

УДК 532.5

МАГНИТОГИДРОДИНАМИЧЕСКОЕ ТЕЧЕНИЕ И ТЕПЛООБМЕН ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ НА РАДИАЛЬНО РАСТЯГИВАЮЩЕЙСЯ ПО СТЕПЕННОМУ ЗАКОНУ ПОРИСТОЙ ПЛАСТИНЕ ПРИ НАЛИЧИИ ВДУВА (ОТСОСА)

М. Хан*, А. Мунир*, А. Шахзад^{*,**}, А. Шах^{***}

* Университет Вождя нации, 44000 Исламабад, Пакистан

** Университет инженерных наук и технологий, Таксила, Пакистан

*** Институт информационных технологий COMSATS, Исламабад, Пакистан

E-mails: mkhan_21@yahoo.com, asifmunir1000@yahoo.com, azeemhaadi@yahoo.com, scholar.cm@gmail.com

Проведен анализ стационарного течения и теплообмена в пограничном слое на изотермической радиально растягивающейся пористой пластине. Предполагается, что радиальное растяжение пористой пластины при наличии поперечного магнитного поля с малым магнитным числом Рейнольдса происходит по степенному закону, а жидкость является электрически проводящей. С использованием преобразований подобия управляющие нелинейные дифференциальные уравнения в частных производных приводятся к системе нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений, которые решаются аналитически методом гомотопического анализа и численно методом пристрелки с помощью адаптивного метода Рунге — Кутты и метода Бройдена в области $[0, \infty)$. Получены аналитические выражения для полей скорости и температуры. Исследовано влияние определяющих параметров на профили скорости и температуры. Вычислены значения коэффициента поверхностного трения и локального числа Нуссельта в зависимости от ряда параметров. Показано, что решения, полученные обоими методами, хорошо согласуются. Проведено сравнение решений частного случая задачи, полученных методом гомотопического анализа, с точными решениями.

Ключевые слова: осесимметричное течение, теплообмен, вдув (отсос).

Введение. Интерес к исследованию течений при наличии теплообмена на непрерывной растягивающейся пластине обусловлен их применением в промышленности (горячая прокатка, волочение проволоки, производство стекловолокна и бумаги, раскатка пластмассовых пленок, экструзия металлов и полимеров, штамповка). В таких процессах закон растяжения при нагреве или охлаждении пластины оказывает существенное влияние на качество конечных продуктов. В работе [1] впервые рассчитано течение в пограничном слое, вызванное перемещением растягивающейся пластины со скоростью, меняющейся по линейному закону в зависимости от расстояния от неподвижной точки. Та же задача при наличии теплообмена исследована в [2] в случае, когда перепад температур между поверхностью и окружающей жидкостью пропорционален расстоянию от неподвижной точки. В [3] изучены стационарные пограничные слои на непрерывной растягивающейся по экспоненциальному закону поверхности с экспоненциальным распределением температуры.

Работа выполнена при финансовой поддержке Комиссии высшего образования Пакистана.

В [4] исследовано влияние вязкой диссипации на смешанный конвективный теплообмен на растягивающейся по экспоненциальному закону поверхности. В работе [5] эта задача обобщена на случай воздействия радиационного излучения на течение на экспоненциально растягивающейся пластине и решена аналитически с использованием метода гомотопического анализа. Численное решение той же задачи получено в [6]. В работе [7] численно изучены течение и характеристики теплообмена в несжимаемом вязком течении на нелинейно растягивающейся пластине при наличии вязкой диссипации. В [8] исследованы нестационарное течение в пограничном слое на растягивающейся пластине и теплообмен при изменении теплопроводности. Результаты анализа течения через пористую среду лежат в основе ряда приложений: течение через насадки, седиментация, центробежное разделение частиц и др. В [9] изучен конвективный тепломассообмен в потоке вязкоупругой жидкости с переменной вязкостью через пористую растягивающуюся пластину. В [10] поставлена задача о смешанной конвекции микрополярной жидкости, движущейся при воздействии пористой растягивающейся пластины, и найдено ее решение методом конечных элементов. В работе [11] изучено влияние радиационного излучения на процесс теплообмена на растягивающейся поверхности в пористой среде. В [12] с использованием модели Бринкмана рассмотрен нестационарный пограничный слой на пористой растягивающейся пластине.

Решения ряда задач магнитной гидродинамики могут использоваться, например, при охлаждении ядерных реакторов жидким натрием [13]. В [14] изучены характеристики процесса переноса импульса и тепла в гидромагнитном течении запыленной жидкости, вызванном линейным растяжением наклонной пластины при наличии неравномерного источника (стока) тепла. В [15] получено точное решение задачи об осесимметричном двумерном течении и теплообмене в электрически проводящей вязкой жидкости на радиально растягивающейся пористой пластине.

В действительности растяжение пластины необязательно происходит по линейному закону [16]. При моделировании процессов полимеризации необходимо учитывать влияние нелинейного растяжения, а при моделировании металлургических процессов — нелинейную скорость потока металла [17].

Существует небольшое количество работ, в которых представлены результаты анализа процесса теплообмена на радиально растягивающейся по степенному закону пластине. Целью данной работы является изучение теплообмена в течении электрически проводящей вязкой жидкости на радиально растягивающейся по степенному закону пористой пластине. Рассматривается влияние параметров вдува (отсоса) и магнитного поля на характеристики течения. С использованием преобразований подобия нелинейные дифференциальные уравнения в частных производных сводятся к системе нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений, которая решается аналитически методом гомотопического анализа (МГА) и численно методом пристрелки с помощью адаптивного метода Рунге — Кутты и метода Бройдена. Результаты, полученные в настоящей работе, обобщают результаты работы [15]. Проводится сравнение с известными данными.

