УДК 536.46

СВЯЗЬ МЕЖДУ ОТКЛИКАМИ СКОРОСТИ ГОРЕНИЯ ПОРОХА НА ГАРМОНИЧЕСКИ МЕНЯЮЩИЕСЯ ДАВЛЕНИЕ И РАДИАЦИОННЫЙ ТЕПЛОВОЙ ПОТОК

Б. В. Новожилов, М. Коно*, Т. Морита**

Институт химической физики им. Н. Н. Семенова РАН, 117977 Москва, novozh@orc.ru
*Институт космоса и астронавтики, Сагамихара, Япония
**Токайский университет, Хиратсука, Япония

В линейном приближении теории Зельдовича — Новожилова найдена аналитическая связь между функцией отклика на гармонически меняющееся давление, определенной при некоторой начальной температуре, и функцией отклика на осциллирующий радиационный тепловой поток, найденной при том же давлении, но другой, меньшей, начальной температуре. Разность начальных температур удовлетворяет условию равенства стационарных скоростей горения в отсутствие и при наличии радиационного потока и прямо пропорциональна ему.

Ключевые слова: порох, нестационарное горение, теория Зельдовича — Новожилова, отклик скорости горения, осциллирующее возмущение.

ВВЕДЕНИЕ

Идея использования функции отклика скорости горения пороха на осциллирующий радиационный тепловой поток для получения сведений о функции отклика на меняющееся давление, которая играет решающую роль при исследовании нестационарных режимов работы твердотопливного ракетного двигателя, была высказана около тридцати лет назад [1]. С тех пор предпринято несколько попыток аналитически связать эти две функции (см., например, [2–5]), однако заметных успехов достигнуто не было. Выражение одной функции через другую было получено либо для тривиального случая (в пределе очень малой интенсивности излучения и при нулевой длине свободного пробега излучения в конденсированной среде [2–4]), либо для существенно ограниченного класса возможных топлив [5].

Причина этих неудач довольно очевидна. Постоянная составляющая радиационного теплового потока изменяет стационарный температурный профиль внутри конденсированной фазы. При этом стационарные значения скорости горения и температуры поверхности больше, чем в отсутствие радиационного потока. Таким образом, колебания скорости горения под действием переменной составляющей радиационного потока осуществляются на ином стационарном фоне по сравнению с колебаниями скорости горения под действием переменного давления.

Формально при математическом исследовании задачи это обстоятельство проявляется в том, что найденные при одинаковых значениях базового давления и начальной температуры функции отклика на меняющиеся давление и радиационный тепловой поток оказываются зависимыми от разных параметров. Как известно, в линейном приближении теории Зельдовича — Новожилова (ZN-теория) [6, 7] любой нестационарный процесс характеризуется четырьмя первыми частными производными от стационарных законов горения: для скорости горения и температуры поверхности пороха по давлению и начальной температуре. В отсутствие радиационного потока производные по начальной температуре вычисляются при истинном значении начальной температуры. При наличии теплового потока излучения эти производные, как было показано в [8], должны быть найдены при более высокой начальной температуре, зависящей от постоянной составляющей потока излучения и нового значения стационарной скорости горения. Вследствие этого в линейную теорию любого нестационарного эффекта при наличии теплового потока входят параметры пороха, которые отличаются от определяющих задачу параметров в отсутствие внешнего потока излучения. Кроме того, при изучении осциллиру-

Б. В. Новожилов благодарен Российскому фонду фундаментальных исследований за поддержку работы (код проекта 02–03–32077).

ющих режимов в присутствии излучения появляется новая безразмерная частота, связанная с иным значением скорости стационарного горения. Очевидно, что в общем случае невозможно получить аналитическую связь между двумя функциями, которые зависят от разных аргументов и характеризуются различными параметрами.

В настоящей работе показано, что можно найти функцию отклика на меняющееся давление при заданных значениях начальной температуры T_a и давления по функции отклика на осциллирующий радиационный поток, определенной при том же давлении, но при более низкой начальной температуре T_e. Значение новой начальной температуры T_e должно быть выбрано так, чтобы стационарная скорость горения при температуре T_e и наличии постоянного теплового потока равнялась бы стационарной скорости горения в отсутствие теплового потока при температуре T_a. В этом случае функция отклика на изменяющийся радиационный тепловой поток, определенная при температуре T_e, зависит от тех же параметров, что и функция отклика на меняющееся давление, найденная при более высокой начальной температуре T_a. Естественно, эти две функции могут быть аналитически связаны друг с другом.

