ_* при помощи электронно-вычислительной машины проводилось с ошибкой, не превышающей 5%.

Представляется более правильным характеризовать период индукции временем τ_0 достижения максимума скорости неизотермической реакции. Такое определение¹ позволяет проследить закономерности изменения периода индукции в переходной области (фиг. 3). Зависимость $\tau_0(\delta)$ имеет максимум, соответствующий δ_* . При $\delta \rightarrow \delta_*$ (с обеих сторон) τ_0 резко возрастает, стремясь к своему максимальному значению τ_* . Величина τ_* сильно зависит от γ и при $\gamma = 0$ (нулевой порядок реакции), $\tau_* \rightarrow \infty$. Следует отметить, что

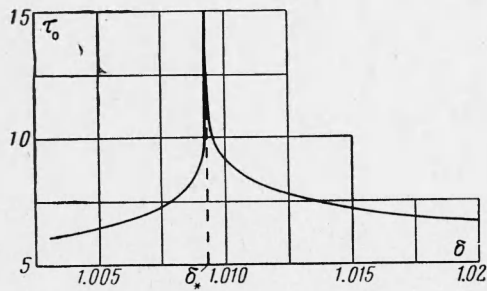
Таблица 1

Разность $\Delta\tau$ между временем достижения $\theta=5$ и $\theta=1.2$ в зависимости от δ для $n=0$, $\gamma=0.005$, $B=\infty$

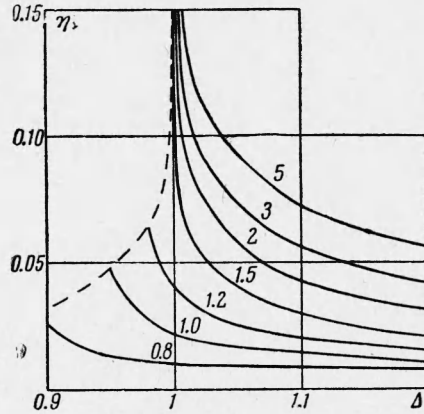
δ	τ_5	$\tau_{1.2}$	$\Delta\tau, \%$
15	1.02	0.7	31
4	1.1	0.74	33
1	4.1	2.31	44
0.95	8	3.4	57
0.948	9.3	3.45	63

Здесь δ_0 — значения δ_* , полученные Д. А. Франк-Каменецким в стационарной теории ($n = 0, \delta_0 = 0.88; n = 1, \delta_0 = 2.00; n = 2, \delta_0 = 3.32$).

Функция φ_1 получена из стационарной краевой задачи [9], функция φ_2 выражает поправку на выгорание за период индукции; вид этой функции был приближенно получен Д. А. Франк-Каменецким [3]; в результате решения системы (1.1) — (1.2) был несколько уточнен коэффициент перед γ (2.4 вместо 1.39); функция φ_3 , получена авторами в результате



Фиг. 3. Зависимость $\tau_0(\delta)$ при $n = 1, \beta = 0.03, \gamma = 0.005, B = 2$



Фиг. 4. Глубина превращения η , соответствующая различным температурам, в зависимости от Δ . Пунктирная кривая — η , соответствующая максимуму температуры

обработки расчетов Паркса [12]. Зависимость (3.1) проверена на большом числе вариантов (больше 50); часть из них приведена в табл. 2.

