

УДК 539.3

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА РЕЗКИ ОБЛУЧЕННЫХ ТЕПЛОВЫДЕЛЯЮЩИХ СБОРОК

Ю. П. Мещеряков

Конструкторско-технологический филиал Института гидродинамики  
им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск  
E-mail: ura@kti-git.nsc.ru

Численно изучаются особенности напряженно-деформированного состояния слоистых тел с учетом элементов схем нагружения, использующихся в технологических процессах резки облученных тепловыделяющих сборок. Исследовано влияние локализации прижима на интенсивность касательных напряжений и величину напряжений сдвига. Получена зависимость напряженно-деформированного состояния слоев от величины зазора между ножами. Показано, что по мере износа режущих кромок ножей меняется характер разрушения.

Ключевые слова: резка, численное моделирование, слоистые тела, тепловыделяющая сборка.

**Введение.** Задача утилизации ядерных отходов включает комплекс технологических процессов, одним из которых является резка облученных тепловыделяющих сборок. Перед резкой тепловыделяющая сборка подвергается механической обработке, после которой облученную тепловыделяющую сборку можно рассматривать как слоистый брикет. Для осуществления резки брикет нагружается двумя ножами и прижимом (рис. 1). Эффективность резки зависит от ряда факторов: локализации прижима, степени износа кромок ножей, толщины и количества слоев и др.

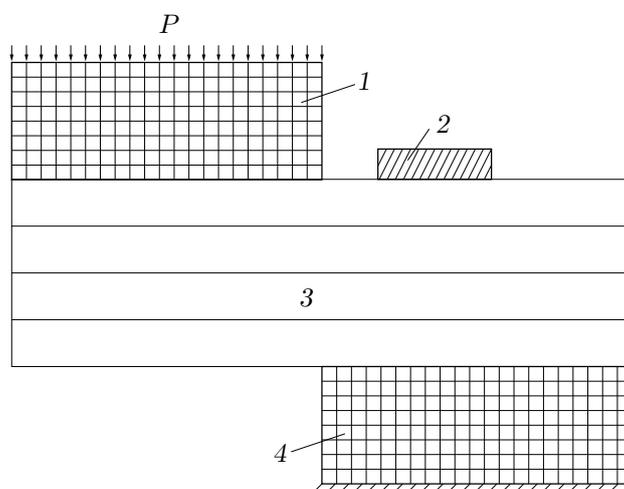


Рис. 1. Схема нагружения многослойного брикета:

1 — подвижный нож; 2 — прижим; 3 — сборка из металлических пластин; 4 — неподвижный нож

В данной работе в рамках модели линейной упругости численно исследовано напряженно-деформированное состояние слоистых брикетов в зависимости от перечисленных выше факторов. Задача решалась методом конечных элементов без учета массовых сил. Особенности постановки задачи являются статически неопределенные контактные границы, наличие которых существенно сужает выбор методов получения стационарного решения. В работе использован метод установления. Сходимость к стационарному решению обеспечивалась введением искусственной диссипации энергии.

**1. Постановка задачи.** В рамках теории линейной упругости плоское напряженно-деформированное состояние описывается системой уравнений [1]

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial y} &= \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, & \frac{\partial \sigma_{21}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial y} &= \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}, \\ \sigma_{11} &= \lambda \operatorname{div} \mathbf{u} + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x}, & \sigma_{22} &= \lambda \operatorname{div} \mathbf{u} + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y}, & \sigma_{12} &= \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right). \end{aligned}$$

Здесь  $\rho$  — плотность;  $\lambda, \mu$  — постоянные Ламе;  $\sigma_{ij}$  ( $i = 1, 2, j = 1, 2$ ) — компоненты тензора напряжений;  $u, v$  — компоненты вектора смещения;  $\mathbf{u}$  — вектор смещения. Постоянные Ламе связаны с модулем Юнга  $E$  и коэффициентом Пуассона  $\nu$  соотношениями

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \quad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)}.$$

Сплюснутая тепловыделяющая сборка имитировалась плоским брикетом, состоящим из нескольких стальных пластин. Схема нагружения показана на рис. 1. Прижим считался абсолютно твердой стенкой, неподвижный нож — плитой с заделанным основанием, подвижный нож — плитой, нагруженной внешним давлением.