В работе принят следующий план изложения. Прежде всего, даются определения функций отклика скорости горения пороха на осциллирующие давление и радиационный тепловой поток, причем рассматривается только линейное приближение по амплитудам меняющихся во времени величин. Затем приводится известное выражение [9] для функции отклика скорости горения пороха на осциллирующее давление. Далее подробно обсуждается линейная нестационарная теория в отсутствие и при наличии радиационного потока и обосновывается метод выбора новой начальной температуры. Попутно указывается, что в рассматриваемом подходе отсутствует трудность, связанная с необходимостью определения потока излучения в толще пороха. В общем случае он может быть найден по интенсивности источника только при учете поглощения излучения в газовой фазе и его отражения поверхностью горения. В рассматриваемом подходе поток излучения просто выражается через разность легко определяемых в эксперименте начальных температур T_a и T_e и фактически не входит в окончательный результат. В заключительных параграфах работы выводится выражение для отклика скорости горения пороха на гармонически меняющийся радиационный поток и устанавливается связь между двумя функциями отклика.

ОТКЛИКИ СКОРОСТИ ГОРЕНИЯ ПОРОХА НА ГАРМОНИЧЕСКИ МЕНЯЮЩИЕСЯ ДАВЛЕНИЕ И РАДИАЦИОННЫЙ ТЕПЛОВОЙ ПОТОК

Если давление p вблизи поверхности горящего пороха осциллирует с малой амплитудой

$$p = p^0 + p_1 \cos \Omega t, \quad p_1 \ll p^0,$$

то линейная скорость горения пороха будет изменяться с той же частотой, но с некоторым фазовым сдвигом по отношению к давлению:

$$u = u^0 + u_1 \cos(\Omega t + \psi), \quad u_1 \ll u^0.$$

Верхний индекс 0 везде соответствует стационарному режиму горения.

В линейном приближении удобно использовать метод безразмерных комплексных амплитуд. При этом

$$\eta = 1 + [\eta_1 \exp(i\Omega t) + \text{c.c}],$$
$$v = 1 + [v_1 \exp(i\Omega t) + \text{c.c}],$$

где

$$\eta = \frac{p}{p^0},\ v = \frac{u}{u^0},\ \eta_1 = \frac{p_1}{2p^0},\ v_1 = \frac{u_1}{2u^0} \exp(i\psi),$$

а c.c означает комплексное сопряжение (для величины первого члена в квадратных скобках).

Комплексная величина

$$U_p = \nu_1/\eta_1$$

называется линейной функцией отклика скорости горения на осциллирующее давление.

Аналогично определяется функция отклика на гармонически меняющийся радиационный тепловой поток:

$$I = I^0 + I_1 \cos \Omega t, \quad I_1 \ll I^0.$$

Скорость горения при этом

$$u_r = u_r^0 + u_{r1} \cos(\Omega t + \psi_r), \quad u_{r1} \ll u_r^0,$$

причем индекс r указывает на отличие скоростей горения в отсутствие и при наличии радиационного потока. Применяя метод комплексных амплитуд, имеем

$$I = I^0 + \Big[\frac{I_1}{2}\exp(i\Omega t) + \text{c.c}\Big],$$
$$\nu_r = 1 + [\nu_{r1}\exp(i\Omega t) + \text{c.c}],$$

$$\nu_{r1} = \frac{u_{r1}}{2u_r^0}\exp(i\psi_r).$$

Функцией отклика скорости горения пороха на гармонически меняющийся радиационный тепловой поток называется комплексная величина

$$U_r = \frac{\nu_{r1}}{I_1/2I^0}.$$

В дальнейшем будут использоваться выражения для функций откликов, относящихся к различным начальным температурам пороха. Символы этих функций снабдим верхним индексом, который будет показывать, к какой начальной температуре относится эта функция. Если, например, функция отклика на меняющееся давление вычислена при температуре T_a, она будет обозначена как $U_p^{(a)}$. Функции отклика на осциллирующий радиационный поток, вычисленные при начальных температурах T_a и T_e, обозначаются соответственно через $U_r^{(a)}$ и $U_r^{(e)}$.