1. Математическая формулировка задачи. Рассмотрим процесс теплообмена в стационарном осесимметричном течении электрически проводящей несжимаемой вязкой жидкости на радиально растягивающейся по степенному закону пористой пластине при наличии поперечного магнитного поля. Магнитное число Рейнольдса полагается очень малым, поэтому индуцированным магнитным полем можно пренебречь. Течение вызвано растяжением пластины в радиальном направлении со скоростью $U_w = cr^n$ и ограничено областью $z > 0$. Предполагается, что температура пластины T_w постоянная, а температура T_∞ является температурой окружающей жидкости, причем $T_w > T_\infty$. С учетом принятых предположений уравнения пограничного слоя, управляющие течением и тепло-

обменом вязкой жидкости, имеют вид [15]

$$\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0; \quad (1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial r} + w \frac{\partial u}{\partial z} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \sigma \frac{B_0^2}{\rho} u - \frac{\nu \varphi}{k} u; \quad (2)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial r} + w \frac{\partial T}{\partial z} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}, \quad (3)$$

где u, w — компоненты скорости в радиальном и осевом направлениях соответственно; ν — кинематическая вязкость; σ — электропроводность; φ — пористость; k — проницаемость пористой среды; T — температура жидкости; $\alpha = k_1/(\rho c_p)$ — температуропроводность; k_1 — теплопроводность; ρ — плотность; c_p — удельная теплоемкость при постоянном давлении.

Вектор магнитного поля выберем в виде $\mathbf{B} = [0, 0, B_0]$.

Граничные условия для скорости и температуры имеют вид

$$z = 0: \quad u = U(r) = cr^n, \quad w = -V_w, \quad T = T_w; \quad (4)$$

$$z \rightarrow \infty: \quad u \rightarrow 0, \quad T = T_\infty, \quad (5)$$

где V_w — скорость отсоса на пористой пластине.

Введем преобразования подобия

$$\psi(r, z) = -r^2 U \operatorname{Re}^{-1/2} f(\eta), \quad \theta(\eta) = \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty}, \quad \eta = \frac{z}{r} \operatorname{Re}^{1/2}, \quad (6)$$

где η — безразмерная переменная подобия; $\operatorname{Re} = rU/\nu$ — локальное число Рейнольдса, зависящее от r ; $\psi(r, z)$ — функция тока Стокса, задаваемая соотношениями

$$u = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad w = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}.$$

Тогда

$$u = U f'(\eta), \quad w = -U \operatorname{Re}^{-1/2} \left(\frac{n+3}{2} f(\eta) + \frac{n-1}{2} \eta f'(\eta) \right). \quad (7)$$

С учетом (6), (7) уравнение (1) удовлетворяется тождественно, а уравнения (2)–(5) приводятся к виду

$$f''' + \frac{n+3}{2} f f'' - n f'^2 - \left(M + \frac{1}{K} \right) f' = 0, \quad \theta'' + \operatorname{Pr} \frac{n+3}{2} f \theta' = 0; \quad (8)$$

$$f(0) = s, \quad f'(0) = 1, \quad \theta(0) = 1, \quad f'(\infty) = 0, \quad \theta(\infty) = 0, \quad (9)$$

где $M = \sigma B_0^2 r^{1-n}/(\rho c)$ — локальный магнитный параметр; $K = kcr^{n-1}/(\nu \varphi)$ — локальный параметр проницаемости; $\operatorname{Pr} = \mu C_p/k_1$ — число Прандтля; $s = 2V_w r^{(n-1)/2}/((n+3)\sqrt{\nu c})$ — локальный параметр массообмена ($s > 0$ в случае отсоса и $s < 0$ в случае вдува).

Введем коэффициент поверхностного трения C_f и локальное число Нуссельта Nu :

$$C_f = \frac{\tau_w}{\rho U^2/2}, \quad \operatorname{Nu} = \frac{r q_w}{k_1(T_w - T_\infty)}, \quad (10)$$

где τ_w, q_w — сдвиговое напряжение на стенке и пристенный тепловой поток:

$$\tau_w = \mu \left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{z=0}, \quad q_w = -k_1 \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=0}. \quad (11)$$

В безразмерных переменных, введенных в (6), (7), выражения (10) соответственно принимают вид

$$\text{Re}^{1/2} C_f/2 = f''(0), \quad \text{Re}^{-1/2} \text{Nu} = -\theta'(0).$$

2. Решение задачи. Для того чтобы построить аналитическое решение уравнений (8) с граничными условиями (9) с помощью МГА, сформулируем следующие предположения:

$$f_0(\eta) = s + 1 - e^{-\eta}, \quad \theta_0(\eta) = e^{-\eta},$$

$$L_f(\varphi) = \frac{d^3\varphi}{d\eta^3} - \frac{d\varphi}{d\eta}, \quad L_\theta(\varphi) = \frac{d^2\varphi}{d\eta^2} - \frac{d\varphi}{d\eta}.$$

Из уравнений (8) определяются нелинейные операторы

$$N_f[\hat{f}(\eta; p)] = \frac{\partial^3 \hat{f}(\eta; p)}{\partial \eta^3} + \frac{n+3}{2} \frac{\partial \hat{f}(\eta; p)}{\partial \eta} \frac{\partial^2 \hat{f}(\eta; p)}{\partial \eta^2} -$$

$$- n \frac{\partial \hat{f}(\eta; p)}{\partial \eta} \frac{\partial \hat{f}(\eta; p)}{\partial \eta} - \left(M + \frac{1}{K} \right) \frac{\partial \hat{f}(\eta; p)}{\partial \eta},$$

$$N_\theta[\hat{\theta}(\eta; p)] = \frac{\partial^2 \hat{\theta}(\eta; p)}{\partial \eta^2} + \text{Pr} \frac{n+3}{2} f(\eta; p) \frac{\partial \hat{\theta}(\eta; p)}{\partial \eta},$$

где $p \in [0, 1]$ — параметр вложения.