Приняты следующие начальные данные и константы: модуль упругости  $E = 2,1 \times 10^5$  МПа, коэффициент Пуассона  $\nu = 0,3$ , плотность стали  $\rho = 7,85 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>, вектор смещения  $\mathbf{u}|_{t=0} = 0$ , компоненты тензора напряжений  $\sigma_{ij}|_{t=0} = 0$  ( $i = 1, 2, j = 1, 2$ ).

Поставлены следующие граничные условия:

- 1) внешняя нагрузка на подвижный нож  $P = 150$  МПа;
- 2) на контактных границах  $u^n|_{\Gamma^+} = u^n|_{\Gamma^-}$ ,  $\sigma^n|_{\Gamma^+} = \sigma^n|_{\Gamma^-}$ ;
- 3) на твердой стенке  $u^n = 0$ ;
- 4) на заделанном основании  $\mathbf{u} = 0$ ;
- 5) на свободных границах  $P = 0$ .

**2. Особенности конечно-элементной модели.** Конечно-элементная модель строилась с помощью вариационного принципа Журдена [2] для сплошной среды

$$\int_{\Omega} (\rho \alpha^k - \sigma_{,j}^{kj}) \delta u_k d\Omega = 0, \quad k = 1, 2, \quad j = 1, 2, \quad (2.1)$$

где  $\Omega$  — исследуемая двумерная область;  $u_k, \alpha^k$  — компоненты вектора скорости и ускорения соответственно;  $\sigma^{kj}$  ( $k = 1, 2, j = 1, 2$ ) — симметрический тензор напряжений.

Используя интегрирование по частям, равенство (2.1) с учетом теоремы Остроградского — Гаусса можно записать в виде

$$\int_{\Omega} \rho \alpha^k \delta u_k d\Omega = \int_L \sigma^{kj} n_j \delta u_k dl - \int_{\Omega} \sigma^{kj} \delta e_{kj} d\Omega, \quad (2.2)$$

где  $e_{kj}$  — тензор скоростей деформаций;  $n_j$  — компонента вектора нормали к границе области  $L$ .

Операцией триангуляции область  $\Omega$  разбивалась на треугольные элементы  $\Omega^e$ . Аппроксимация  $u_k$  на элементе  $\Omega^e$  осуществлялась кусочно-линейными базисными функциями  $\varphi_i^e(\mathbf{X})$ :

$$\varphi_i^e = \begin{cases} a_i^e + b_i^{ej} x_j, & \mathbf{X} \in \Omega^e, \\ 0, & \mathbf{X} \notin \Omega^e, \end{cases} \quad i = \overline{1,3}$$

( $\mathbf{X}$  — вектор точки с координатами  $(x_1, x_2)$ ). При этом

$$\varphi_i^e(\mathbf{X}^n) = \begin{cases} 1, & i = n, \\ 0, & i \neq n \end{cases}$$

( $i, n$  — локальная нумерация узлов элемента;  $\mathbf{X}^n$  — радиус-вектор  $n$ -й вершины элемента). Используя преобразование вектора  $\mathbf{A}$

$$\tilde{\Phi}^e \mathbf{A} = A^i \varphi_i^e, \quad i = \overline{1,3},$$

где  $A^i$  — значения функции в узлах элемента, компоненты вектора скорости, ускорения и тензора скоростей деформаций можно представить в виде

$$\begin{aligned} u_k(\mathbf{X}, t) &= \sum_e \tilde{\Phi}_\alpha^e(\mathbf{X}) U_k^\alpha(t) = \sum_e \Phi_{\beta k}^e(\mathbf{X}) U^\beta(t), \\ a_k(\mathbf{X}, t) &= \sum_e \tilde{\Phi}_\alpha^e(\mathbf{X}) \dot{U}_k^\alpha(t) = \sum_e \Phi_{\beta k}^e(\mathbf{X}) \dot{U}^\beta(t), \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$e_{kj}(\mathbf{X}, t) = \sum_e (\Phi_{\beta k, j}^e(\mathbf{X}) + \Phi_{\beta j, k}^e(\mathbf{X})) \frac{U^\beta(t)}{2} = \sum_e \Psi_{\beta kj}^e(\mathbf{X}) U^\beta(t).$$

Здесь  $\alpha = \overline{1, N^e}$ ;  $\beta = \overline{1, 2N}$ ;  $t$  — временная координата;  $N^e$  — количество элементов;  $N$  — количество узлов;  $U^\beta(t)$  — компонента глобального вектора скоростей в узлах сетки.