ОТКЛИК СКОРОСТИ ГОРЕНИЯ ПОРОХА НА ГАРМОНИЧЕСКИ МЕНЯЮЩЕЕСЯ ДАВЛЕНИЕ

В ZN-теории, которая применяется в настоящей работе, существенное значение имеют стационарные зависимости скорости горения и температуры поверхности от давления и начальной температуры:

$$u^0 = F(p, T_a), \quad T_s^0 = \Phi(p, T_a). \tag{1}$$

Их можно найти из опытов по стационарному горению или из рассмотрения какой-либо теоретической модели пороха.

Функция отклика скорости горения на осциллирующее давление была найдена в [9]. Она имеет вид

$$U_p^{(a)} = \frac{\nu + \delta(z-1)}{1 + (z-1)(r - k/z)}, \tag{2}$$

где

$$k = (T_s^0 - T_a)\Big(\frac{\partial \ln F}{\partial T_a}\Big)_{p^0}^{(a)},$$

$$r = \Big(\frac{\partial \Phi}{\partial T_a}\Big)_{p^0}^{(a)},$$

$$\nu = \Big(\frac{\partial \ln F}{\partial \ln p^0}\Big)_{T_a}^{(a)},\ \mu = \frac{1}{T_s^0 - T_a}\Big(\frac{\partial \Phi}{\partial \ln p^0}\Big)_{T_a}^{(a)}, \tag{3}$$

$$\delta = \nu r - \mu k,\ z = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{1 + 4i\omega}),\ \omega = \frac{æ\Omega}{(u^0)^2}.$$

Здесь æ — температуропроводность конденсированной фазы, причем все производные вычисляются при начальной температуре T_a.

Заметим, что символ T_a несет двойную нагрузку. Во-первых, это аргумент в стационарных законах горения (1), по которому можно проводить дифференцирование, и, во-вторых, это значение начальной температуры, при которой определяется функция отклика на изменяющееся давление. Таким образом, наряду с производными по начальной температуре, приведенными в (3), имеют смысл и производные по этому аргументу при иных значениях начальной температуры. Например, $(\partial F/\partial T_a)_{p^0}^{(e)}$ есть производная от стационарной скорости горения по начальной температуре, вычисленная при постоянном давлении и начальной температуре T_e.

ЛИНЕЙНАЯ НЕСТАЦИОНАРНАЯ ТЕОРИЯ В ОТСУТСТВИЕ И ПРИ НАЛИЧИИ РАДИАЦИОННОГО ПОТОКА

Если радиационный поток отсутствует, то в линейном приближении в теорию любого нестационарного процесса входят четыре производные: от скорости горения и температуры поверхности пороха по давлению и начальной температуре (k, r, ν и μ), которые даются выражениями (3).

Постоянный радиационный тепловой поток изменяет температурный профиль внутри конденсированной фазы и скорость горения пороха. В частности, в этом случае стационарная скорость горения u_r^0 и стационарная температура поверхности $T_{s,r}^0$ становятся больше, чем в отсутствие радиационного потока: $u_r^0 > u^0$, $T_{s,r}^0 > T_s^0$.

Метод нахождения стационарных значений скорости горения и температуры поверхности пороха воспроизводится здесь по [8].

В стационарном случае при наличии радиационного теплового потока уравнение теплопроводности для конденсированной фазы и граничные условия имеют вид

$$u_r^0 \frac{dT_r^0}{dx} = \frac{d}{dx}\Big(æ\frac{dT_r^0}{dx} + \frac{I^0}{\rho c}\exp(\alpha x)\Big),$$

$$x = -\infty\colon\quad T_r^0 = T_a;\quad x = 0\colon\quad T_r^0 = T_{s,r}^0.$$

Здесь α — линейный коэффициент поглощения излучения (предполагается, что пробег излучения (α^{-1}) много больше толщины реакционного слоя конденсированной фазы), а система координат связана с поверхностью раздела фаз ($x = 0$). Интегрируя это уравнение по всему объему конденсированной фазы, находим градиент температуры на поверхности:

$$f_r^0 = \frac{u_r^0}{æ}\Big(T_{s,r}^0 - T_a - \frac{I^0}{\rho c u_r^0}\Big). \tag{4}$$

В отсутствие внешнего радиационного теплового потока для этой величины получаем хорошо известное соотношение

$$f^0 = \frac{u^0}{æ}(T_s^0 - T_a).$$

Пользуясь последним соотношением, можно привести стационарные законы горения (1) к виду

$$\begin{aligned} u^0 &= F\Big(p, T_s^0 - \frac{æ f^0}{u^0}\Big),\\ T_s^0 &= \Phi\Big(p, T_s^0 - \frac{æ f^0}{u^0}\Big). \end{aligned} \tag{5}$$