Обозначим ненулевые параметры контроля сходимости через h_f, h_θ . Тогда нулевое приближение решения задачи деформации имеет вид

$$(1-p)L[\hat{f}(\eta; p) - f_0(\eta)] = ph_f N_f[\hat{f}(\eta; p)], \quad (1-p)L[\hat{\theta}(\eta; p) - \theta_0(\eta)] = ph_\theta N_\theta[\hat{\theta}(\eta; p)],$$

$$\hat{f}(0; p) = s, \quad \hat{f}'(0; p) = 1, \quad \hat{\theta}(0; p) = 1, \quad \hat{f}'(\infty; p) = 0, \quad \hat{\theta}(\infty; p) = 0.$$

При $p = 0$ и $p = 1$ справедливы соотношения

$$\hat{f}(\eta; 0) = f_0(\eta), \quad \hat{f}(\eta; 1) = f(\eta), \quad \hat{\theta}(\eta; 0) = \theta_0(\eta), \quad \hat{\theta}(\eta; 1) = \theta(\eta). \quad (12)$$

При изменении p в диапазоне от нуля до единицы решения $\hat{f}(\eta; p)$ и $\hat{\theta}(\eta; p)$ меняются от $f_0(\eta)$ и $\theta_0(\eta)$ до $f(\eta)$ и $\theta(\eta)$. Разложим решения в ряд Тейлора:

$$\hat{f}(\eta; p) = \hat{f}(\eta; 0) + \sum_{m=1}^{\infty} f_m(\eta) p^m, \quad \hat{\theta}(\eta; p) = \hat{\theta}(\eta; 0) + \sum_{m=1}^{\infty} \theta_m(\eta) p^m,$$

где

$$f_m(\eta) = \frac{1}{m!} \left. \frac{\partial^m \hat{f}(\eta; p)}{\partial p^m} \right|_{p=0}, \quad \theta_m(\eta) = \frac{1}{m!} \left. \frac{\partial^m \hat{\theta}(\eta; p)}{\partial p^m} \right|_{p=0}.$$

Сходимость приведенного ряда зависит от h_f, h_θ . Если значения h_f, h_θ выбраны таким образом, чтобы ряд был сходящимся при $p = 1$, то в силу уравнений (12) имеем

$$f(\eta) = f_0(\eta) + \sum_{m=1}^{\infty} f_m(\eta), \quad \theta(\eta) = \theta_0(\eta) + \sum_{m=1}^{\infty} \theta_m(\eta).$$

Деформация m -го порядка определяется следующим образом:

$$L_f[f_m(\eta) + \chi_m f_{m-1}(\eta)] = h_f R_1(\eta), \quad L_\theta[\theta_m(\eta) + \chi_m \theta_{m-1}(\eta)] = h_\theta R_2(\eta), \quad (13)$$

$$f_m(0) = f'_m(0) = \theta_m(0) = 0, \quad f'_m(\infty) = 0 = \theta_m(\infty).$$

Здесь

$$R_1(\eta) = \frac{\partial^3 f_{m-1}}{\partial \eta^3} - n \sum_{k=0}^{m-1} f'_{m-1-k} f'_k + \frac{n+3}{2} \sum_{k=0}^{m-1} f_{m-1-k} f''_k - \left(M + \frac{1}{K}\right) f_{m-1},$$

$$R_2(\eta) = \theta''_{m-1} + \frac{n+3}{2} \sum_{k=0}^{m-1} f_{m-1-k} \theta'_k.$$

Неоднородные уравнения (13) решались с использованием пакета МАТНЕМАТІСА при $m = 1, 2, 3$.

3. Результаты численных расчетов и их обсуждение. Нелинейные уравнения (8) с граничными условиями (9) решались аналитически с помощью МГА и метода пристрелки с использованием адаптивного метода Рунге — Кутты и метода Бройдена при различных значениях физических параметров. Для уточнения структуры пограничного слоя вблизи поверхности проводились вычисления при различных значениях управляющих параметров. Результаты получены в виде зависимостей безразмерных скорости $f'(\eta)$ и температуры $\theta(\eta)$ от критериев подобия. Решения для ряда, полученные с помощью МГА, зависят от параметров контроля сходимости h_f, h_θ . Необходимо найти оптимальные значения этих параметров. На рис. 1 приведены зависимости решений $f''(0)$ и $\theta'(0)$ от параметров h_f, h_θ соответственно. По рис. 1 можно судить о размерах области сходимости и скорости аппроксимации для решений в виде ряда. Диапазоны сходимости решения для h_f и h_θ следующие: $-0,45 < h_f < -0,3$ и $-1,0 < h_\theta < -0,4$. Скорости сходимости решения в виде ряда приведены в табл. 1. Из табл. 1 следует, что 25-й порядок решения является достаточным для сходимости решения. На рис. 2–4 показано влияние различных физических параметров на профиль скорости. Влияние локального магнитного параметра M и локального параметра проницаемости K на скорость $f'(\eta)$ показано на рис. 2, а, б соответственно. На рис. 2, а видно, что в случае наличия отсоса на границе с увеличением локального магнитного параметра M при постоянных значениях других параметров толщина пограничного слоя уменьшается. Уменьшение скорости происходит вследствие увеличения сопротивления, вызываемого силой Лоренца. Таким образом, наличие локального магнитного параметра приводит к уменьшению горизонтальной составляющей скорости. Обратное явление наблюдается на рис. 2, б. Увеличение скорости обусловлено уменьшением сопротивления с увеличением проницаемости. На рис. 3 показано влияние наличия локального вдува (отсоса) на профили скорости. Видно, что с увеличением параметра