Таблица 2

Зависимость δ_* от различных параметров

n	B	$\gamma \cdot 10^3$	$\beta \cdot 10^2$	δ_* (по 3.1)	δ_* (маш. счет)	Ошибка %
0	0.001	5	0	0.00035	0.00037	5.4
0	0.5	5	0	0.15	0.16	6.3
0	2	1	3	0.43	0.43	0
0	10	10	5	0.85	0.87	2.3
0	20	5	0	0.85	0.84	1.2
0	∞	1	3	0.93	0.92	1.1
0	∞	5	0	0.94	0.94	0
0	∞	10	5	1.03	1.04	1
1	0.01	5	0	0.0078	0.0079	1.3
1	0.05	5	0	0.039	0.039	0
1	0.1	5	0	0.077	0.077	0
1	1	10	3	0.66	0.67	1.5
1	5	1	5	1.5	1.48	1.3
1	20	0	1	1.83	1.80	1.7
1	∞	1	5	2.15	2.14	0.5
1	∞	5	0	2.14	2.15	0.5
1	∞	10	3	2.29	2.31	1
2	0.01	5	0	0.013	0.012	8.3
2	0.1	5	0	0.12	0.11	9
2	1	5	0	1.0	0.93	7.5
2	2	10	1	1.7	1.60	6.2
2	10	1	3	2.9	2.93	1
2	∞	0	5	3.5	3.45	1.5
2	∞	1	3	3.5	3.42	2
2	∞	5	0	3.6	3.54	1.8
2	∞	10	1	3.7	3.66	1.1

Таким образом, влияние различных параметров на критическое условие с указанной точностью можно считать независимым, что весьма удобно для конкретных расчетов.

4. На основе численных решений уравнений (1.1) — (1.2) проведен анализ зависимости τ_0 от всех параметров задачи (1.5) в указанном интервале их изменений. Характер этой зависимости довольно сложен; в связи с этим для выявления полной картины пришлось провести довольно большое количество расчетов. Часть из них приведена в табл. 3—6.

Таблица 3

Зависимость τ_0 от γ при различных $\Delta = \delta/\delta_*$ для $n = 1$, $\beta = 0$, $B = 0.01$

Δ	$\gamma=0$	0.001	0.005	0,01
1.1	4.52	4.04	3.56	3.22
1.2	3.17	2.98	2.74	2.57
1.5	2.07	2.01	1.94	1.88
2.5	1.42	1.40	1.39	1.38
4	1.22	1.22	1.21	1.21
6	1.14	1.14	1.13	1.13
10	1.08	1.08	1.08	1.08

Таблица 4

Зависимость τ_0 от n при различных значениях Δ для $\beta=0$, $B=\infty$, $\gamma = 0.005$

Δ	$n=0$	1	2
1.1	3.35	3.07	2.81
1.2	2.57	2.35	2.15
1.5	1.80	1.65	1.51
2.5	1.28	1.19	1.12
4	1.12	1.06	1.03
6	1.06	1.02	1.01
10	1.02	1.01	1.01

Таблица 5

Зависимость τ_0 от B при различных Δ для $\gamma = 0.005$, $n = 1$, $\beta = 0$

Δ	$B=0.01$	0.1	0.5	1	5	10	∞
1.1	3.56	3.56	3.53	3.4	3.1	3.07	3.07
1.2	2.74	2.74	2.71	2.63	2.36	2.35	2.35
1.5	1.94	1.94	1.91	1.85	1.66	1.65	1.65
2.5	1.39	1.38	1.36	1.32	1.20	1.19	1.19
4	1.21	1.21	1.18	1.14	1.07	1.06	1.06
6	1.13	1.13	1.10	1.07	1.03	1.03	1.02
10	1.08	1.08	1.05	1.03	1.15	1.01	1.01

Из таблиц видно, что наиболее сильно на период индукции влияет параметр δ . Влияние остальных параметров значительно слабее. Остановимся на влиянии каждого из параметров.

Зависимость τ_0 от δ . Вид зависимости $\tau_0(\delta)$ известен давно. Как следует из работ Тодеса [2], по мере увеличения δ τ_0 падает, приближаясь к своему наименьшему значению — периоду индукции в адиабатических условиях τ_a .

Таблица 6

Зависимость τ_0 от β при $\gamma = 0$, $n = 1$, $B = \infty$

β	$\Delta = 2$	∞
0	1.34	1
0.01	1.37	1.02
0.03	1.42	1.07
0.05	1.49	1.11

Зависимость $\tau_0(\delta)$ удобно представлять в форме $\tau_0(\Delta)$, где $\Delta = \delta/\delta_*$ — относительное удаление от предела самовоспламенения. При таком представлении легче уяснить характер влияния других параметров, а также подобрать приближенные формулы.