Учитывая (2.2), (2.3) и то, что вариации по скоростям независимы, легко вывести следующее уравнение:

$$M_{\alpha\beta} \dot{U}^\beta = P_\alpha - K_\alpha, \quad \alpha = \overline{1, 2N}, \quad \beta = \overline{1, 2N}, \quad (2.4)$$

где

$$M_{\alpha\beta} = \sum_e \int_{\Omega^e} \rho \Phi_{\beta k}^e \Phi_{\alpha k}^e d\Omega; \quad (2.5)$$

$$P_\alpha = \sum_e \int_{L^e} \sigma^{kj} n_j \Phi_{\alpha k}^e dl, \quad K_\alpha = \sum_e \int_{\Omega^e} \sigma^{kj} \Psi_{kj\alpha}^e d\Omega, \quad k = 1, 2, \quad j = 1, 2.$$

Задача свелась к решению системы дифференциальных уравнений (2.4) относительно  $U^\beta(t)$ . Динамические краевые условия учтены в первом слагаемом правой части (2.2), кинематические — корректировкой векторов внешних и внутренних нагрузок  $P_\alpha$ ,  $K_\alpha$  [3]. В качестве динамических краевых условий использовалось условие, налагаемое на давление. В начальный момент времени ( $t = 0$ ) полагалось

$$U^\beta = 0, \quad \beta = \overline{1, 2N}.$$

Применяя конечно-разностный оператор по временной координате к уравнению (2.4), получаем векторное рекуррентное уравнение для определения узловых скоростей при пошаговом увеличении времени на величину  $\tau$ , определяемую из условия устойчивости схемы:

$$\mathbf{U}^{n+1} = \mathbf{U}^n + M^{-1}(\mathbf{P}^n - \mathbf{K}^n)\tau, \quad \mathbf{U}^0 = 0. \quad (2.6)$$

Значения максимальных напряжений при различных локализациях прижима

Вариант расчета	$(\sigma_i)_a^{\max}$ , МПа	$(\sigma_i)_k^{\max}$ , МПа	$\tau_s^{\max}$ , МПа
1	2200	2400	1900
2	2100	2800	1100
3	2100	3100	570

Согласованная матрица масс (2.5) заменялась ее диагональным приближением [4]

$$M_{\alpha\beta} = \begin{cases} \frac{1}{3} \sum_r \rho_0 \Delta_0^r, & \alpha = \beta, \\ 0, & \alpha \neq \beta, \end{cases}$$

где  $\rho_0$  — начальная плотность;  $\Delta_0^r$  — начальный объем элемента; суммирование проводится по элементам, содержащим соответствующий узел. Полученное таким образом уравнение (2.6) описывает плоское движение конечно-элементной среды с кусочно-постоянным распределением жесткостных свойств и точечным распределением инерционных свойств. Тензор напряжений вычислялся в начале каждого шага по времени.

Стационарное решение получалось вследствие включения в алгоритм расчета искусственной диссипации энергии путем умножения вектора скорости  $U^n$  на коэффициент  $\omega < 1$ . В расчетах принималось  $\omega = 0,99$ .

**3. Результаты расчетов.** Численные расчеты проведены для сборки из металлических пластин с размерами, соответствующими тепловыделяющей сборке ВВЭР-500 после сплющивания: длина  $L = 500$  мм, ширина  $W = 240$  мм, толщина  $h = 30$  мм. Количество пластин в сборке варьировалось от одной до трех. Рассчитывались максимальные уровни касательных напряжений в сборке  $(\sigma_i)_a^{\max}$ , ножах  $(\sigma_i)_k^{\max}$  и максимальное напряжение сдвига  $\tau_s^{\max}$  в сечении сборки плоскостью, проходящей между ножами перпендикулярно ее поверхности, т. е. в плоскости сечения, в которой происходят сдвиг и разрушение материала в процессе резки.

*3.1. Влияние локализации прижима на напряженно-деформированное состояние сборки.* Влияние локализации прижима исследовалось на сборке, состоящей из трех слоев. Рассматривались три варианта локализации прижима. В первом варианте прижим располагался в непосредственной близости от кромки подвижного ножа, во втором — на расстоянии 0,025 м, в третьем — на расстоянии 0,05 м от кромки ножа. Результаты расчетов приведены в таблице. Из таблицы следует, что в случае достаточного удаления прижима от кромки ножей напряженно-деформированное состояние больше соответствует напряженно-деформированному состоянию материала, возникающему при одноосном растяжении, чем возникающему при сдвиге.