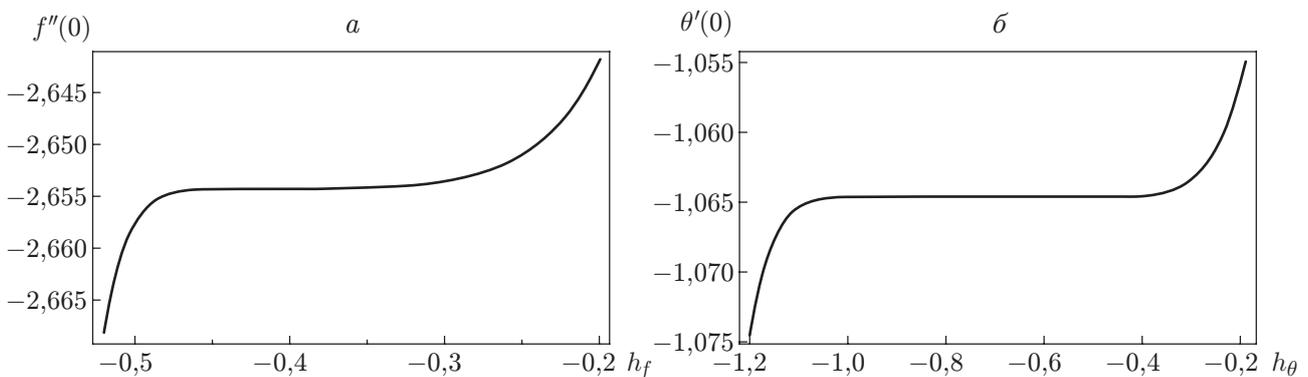


Рис. 1. Зависимости $f''(0)$ (а) и $\theta'(0)$ (б) от величины h для аппроксимации 25-го порядка при $n = M = 1$

Таблица 1

Результаты аналитической аппроксимации $f''(0)$ при $h_f = 0,4$ и $\theta'(0)$ при $h_\theta = 0,8$ в случае $s = K = 0,5, n = M = 1, Pr = 0,7$

Порядок аппроксимации	$f''(0)$	$\theta'(0)$
1	-1,866 67	-1,066 67
3	-2,396 44	-1,102 76
6	-2,602 81	-1,072 67
10	-2,648 07	-1,065 62
15	-2,654 03	-1,064 67
20	-2,654 49	-2,654 50
25	-2,654 52	-1,064 56
30	-2,654 52	-1,064 56

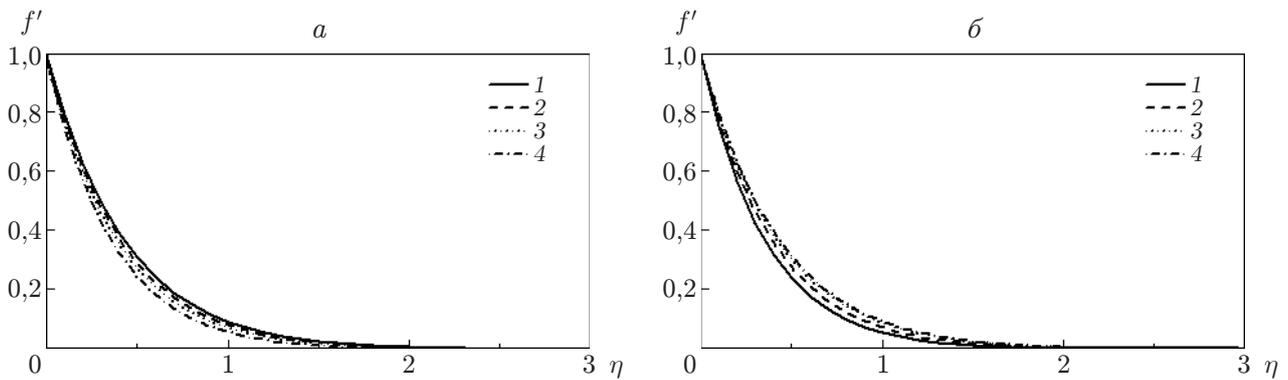


Рис. 2. Зависимость $f'(\eta)$ при различных значениях локального магнитного параметра M (а) и локального параметра проницаемости K (б):
 а — $n = s = K = 0,5$ (1 — $M = 0$, 2 — $M = 0,5$, 3 — $M = 1$, 4 — $M = 2$), б — $n = s = 0,5, M = 1$ (1 — $K = 0,2$, 2 — $K = 0,5$, 3 — $K = 0,8$, 4 — $K = 1$)