Зависимость τ_0 от γ особенно заметна вблизи предела. С увеличением δ она слабеет и при $\Delta > 7$ практически отсутствует.

Зависимость τ_0 от β в соответствии с представлениями Д. А. Франк-Каменецкого слабая и носит чисто поправочный характер.

Зависимость τ_0 от n и B . Решение системы уравнений (1.1) — (1.2) в частных производных позволяет рассмотреть вопрос о зависимости τ_0 от формы сосуда и условий теплообмена на поверхности, что принци-

пнально невозможно было в теориях, использующих допущение об отсутствии распределения температуры в зоне реакции. Из фиг. 5 и табл. 5 видно, что зависимость $\tau_0(B)$ имеет два предельных случая при $B \rightarrow 0$ и при $B \rightarrow \infty$. При одинаковом удалении от предела ($\Delta = \text{const}$) период индукции тем меньше, чем интенсивнее теплоотвод. Форма сосуда влияет на период индукции аналогично. Чем больше отношение поверхности к объему, тем интенсивнее (при одинаковом B) теплоотвод, тем меньше период индукции. Минимальный τ_0 при прочих равных условиях получается в сферическом сосуде. При больших Δ , когда (так же как и при малых B) распределение температуры незначительно, зависимость τ_0 от n и от B исчезает.

Расчеты периода индукции проводились с ошибкой, не превышающей 5%. Все полученные результаты в интервале $1.1 \leq \Delta \leq 10$ удалось описать с той же точностью приближенной формулой

$$\tau_0 = \tau_a(\beta) f_1(\Delta, \gamma) f_2(n, B, \Delta), \quad \tau_a(\beta) = 1 + 2\beta \quad (4.1)$$

Здесь τ_a — адиабатический период индукции, практически не зависящий от γ в выбранном интервале изменения γ . Функция

$$f_1(\Delta, \gamma) = 1 + 0.62 \frac{1 - 4\Delta^{-2} \sqrt{\gamma}}{(\Delta - 0.95)^{0.9}} \quad (4.2)$$

не зависит от n и B и описывает основное изменение τ_0 от Δ в предельном случае $B \rightarrow 0$ для различных γ ; функция

$$f_2(n, B, \Delta) = 1 - \frac{[1 + 1.5(1 - 0.1\Delta)n]B}{16(1 + B)} \quad (4.3)$$

описывает изменение периода индукции за счет формы и теплообмена. Зависимость от Δ здесь носит поправочный характер.

5. В связи с полученными результатами представляет интерес вопрос о возможности использования хорошо известной ([2, 3, 4, 6] и др.) системы уравнений, записанной в предположении постоянства температуры по реакционному объему. Такая система уравнений в принятых здесь обозначениях имеет вид

$$\frac{d\theta}{d\tau} = \varphi(\eta) \exp \frac{\theta}{1 + \beta\theta} - C\theta, \quad \frac{d\eta}{d\tau} = \gamma\varphi(\eta) \exp \frac{\theta}{1 + \beta\theta} \quad (5.1)$$

При использовании этой системы возможны два подхода. Либо предполагается, что распределения температуры в системе нет в силу физических причин (например, чисто конвективная теплопередача по веществу, слабый внешний теплоотвод) и тогда запись уравнений (5.1) не содержит дополнительных допущений, а постоянная C выражается через коэффициент теплоотдачи α , который имеет четкий смысл коэффициента теплоотдачи от поверхности реакционного объема в окружающую среду и другие параметры следующим образом:

$$C = \frac{\alpha SRT_0^2}{QEVk_0} \exp \frac{E}{RT_0}$$

Здесь S — поверхность, а V — объем.