Сравнительный анализ уровней напряжений показывает, что расположение прижима в непосредственной близости от ножевой вставки имеет два преимущества: 1) уменьшение предельной нагрузки на кромки ножей, что способствует уменьшению их износа; 2) увеличение касательных напряжений в сборке, особенно напряжений сдвига. Напряжения сдвига становятся практически равными максимальным касательным напряжениям, и, следовательно, площадка текучести почти параллельна плоскости, нормальной к поверхности сборки, что способствует более эффективному разрушению материала.

На рис. 2 представлены изолинии касательных напряжений. Темный цвет соответствует более высоким уровням напряжений. Из картины распределения напряжений, показанной на рис. 2, а, следует, что неподвижный нижний нож нагружен больше верхнего ножа; наиболее нагруженная область — верхний слой сборки, наименее нагруженные об-

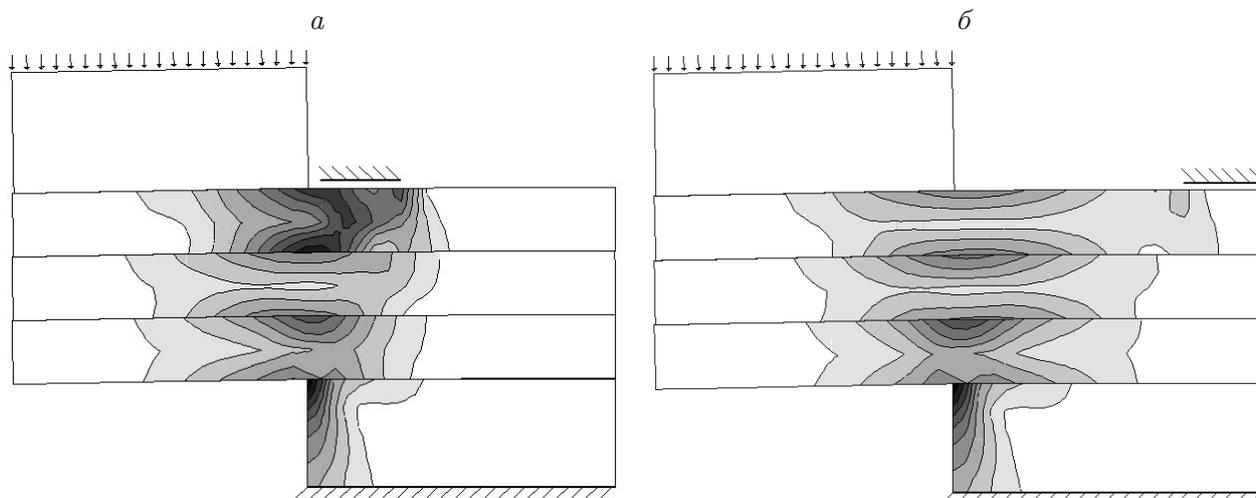


Рис. 2. Изолинии касательных напряжений в случае прижима, расположенного вблизи кромки верхнего ножа (*а*) и на наибольшем удалении от нее (*б*)

ласти — верхний нож и срединная часть сборки. При расположении прижима на значительном расстоянии от кромки подвижного ножа (рис. 2, *б*) максимально нагруженными являются нижний слой и неподвижный нож. Концентрация напряжений в сборке ниже, чем в случае, соответствующем рис. 2, *а*. Когда прижим занимает промежуточное положение, максимальные напряжения в слоях сборки различаются незначительно.

3.2. *Влияние износа кромок ножей на напряженно-деформированное состояние сборки.* При моделировании износа кромок ножей их сечения задавались в форме трапеций (рис. 3).

Напряженно-деформированные состояния трехслойной сборки и слоя из одной пластины рассматривались при величине зазора между кромками ножей от 2 до 10 мм. Нагружение слоя, состоящего из одной тонкой пластины, соответствует заключительному этапу резки слоистой сборки. Толщина одиночной пластины составляла 10 мм. Во всех вариантах расчета прижим располагался в непосредственной близости от кромки верхнего ножа. Результаты расчетов представлены на рис. 4. Видно, что зависимости напряженно-деформированных состояний трехслойной сборки и одиночной пластины от величины зазора  $\delta$  между кромками ножей качественно различаются. С увеличением зазора отношение напряжения сдвига  $\tau_s$  к интенсивности касательных напряжений  $\sigma_i$  в случае одиночной пластины существенно уменьшается. Таким образом, как и при удаленном расположении прижима, при большой величине зазора напряженно-деформированное состояние одиночной пластины в большей степени соответствует напряженно-деформированному состоянию, возникающему при одноосном растяжении материала, чем состоянию, возникающе-