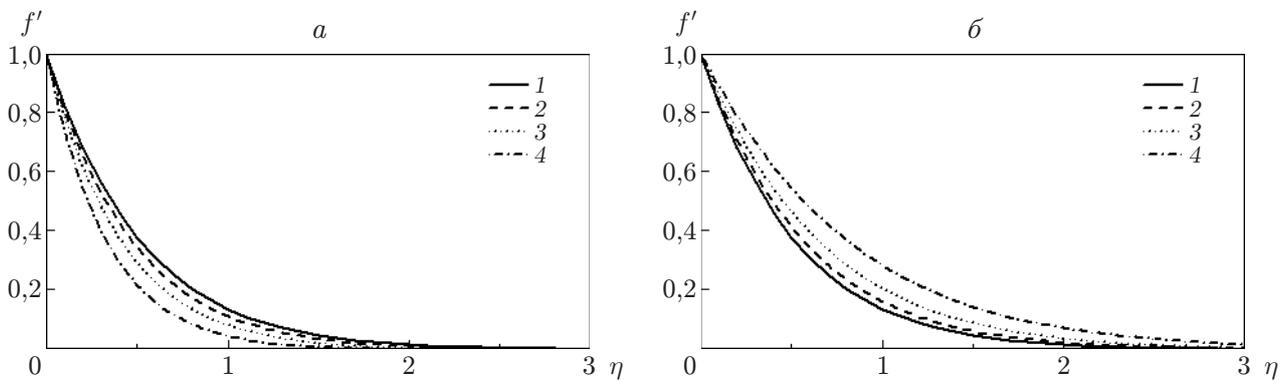


Рис. 3. Зависимость $f'(\eta)$ при $n = K = 0,5, M = 1$ и различных значениях локального параметра вдува (отсоса):
 а — $s \geq 0$ (1 — $s = 0$, 2 — $s = 0,2$, 3 — $s = 0,5$, 4 — $s = 1$), б — $s \leq 0$ (1 — $s = 0$, 2 — $s = -0,2$, 3 — $s = -0,5$, 4 — $s = -1$)

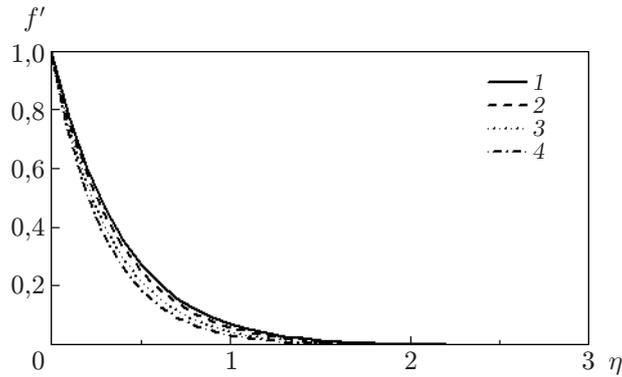


Рис. 4. Зависимость $f'(\eta)$ при $s = K = 0,5$, $M = 1$ и различных значениях параметра n :

1 — $n = 0,5$, 2 — $n = 1$, 3 — $n = 2$, 4 — $n = 3,3$

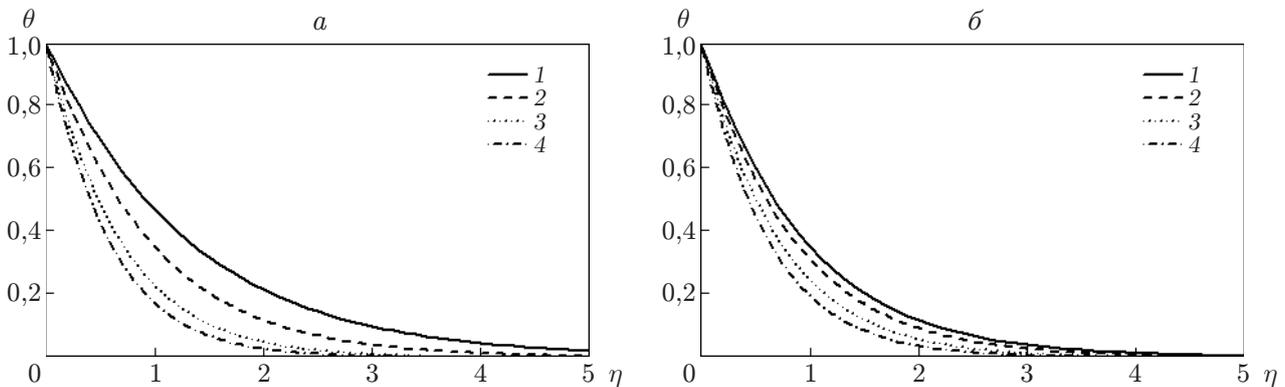


Рис. 5. Зависимость $\theta(\eta)$ при различных значениях числа Прандтля (*а*) и параметра n (*б*):

а — $s = n = K = 0,5$, $M = 1$ (1 — $Pr = 0,5$, 2 — $Pr = 0,7$, 3 — $Pr = 1$, 4 — $Pr = 1,2$),
б — $s = K = 0,5$, $M = 1$, $Pr = 0,7$ (1 — $n = 0,5$, 2 — $n = 1$, 3 — $n = 2$, 4 — $n = 4$)

отсоса ($s > 0$) толщина пограничного слоя уменьшается, в то время как с увеличением параметра вдува ($s < 0$) она увеличивается (см. рис. 3,б). Изменение скорости при различных значениях параметра n показано на рис. 4. Видно, что с увеличением параметра n толщина пограничного слоя уменьшается вследствие увеличения скорости переноса импульса. Толщина теплового пограничного слоя существенно зависит от числа Прандтля Pr , параметра n и параметра отсоса (вдува) s . На рис. 5, 6 показано влияние этих параметров на толщину теплового пограничного слоя. Из рис. 5,а следует, что величина Pr существенно влияет на толщину теплового пограничного слоя. С увеличением Pr толщина теплового пограничного слоя уменьшается и, следовательно, увеличивается скорость теплообмена на стенке. Также толщина теплового пограничного слоя уменьшается при увеличении параметра n (см. рис. 5,б).