Зависимости скорости горения и температуры поверхности от давления и градиента температуры на поверхности универсальны — соотношения (5) справедливы и при наличии радиационного теплового потока. Подставляя (4) в (5), получаем

$$\begin{aligned} u_r^0 &= F\Big(p, T_a + \frac{I^0}{\rho c u_r^0}\Big),\\ T_{s,r}^0 &= \Phi\Big(p, T_a + \frac{I^0}{\rho c u_r^0}\Big). \end{aligned} \tag{6}$$

Таким образом, скорость горения и температуру поверхности при горении под действием постоянного внешнего теплового потока можно вычислить при помощи стационарных законов горения (1), в которых вместо истинной начальной температуры должна быть взята более высокая температура, определяемая величиной радиационного потока:

$$u_r^0 = F(p, T_I),\quad T_{s,r}^0 = \Phi(p, T_I),$$

где

$$T_I = T_a + I^0/\rho c u_r^0. \tag{7}$$

Вследствие этого в линейную теорию любого нестационарного эффекта при наличии теплового потока входят параметры, отличающиеся от задаваемых выражениями (3). Впервые это было установлено в [8], где показано, что в линейном приближении теория нестационарного горения вместо параметров k и r содержит новые величины

$$\begin{aligned} k_r &= (T_{s,r}^0 - T_I)\Big(\frac{\partial \ln F}{\partial T_a}\Big)_{p^0}^{(I)},\\ r_r &= \Big(\frac{\partial \Phi}{\partial T_a}\Big)_{p^0}^{(I)}, \end{aligned} \tag{8}$$

которые отличаются от k и r тем, что производные по начальной температуре должны вычисляться не при реальной ее величине T_a, а при более высоком значении T_I. Поэтому в (8) производные снабжены верхним индексом, соответствующим этой температуре. Кроме того, при изучении осциллирующих режимов возникает новая безразмерная частота, связанная с иным значением скорости стационарного горения:

$$\omega_r = \frac{æ\Omega}{(u_r^0)^2}. \tag{9}$$

Итак, определенные выше функции отклика зависят от разных параметров, характеризующих горящий порох. А именно:

функция $U_p^{(a)}$ определяется параметрами k и r и зависит от безразмерной частоты ω;

функция $U_r^{(a)}$ определяется параметрами k_r и r_r и зависит от безразмерной частоты ω_r.

Очевидно, что в общем случае невозможно получить аналитическую связь между двумя функциями, которые зависят от разных аргументов и характеризуются различными параметрами.

Покажем, что можно найти аналитическую зависимость между функцией отклика на меняющееся давление $U_p^{(a)}$, измеренной при начальной температуре T_a, и функцией отклика на осциллирующий радиационный поток $U_r^{(e)}$, определенной при более низкой начальной температуре T_e.

Выберем температуру T_e таким образом, чтобы стационарная скорость горения при этой начальной температуре и наличии постоянного теплового потока I^0 равнялась стационарной скорости горения при начальной температуре T_a в отсутствие теплового потока, т. е.

$$u_r^0(p, T_e, I^0) = u^0(p, T_a). \tag{10}$$

Из первого соотношения (6) имеем

$$F\Big(p, T_e + \frac{I^0}{\rho c u^0}\Big) = F(p, T_a),$$

и поэтому равенство (10) будет выполняться, если

$$T_e = T_a - I^0/\rho c u^0. \tag{11}$$

Одновременно вследствие второго соотношения (6) выполняется равенство между температурами поверхности в рассматриваемых режимах:

$$T_{r,s}^0(p, T_e, I^0) = T_s^0(p, T_a).$$

Кроме того, из (8), (9) следует

$$k_r = k, \quad r_r = r, \quad \omega_r = \omega.$$

Таким образом, функция отклика на изменяющийся радиационный тепловой поток $U_r^{(e)}$, определенная при температуре T_e, зависит от тех же параметров, что и функция отклика на меняющееся давление $U_p^{(a)}$, найденная при более высокой температуре T_a. Естественно, обе функции могут быть аналитически связаны друг с другом.