Либо запись системы (5.1) трактуется как некоторое приближение (усреднение по объему), т. е. математический прием для облегчения решения системы (1.1) — (1.2). В этом случае при следующем определении усреднения

$$\langle \psi \rangle = \int_0^1 \psi \xi^n d\xi$$

предполагаются два допущения

$$\left\langle \varphi(\eta) \exp \frac{\theta}{1 + \beta\theta} \right\rangle = \varphi(\langle \eta \rangle) \exp \frac{\langle \theta \rangle}{1 + \beta \langle \theta \rangle}, \quad \left(\frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right)_{\xi=1} = -C_1 \langle \theta \rangle$$

Кроме того, необходимо из независимых соображений определить константу. Франк-Каменецкий предложил [1] способ нахождения константы C_1 путем привлечения результатов стационарной теории теплового взрыва, а именно

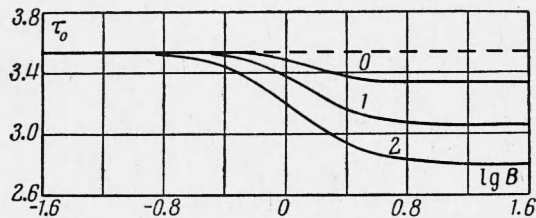
$$C_1 = \epsilon \delta_0$$

Очевидно, что решение системы (5.1) для нахождения которого необходимо задать только начальное условие, должно полностью совпадать с решением системы (1.1) — (1.2) при тех же начальных условиях и при $B \rightarrow 0$ в граничном условии (1.3). Для сравнения было проведено решение системы (5.1) и системы (1.1), (1.2)

при $B = 0.01$. Совпадение решений в широком диапазоне изменения различных параметров находится в пределах точности счета.

Структуру формулы (4.1) для периода индукции в связи с этим можно трактовать следующим образом.

Функция $\tau_0 = \tau_a(\beta) f_1(\Delta, \gamma)$ (см. (4.1), (4.2)) может рассматриваться как результат, полученный из решения усредненной системы (5.1), а функция $K = f_2(n, B, \Delta)$ (см. (4.3)), представляет собой



Фиг. 5. Зависимость $\tau_0(B)$ для трех форм сосуда ($n = 0, 1, 2$) при $\Delta = 1.1$, $\beta = 0$, $\gamma = 0.005$

множитель, показывающий насколько τ_0 , посчитанное из усредненной системы, больше τ_0 , полученного из системы уравнений с частными производными, и является по сути дела критерием возможности использования усредненной системы для расчетов периода индукции. Как видно из (4.3) и фиг. 5, наибольшее расхождение достигается при $n = 2$, $B \rightarrow \infty$ и $\Delta \rightarrow 1$.

Можно предложить другой способ усреднения системы (1.1) — (1.2), содержащий только одно допущение и свободный от необходимости привлечения результатов стационарной теории — так называемое усреднение с весом.

Рассмотрим этот способ на примере реакции нулевого порядка при $\beta = 0$.

Уравнение (1.1) для произвольной трехмерной области G с поверхностью S запишется следующим образом

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \exp \theta + \frac{1}{\delta} \nabla^2 \theta \quad (5.2)$$

Начальное условие $\tau = 0$, $\theta = 0$, граничное условие $\partial \theta / \partial n = -B\theta$ по поверхности S .

Уравнение (5.2) усредним с весом $u_0(\xi_1; \xi_2; \xi_3)$ ($\xi_1; \xi_2; \xi_3$ — координаты); u_0 будет первой собственной функцией уравнения $\nabla^2 u + \lambda u = 0$ с граничными условиями по поверхности S $du/dn = -Bu$. Пронормируем u_0 так, чтобы

$$\int_{(G)} u_0 dV = 1 \quad (dV — \text{элемент объема})$$

Закон усреднения запишется следующим образом

$$\langle \theta(\tau) \rangle = \int_{(G)} \theta(\xi_1; \xi_2; \xi_3; \tau) u_0 dV$$