Влияние параметра вдува (отсоса) на температуру показано на рис. 6. На рис. 6,а видно, что в случае увеличения параметра отсоса при постоянных значениях других определяющих параметров безразмерная температура уменьшается. Из рис. 6,б следует, что с увеличением параметра вдува на границе температура увеличивается. Также на рис. 6,б видно, что влияние параметра вдува на температуру является более значительным по сравнению с влиянием параметра отсоса.

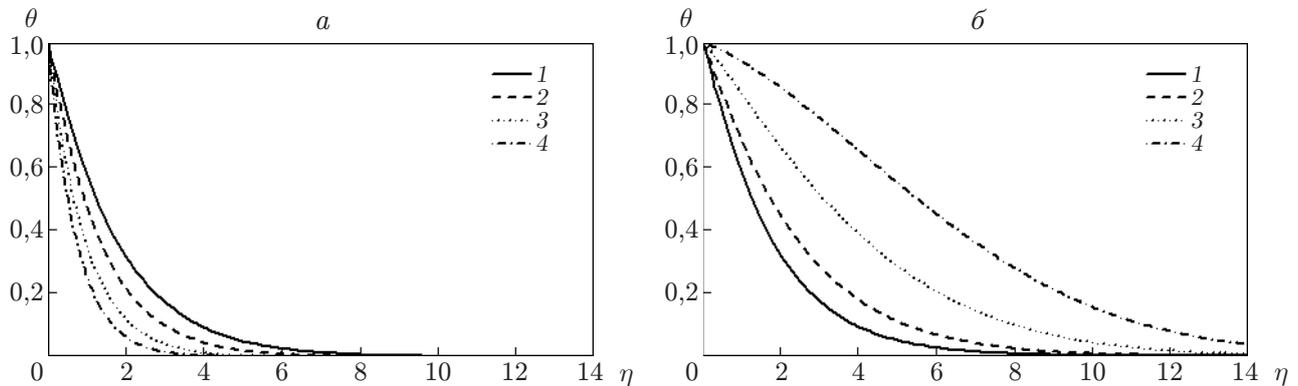


Рис. 6. Зависимость $\theta(\eta)$ при $n = K = 0,5$, $M = 1$, $Pr = 0,7$ и различных значениях локального параметра вдува (отсоса):
 а — $s \geq 0$ (1 — $s = 0$, 2 — $s = 0,2$, 3 — $s = 0,5$, 4 — $s = 0,8$), б — $s \leq 0$ (1 — $s = 0$, 2 — $s = -0,2$, 3 — $s = -0,5$, 4 — $s = -0,8$)

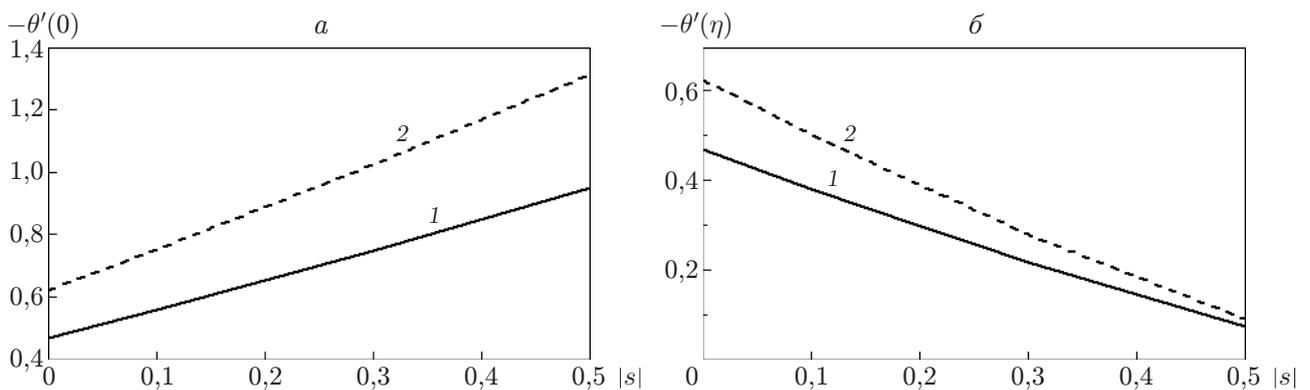


Рис. 7. Зависимость локального числа Нуссельта от локального параметра вдува (отсоса) при $n = K = 0,5$, $M = 1$:
 а — отсос, б — вдув; 1 — $Pr = 0,7$, 2 — $Pr = 1$

Влияние параметра локального вдува (отсоса) на локальное число Нуссельта показано на рис. 7. На рис. 7,а видно, что с увеличением параметра отсоса локальное число Нуссельта увеличивается, причем при большем числе Прандтля это увеличение является более существенным. Влияние параметра вдува на локальное число Нуссельта показано на рис. 7,б. Видно, что с увеличением параметра вдува на поверхности локальное число Нуссельта уменьшается. При увеличении числа Прандтля локальное число Нуссельта уменьшается быстрее.

На рис. 8 приведены результаты расчетов МГА и результаты численных расчетов. Видно, что эти результаты хорошо согласуются. Из рис. 9 следует, что решение, полученное с помощью МГА, и точное решение для частного случая задачи хорошо согласуются [15].