Отметим еще одно важное обстоятельство. В теорию горения конденсированных систем при наличии теплового потока входит величина этого потока в толще пороха (под поверхностью раздела фаз). При известной длине свободного пробега излучения радиационный поток в каждой точке конденсированной фазы легко определить через значение потока на поверхности раздела фаз. Оценка последнего по интенсивности источника излучения затруднена из-за поглощения излучения в газовой фазе и его отражения поверхностью горения. В рассматриваемом подходе эта трудность отсутствует. Действительно, поток излучения на поверхности в стационарном случае просто выражается через разность легко определяемых в эксперименте начальных температур T_a и T_e и стационарную скорость горения u^0:

$$I^0 = \rho c u^0 (T_a - T_e).$$

При рассмотрении нестационарных процессов горения в теорию входит также глубина модуляции излучения I_1/I^0, совпадающая с глубиной модуляции излучения источника (при очевидно выполняющемся предположении о подобии эффектов поглощения и отражения для постоянной и переменной составляющих излучения).

ОТКЛИК СКОРОСТИ ГОРЕНИЯ ПОРОХА НА ГАРМОНИЧЕСКИ МЕНЯЮЩИЙСЯ РАДИАЦИОННЫЙ ПОТОК

Функция отклика скорости горения пороха на осциллирующий радиационный поток в рамках ZN-теории была найдена в [4]. Найдем ее теперь для случая, когда начальная температура T_e связана с постоянной составляющей потока излучения соотношением

$$T_e = T_a - I^0/\rho c u^0,$$

где u^0 — скорость стационарного горения в отсутствие излучения при начальной температуре T_a или скорость горения при наличии потока и при начальной температуре T_e.

Уравнение теплопроводности в конденсированной фазе при наличии источника тепла, обусловленного поглощением излучения, и граничные условия имеют вид

$$\frac{\partial T_r}{\partial t} = æ\frac{\partial^2 T_r}{\partial x^2} - u_r\frac{\partial T_r}{\partial x} + \frac{\alpha I(t)}{\rho c}\exp(\alpha x),$$

$$-\infty < x \leqslant 0,$$

$$x \to -\infty: \ T_r = T_e; \quad x = 0: \ T_r = T_{s,r}(t).$$

В дальнейшем используются следующие безразмерные переменные:

$$\xi = \frac{u^0 x}{æ}, \quad \tau = \frac{(u^0)^2 t}{æ}, \quad v = \frac{u_r}{u^0},$$

$$\theta = \frac{T_r - T_e}{T_s^0 - T_a}, \quad \vartheta = \frac{T_{s,r} - T_e}{T_s^0 - T_a}, \quad \varphi = \frac{f_r}{f_r^0},$$

$$l = \frac{u^0}{\alpha æ}, \quad S(\tau) = \frac{I(t)}{\rho c u^0 (T_s^0 - T_a)},$$

где f_r^0 — стационарный градиент температуры на поверхности раздела фаз (4).

Уравнение теплопроводности и граничные условия в этих переменных имеют вид

$$\frac{\partial\theta}{\partial\tau} = \frac{\partial^2\theta}{\partial\xi^2} - v\frac{\partial\theta}{\partial\xi} + \frac{S(\tau)}{l}\exp\frac{\xi}{l}, \qquad (12)$$

$$\xi \to -\infty:\quad \theta = 0;\quad \xi = 0:\quad \theta = \vartheta(\tau),$$

а в стационарном режиме —

$$\frac{d^2\theta^0}{d\xi^2} - \frac{d\theta^0}{d\xi} + \frac{S^0}{l}\exp\frac{\xi}{l} = 0,$$

$$\xi \to -\infty:\quad \theta^0 = 0;\quad \xi = 0:\quad \theta^0 = 1 + S^0,$$

с решением

$$\theta^0 = \Big(1 - \frac{S^0}{l-1}\Big)\exp\xi + \frac{lS^0}{l-1}\exp\frac{\xi}{l}, \qquad S^0 = \frac{I^0}{\rho c u^0(T_s^0 - T_a)}. \qquad (13)$$

При малых осцилляциях радиационного теплового потока

$$S = S^0 + [S_1\exp(i\omega\tau) + \text{c.c}],\quad S_1 \ll S^0,$$

все меняющиеся величины в линейном приближении можно представить как сумму среднего значения и малой гармонической составляющей:

$$\begin{gathered} v = 1 + [v_1\exp(i\omega\tau) + \text{c.c}],\\ \varphi = 1 + [\varphi_1\exp(i\omega\tau) + \text{c.c}],\\ \theta(\xi,\tau) = \theta^0(\xi) + [\theta_1(\xi)\exp(i\omega\tau) + \text{c.c}],\\ \vartheta = 1 + S^0 + [\vartheta_1\exp(i\omega\tau) + \text{c.c}]. \end{gathered} \qquad (14)$$