После несложных выкладок, усредняя уравнение (5.2), получаем

$$\frac{d \langle \theta \rangle}{d\tau} = \int_{(G)} u_0 \exp \theta dV - \frac{\lambda_0}{\delta} \langle \theta \rangle$$

где λ_0 — соответствующее собственное значение. Функция $\exp \theta$ — выпуклая функция, и $\exp \theta \geq (1 + \theta - \langle \theta \rangle) \exp \langle \theta \rangle$, поэтому приняв допущение

$$\int_{(G)} u_0 \exp \theta dV = \exp \langle \theta \rangle \quad (5.3)$$

получаем усредненное уравнение

$$\frac{d \langle \theta \rangle}{d\tau} = \exp \langle \theta \rangle - \frac{\lambda_0}{\delta} \langle \theta \rangle$$

с начальным условием $\langle \theta(0) \rangle = 0$. При этом делается ошибка порядка

$$\int_{(G)} \frac{(\theta - \langle \theta \rangle)^2}{2} \exp \langle \theta \rangle dV$$

Критическое условие в этом случае, очевидно, записывается $\langle \delta_* \rangle = \lambda_0 / e$ (знак усреднения $\langle \rangle$ означает, что δ_* получено из усредненной системы), $\langle \delta_* \rangle$ получается несколько завышенным, так как допущением (5.3) несколько ослаблен источник. Подробнее о такого рода оценках см. [13]. Заметим, что если проводить обработку результатов по периодам индукции в виде $\tau_0(\Delta)$, то τ_0 , полученные с применением обоих способов усреднения, совпадают.

Можно показать, что усреднение уравнений в задаче с учетом выгорания, а также при $\beta \neq 0$ никаких новых допущений не потребует.

Поступила 23 I 1964

ЛИТЕРАТУРА

1. Франк-Каменецкий Д. А. Распределение температур в реакционном сосуде и стационарная теория теплового взрыва. Ж. физ. хим., 1939, т. 13, вып. 6.
2. Годес О. М. Теория теплового взрыва. Ж. физ. хим., 1939, т. 13, вып. 7; Тодес О. М., Мелентьев А. В. Теория теплового взрыва, II. Ж. физ. хим., 1939, т. 13, вып. 11.
3. Франк-Каменецкий Д. А. К нестационарной теории теплового взрыва. Ж. физ. хим., 1946, т. 20, вып. 2.
4. Грау Р., Наггер М. J. Thermal explosions. Trans. Far. Soc., 1959, v. 55.
5. Кинбара Т., Акита К. An approximate solution of the equation for self-ignition. Combustion and Flame, 1960, 4, p. 173.
6. Томас Р. Н. Effect of reactant consumption on the induction period and critical condition for a thermal explosion. Proc. Roy. Soc., 1961, A 262, p. 192.
7. Зинн J., Мадер С. L. Thermal Initiation of explosives. J. Appl. Phys., 1960, v. 31, No 2.
8. Семенов Н. Н. Тепловая теория горения и взрывов. Успехи физ. наук, 1940, т. 23, вып. 3.
9. Барзыкин В. В., Мержанов А. Г. Краевая задача в теории теплового взрыва. Докл. АН СССР, 1958, т. 120, вып. 6.
10. Мержанов А. Г., Абрамов В. Г., Дубовицкий Ф. И. Критические условия теплового взрыва тетрила. Докл. АН СССР, 1959, т. 128, вып. 6.
11. Мержанов А. Г., Дубовицкий Ф. И. Квазистационарная теория теплового взрыва самоускоряющихся реакций. Ж. физ. хим., 1960, т. 34, вып. 10.
12. Паркс J. R. Criticality criteria for various Configuration of Self — heating Chemical as Function of activation Energy and Temperature of Assembly. J. Chem. Phys., 1961, v. 34, No 1.
13. Худяев С. И. О краевых задачах для некоторых квазилинейных эллиптических уравнений. Докл. АН СССР, 1964, т. 154, вып. 4.