В табл. 2 приведены результаты решения задачи с помощью МГА и результаты, полученные в [15]. Следует отметить, что данные настоящей работы хорошо согласуются с данными работы [15]. В табл. 3 приведены значения коэффициента поверхностного трения и локального числа Нуссельта при различных значениях физических параметров. С увеличением параметров n , M , s коэффициент поверхностного трения увеличивается, в то время как с увеличением параметра K он уменьшается. Приведенные в табл. 3 значения

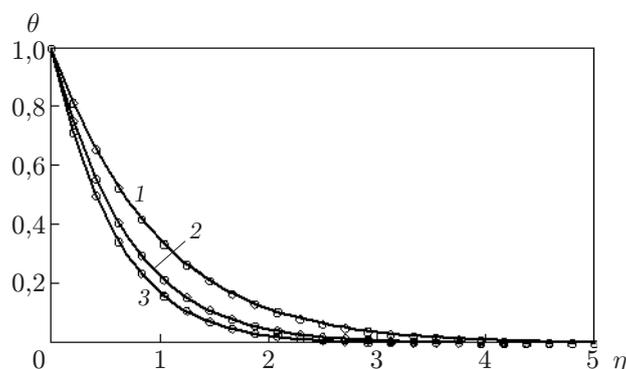


Рис. 8. Результаты решения задачи:
 линии — результаты расчета с помощью МГА, точки — результаты численного расчета; 1 — $Pr = 0,7$, 2 — $Pr = 1$, 3 — $Pr = 1,2$

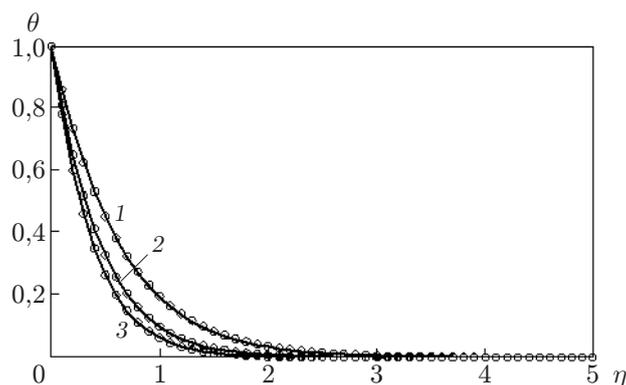


Рис. 9. Результаты решения задачи:
 линии — результаты расчета с помощью МГА, точки — аналитическое решение при $n = 3$; 1 — $Pr = 0,7$, 2 — $Pr = 1$, 3 — $Pr = 1,2$

Таблица 2

Значения $f''(0)$ и $-\theta'(0)$ при $n = 3$, $Pr = 0,7$

M	K	s	$f''(0)$		$-\theta'(0)$	
			Данные [15]	Данные настоящей работы	Данные [15]	Данные настоящей работы
0	0,5	0,5	-3,108 495	-3,108 495	0,540 995	0,540 995
1,0	0,5	0,5	-3,311 738	-3,311 737	0,531 493	0,531 493
0,5	0,2	0,5	-3,760 399	-3,760 396	0,513 386	0,513 387
0,5	1,0	0,5	-3,000 000	-3,000 003	0,546 458	0,546 457
0,5	0,5	-0,4	-1,820 744	-1,820 744	0,085 503	0,085 503
0,5	0,5	-0,2	-2,064 318	-2,064 318	0,171 308	0,171 308
0,5	0,5	0	-2,345 208	-2,345 208	0,266 515	0,266 515
0,5	0,5	0,2	-2,664 318	-2,664 317	0,369 575	0,369 575
0,5	0,5	0,4	-3,020 744	-3,020 742	0,479 159	0,479 158

Таблица 3

Значения коэффициента поверхностного трения и локального числа Нуссельта при различных значениях определяющих параметров

n	M	K	s	Pr	$f''(0)$		$-\theta'(0)$	
					Расчет МГА	Численный расчет	Расчет МГА	Численный расчет
0,5	1,0	0,50	0,5	0,7	-2,481 06	-2,481 03	0,955 52	0,955 52
1,0	1,0	0,50	0,5	0,7	-2,654 52	-2,654 49	1,064 56	1,064 56
2,0	1,0	0,50	0,5	0,7	-2,989 36	-2,989 34	1,276 01	1,276 01
0,5	0	0,50	0,5	0,7	-2,222 74	-2,222 72	0,977 76	0,977 77
0,5	0,5	0,50	0,5	0,7	-2,356 11	-2,356 08	0,966 01	0,966 01
0,5	1,0	0,50	0,5	0,7	-2,481 06	-2,481 03	0,955 52	0,955 52
0,5	1,0	0,25	0,5	0,7	-2,920 05	-2,919 99	0,922 39	0,922 39
0,5	1,0	0,50	0,5	0,7	-2,481 06	-2,481 03	0,955 52	0,955 52
0,5	1,0	1,00	0,5	0,7	-2,222 74	-2,222 72	0,977 77	0,977 77
0,5	1,0	0,50	0,5	0,7	-2,481 06	-2,481 03	0,955 52	0,955 52
0,5	1,0	0,50	0	0,7	-1,983 01	-1,982 99	0,471 40	0,471 38
0,5	1,0	0,50	-0,5	0,7	-1,577 61	-1,577 60	0,075 25	0,075 25
0,5	1,0	0,50	0,5	0,7	—	—	0,955 52	0,955 52
0,5	1,0	0,50	0,5	1,0	—	—	1,316 49	1,316 49
0,5	1,0	0,50	0,5	1,2	—	—	1,547 91	1,547 91

локального числа Нуссельта и коэффициента поверхностного трения вычислены аналитически и численно. Из табл. 3 следует, что с увеличением значений n , K , Pr, s значение локального числа Нуссельта увеличивается, а с увеличением параметра M уменьшается.