Подстановка этих разложений в уравнение теплопроводности (12) дает

$$\theta_1'' - \theta_1' - i\omega\theta_1 = v_1\frac{d\theta^0}{d\xi} - \frac{S_1}{l}\exp\frac{\xi}{l}.$$

После учета стационарного решения (13) приходим к уравнению для малых возмущений

$$\theta_1'' - \theta_1' - i\omega\theta_1 = v_1\Big(1 - \frac{S^0}{l-1}\Big)\exp\xi + \Big(\frac{v_1S^0}{l-1} - \frac{S_1}{l}\Big)\exp\frac{\xi}{l}$$

с граничным условием

$$\xi \to -\infty:\quad \theta^0 = 0.$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$\theta_1(\xi) = C\exp(z\xi) - \frac{v_1}{z(z-1)}\Big(1 - \frac{S^0}{l-1}\Big)\exp\xi + \frac{l^2}{(1-lz)[1+l(z-1)]}\Big(\frac{v_1S^0}{l-1} - \frac{S_1}{l}\Big)\exp\frac{\xi}{l},$$

где C — постоянная интегрирования, а $z = z(\omega)$ дается выражением (3). При $\xi = 0$ из последнего выражения следуют поправки к стационарным значениям температуры поверхности и ее градиента:

$$\vartheta_1 = C - \frac{v_1}{z(z-1)}\Big(1 - \frac{S^0}{l-1}\Big) + \frac{l^2}{(1-lz)[1+l(z-1)]}\Big(\frac{v_1S^0}{l-1} - \frac{S_1}{l}\Big),$$

$$\varphi_1 = Cz - \frac{v_1}{z(z-1)}\Big(1 - \frac{S^0}{l-1}\Big) + \frac{l}{(1-lz)[1+l(z-1)]}\Big(\frac{v_1S^0}{l-1} - \frac{S_1}{l}\Big).$$

Исключая из этих выражений постоянную интегрирования, получаем линейную связь между поправками к скорости горения, температуре поверхности и градиенту температуры на поверхности:

$$z\vartheta_1 - \varphi_1 + \frac{v_1}{z}\Big[1 + \frac{S^0}{1+l(z-1)}\Big] = \frac{S_1}{1+l(z-1)}. \qquad (15)$$

Еще два линейных соотношения между поправками к скорости горения, температуре поверхности и градиенту температуры на поверхности получим из рассмотрения нестационарных законов горения. Стационарные законы горения в виде (5) справедливы и в нестационапном случае, т. е.

$$u_r = F\Big(p, T_{s,r} - \frac{æ f_r}{u_r}\Big), \qquad T_{s,r} = \Phi\Big(p, T_{s,r} - \frac{æ f_r}{u_r}\Big). \qquad (16)$$

В линейном приближении подстановка разложений (14) в эти соотношения приводит к еще двум линейным соотношениям:

$$v_1 = k(\vartheta_1 - \varphi_1 + v_1),\quad \vartheta_1 = r(\vartheta_1 - \varphi_1 + v_1)$$

или

$$\vartheta_1 = \frac{r}{k}v_1, \quad \varphi_1 = \frac{k+r-1}{k}v_1. \tag{17}$$

Подчеркнем еще раз, что параметры k и r представляют те же величины, которые входят в выражение для функции отклика на меняющееся давление (2). Действительно, при разложении функций (16) вблизи стационарных значений появляются производные по начальной температуре, которые должны вычисляться при начальной температуре $T_e + I^0/\rho c u^0$. Последняя в точности равна T_a. Именно эти производные согласно (3) и входят в определения параметров k и r.