Заключение. В работе с использованием метода гомотопического анализа и метода пристрелки проведен анализ стационарного осесимметричного течения и теплообмена в электрически проводящей вязкой жидкости на радиально растягивающейся по степенному закону пористой пластине. Проведено сравнение полученных приближенных аналитических решений с численными решениями, а также с точным решением для частного случая задачи. Результаты исследований позволяют сделать следующие выводы.

С увеличением локального магнитного параметра M , параметра n и параметра отсоса s толщина пограничного слоя уменьшается, а коэффициент поверхностного трения увеличивается.

С увеличением локального параметра проницаемости K и параметра вдува s толщина пограничного слоя увеличивается, а коэффициент поверхностного трения уменьшается.

С увеличением числа Прандтля Pr и параметра n толщина теплового пограничного слоя уменьшается, а скорость теплообмена на стенке увеличивается.

С увеличением параметра локального вдува толщина теплового пограничного слоя увеличивается, а скорость теплообмена на стенке уменьшается.

С увеличением параметра локального отсоса локальное число Нуссельта увеличивается, причем при большем числе Прандтля это увеличение является более существенным.

С увеличением параметра локального вдува локальное число Нуссельта уменьшается, причем при большем числе Прандтля это уменьшение является более существенным.

ЛИТЕРАТУРА

1. Crane L. J. Flow past a stretching plate // Z. angew. Math. Phys. 1970. Bd 21. S. 645–655.
2. Carragher P., Crane L. J. Heat transfer on a continuous stretching sheet // Z. angew. Math. Mech. 1982. Bd 62. S. 564–573.

3. **Magyari E., Keller B.** Heat and mass transfer in the boundary layers on an exponentially stretching continuous surface // *J. Phys. D. Appl. Phys.* 1999. V. 32. P. 577–585.
4. **Partha M. K., Murthy P. V. S. N., Rajasekhar.** Effect of viscous dissipation on the mixed convection heat transfer from an exponentially stretching surface // *Heat Mass Transfer.* 2005. V. 41. P. 360–366.
5. **Sajid M., Hayat T.** Influence of thermal radiation on the boundary layer flow due to an exponentially stretching sheet // *Intern. Comm. Heat Mass Transfer.* 2008. V. 35. P. 347–356.
6. **Bidin B., Nazar R.** Numerical solution of the boundary layer flow over an exponentially stretching sheet with thermal radiation // *Eur. J. Sci. Res.* 2009. V. 33. P. 710–717.
7. **Alinejad J., Samarbakhsh S.** Viscous flow over nonlinearly stretching sheet with effects of viscous dissipation // *J. Appl. Math.* 2012. V. 2012. 587834. DOI: 10.1155/2012/587834.
8. **Misra M., Ahmad N., Siddiqui Z. U.** Unsteady boundary layer flow past a stretching plate and heat transfer with variable thermal conductivity // *World J. Mech.* 2012. V. 2. P. 35–41.
9. **Abel M. S., Khan S. K., Prasad K.** Convective heat and mass transfer in a viscoelastic fluid flow through a porous medium over a stretching sheet // *Intern. J. Numer. Methods Heat Fluid Flow.* 1991. V. 11. P. 779–793.
10. **Bhargava R., Kumar L., Takhar H. S.** Finite element solution of mixed convection micropolar flow driven by a porous stretching sheet // *Intern. J. Engng Sci.* 2003. V. 41. P. 2161–2178.
11. **Rashad A. M.** Radiative effect on heat transfer from a stretching surface in a porous medium // *Intern. J. Appl. Math. Mech.* 2007. V. 3. P. 14–23.
12. **Shafie S., Amin N., Pop I.** Unsteady boundary layer due to a stretching sheet in a porous medium using brinkman equation model // *Intern. J. Heat Tech.* 2006. V. 24. P. 111–117.
13. **Ganesan P., Palani G.** Finite difference analysis of unsteady natural convection MHD past an inclined plate with variable surface heat and mass ux // *Intern. J. Heat Mass Transfer.* 2004. V. 47. P. 4449–4457.
14. **Ramesh G. K., Gireesha B. J., Bagewadi C. S.** Heat transfer in MHD dusty boundary layer flow over an inclined stretching sheet with non-uniform heat source/sink // *Adv. Math. Phys.* 2012. V. 2012. 657805. DOI: 10.1155/2012/657805.
15. **Shahzad A., Ali R., Khan M.** On the exact solution for axisymmetric flow and heat transfer over a nonlinear radially stretching sheet // *Chinese Phys. Lett.* 2012. V. 29. 084705.
16. **Gupta P. S., Gupta A. S.** Heat and mass transfer on a stretching sheet with suction or blowing // *Canad. J. Chem. Engng.* 1977. V. 55. P. 744–746.
17. **Bhargava R., Sharma S., Takhar H. S., et al.** Numerical solutions for micropolar transport phenomena over a nonlinear stretching sheet // *Nonlinear Anal. Model. Control.* 2007. V. 12. P. 45–63.

*Поступила в редакцию 28/XII 2012 г.,
в окончательном варианте — 3/VI 2013 г.*