Функцию отклика на меняющийся радиационный тепловой поток

$$U_r^{(e)} = \frac{v_1}{S_1/S^0}$$

получаем из (15) и (17):

$$U_r^{(e)} = \frac{kS^0}{[1 + l(z-1)]D + kS^0/z}, \tag{18}$$

где

$$D = 1 + (z-1)\Big(r - \frac{k}{z}\Big).$$

Произведение kS^0 может быть выражено через температурный коэффициент скорости горения при температуре T_a и разность начальных температур $T_a - T_e$. Действительно, из (3), (11) и (13) имеем

$$kS^0 = \beta\Delta, \ \beta = \Big(\frac{\partial \ln u^0}{\partial T_a}\Big)^{(a)}_{p^0}, \ \Delta = T_a - T_e.$$

СВЯЗЬ МЕЖДУ ФУНКЦИЯМИ $U_p^{(a)}$ И $U_r^{(e)}$

Итак, функция отклика скорости горения на меняющийся радиационный тепловой поток, найденная при начальной температуре T_e (18), может быть представлена в виде

$$U_r^{(e)} = \frac{\beta\Delta}{[1 + l(z-1)]D + \beta\Delta/z}, \tag{19}$$

куда вместо трудно определяемой величины S^0 входит разность температур, при которых проводятся измерения функций отклика скорости горения на меняющееся давление или радиационный тепловой поток. Сравнивая (2) и (19), можно выразить отклик на меняющееся давление через отклик на переменный радиационный тепловой поток:

$$U_p^{(a)} = \frac{[\nu + \delta(z-1)][1 + l(z-1)]}{\beta\Delta(1/U_r^{(e)} - 1/z)}. \tag{20}$$

В более симметричной форме соотношение между двумя функциями имеет вид

$$\frac{\nu + \delta(z-1)}{U_p^{(a)}} = \frac{\beta\Delta}{[1 + l(z-1)]}\Big(\frac{1}{U_r^{(e)}} - \frac{1}{z}\Big). \tag{21}$$

Отметим, что применение (20) или (21) требует предварительного определения длины свободного пробега излучения в конденсированной фазе, ее коэффициента температуропроводности, параметров стационарного горения пороха ν и δ, а также температурного коэффициента скорости горения β.

Разность начальных температур должна задаваться в эксперименте исходя из возможностей установки. Наиболее простой путь для выбора этой величины включает следующие этапы:

— при заданных давлении p^0 и начальной температуре T_a найти стационарную скорость горения в отсутствие излучения u^0,

— при том же давлении понизить температуру образца до некоторой выбранной исследователем новой начальной температуры T_e,

— измерить скорость горения при этой начальной температуре и наличии постоянного внешнего радиационного потока u_r^0 и подобрать из (11) величину интенсивности источника так, чтобы выполнялось равенство $u_r^0 = u^0$.

Применяемые в настоящее время источники излучения имеют мощность порядка мегаватта на квадратный метр. В зависимости от давления при обычных значениях плотности и теплоемкости пороха разность начальных температур при проведении измерений составляет от десятков до двух сотен градусов.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Mihlfeith C. M., Baer A. D., Ryan N. W.** Propellant combustion instability as measured by combustion recoil // AIAA Journal. 1972. V. 10, N 10. P. 1280–1285.
2. **De Luca L.** Solid propellant ignition and other unsteady combustion phenomena induced by radiation: Ph. D. Thesis. Princeton, NJ, 1976.

3. **Finlinson J. C., Hanson-Parr D., Son S. F.** Measurement of propellant combustion response to sinusoidal radiant heat flux // AIAA Paper N 91–0204. 1991.
4. **Son S. F., Brewster M. Q.** Linear burning rate dynamics of solid subjected to pressure or external radiant heat flux oscillations // J. Propulsion and Power. 1992. V. 9, N 2. P. 222–232.
5. **Кискин А. Б.** Способ определения отклика скорости горения топлива на изменение давления с помощью излучения // Физика горения и взрыва. 1993. Т. 29, № 3. С. 41–43.
6. **Зельдович Я. Б.** К теории горения порохов и взрывчатых веществ // Журн. эксперим. и теор. физики. 1942. Т. 12, вып. 11/12. С. 498–524.
7. **Новожилов Б. В.** Нестационарное горение твердых ракетных топлив. М.: Наука, 1973. (Перевод: AFSC FTD-MD-24-317-74).
8. **Ассовский И. Г., Истратов А. Г.** Горение порохов при световом облучении // Журн. прикл. механики и техн. физики. 1971. № 6. С. 70–77.
9. **Новожилов Б. В.** Горение пороха при гармонически меняющемся давлении // Журн. прикл. механики и техн. физики. 1965. № 6. С. 141–144.

Поступила в редакцию 27/III 2002 г.