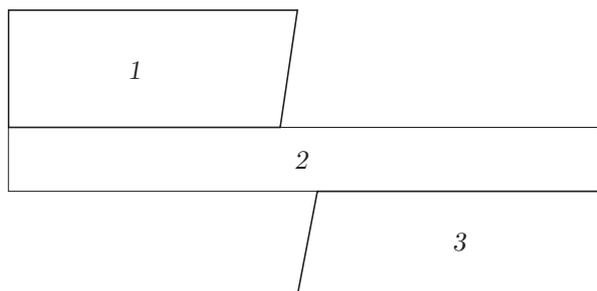


Рис. 3. Схема резки с использованием ножей со скошенными краями:

1 — подвижный нож; 2 — металлическая пластина; 3 — неподвижный нож

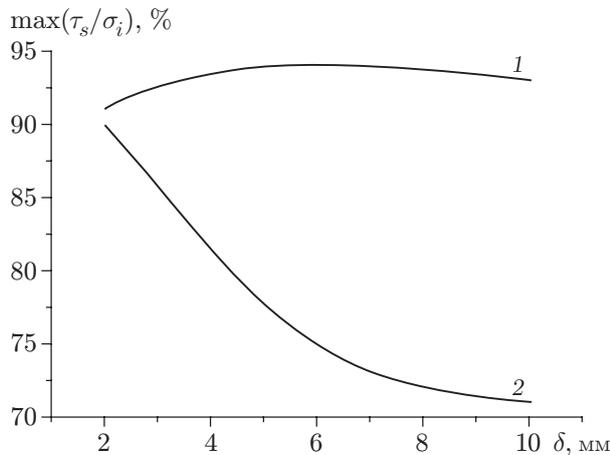


Рис. 4. Максимальные отношения напряжений сдвига к касательным напряжениям:

1 — трехслойная сборка; 2 — одиночная пластина

му при резке сдвигом. Зависимость напряженно-деформированного состояния сборки от расстояния между кромками ножей в исследованном интервале величин зазоров является слабой и соответствует условиям резки сдвигом. Следует отметить, что оптимальные условия для резки сдвигом достигаются при наличии небольшого зазора (3–4 мм), поскольку в этом случае отношение напряжения сдвига к касательному напряжению максимальное.

Анализ полученных результатов позволяет сделать вывод, что износ кромок ножей слабо влияет на эффективность резки первых слоев, но существенно снижает эффективность резки слоистых материалов на заключительной стадии процесса (рис. 5). Сравнение прогибов пластины на рис. 5, *a, б* показывает, что при  $\delta = 10$  мм пластина имеет больший прогиб. В реальных условиях технологически обеспечить значительные прогибы, необходимые для достижения достаточных для реза уровней напряжений, затруднительно, что ограничивает использование ножей с изношенными кромками.

**3.3. Влияние количества слоев на напряженно-деформированное состояние сборки.** Рассматривалась сборка общей толщиной 30 мм, состоящая из слоев одинаковой толщины. Количество слоев в сборке варьировалось от одного до трех. Во всех вариантах расчета прижим располагался в непосредственной близости от кромки верхнего ножа. В результате расчетов получены следующие значения максимальных касательных напряжений в зависимости от количества слоев в сборке: один слой —  $(\sigma_i)_a^{\max} = 1850$  МПа, два слоя —  $(\sigma_i)_a^{\max} = 1950$  МПа, три слоя —  $(\sigma_i)_a^{\max} = 2200$  МПа.

В случае двух- или трехслойной сборки при внешней нагрузке на подвижный нож  $P = 150$  МПа максимальные касательные напряжения возникают в верхнем слое и значительно превышают предел прочности облученного материала [5]. В случае монолитного слоя максимальные касательные напряжения минимальны. Следовательно, с увеличением количества слоев при неизменной общей толщине сборки необходимые для разрушения нагрузки уменьшаются.

**4. Выводы.** Полученные результаты численных расчетов позволяют сделать вывод, что износ кромок ножей слабо влияет на эффективность резки наружных слоев, но существенно снижает эффективность резки слоистых материалов на заключительной стадии процесса.

Наиболее предпочтительным вариантом локализации прижима является его расположение в непосредственной близости от кромки подвижного ножа. В основе полученных выводов лежит анализ напряженно-деформированного состояния сборки, возникающего

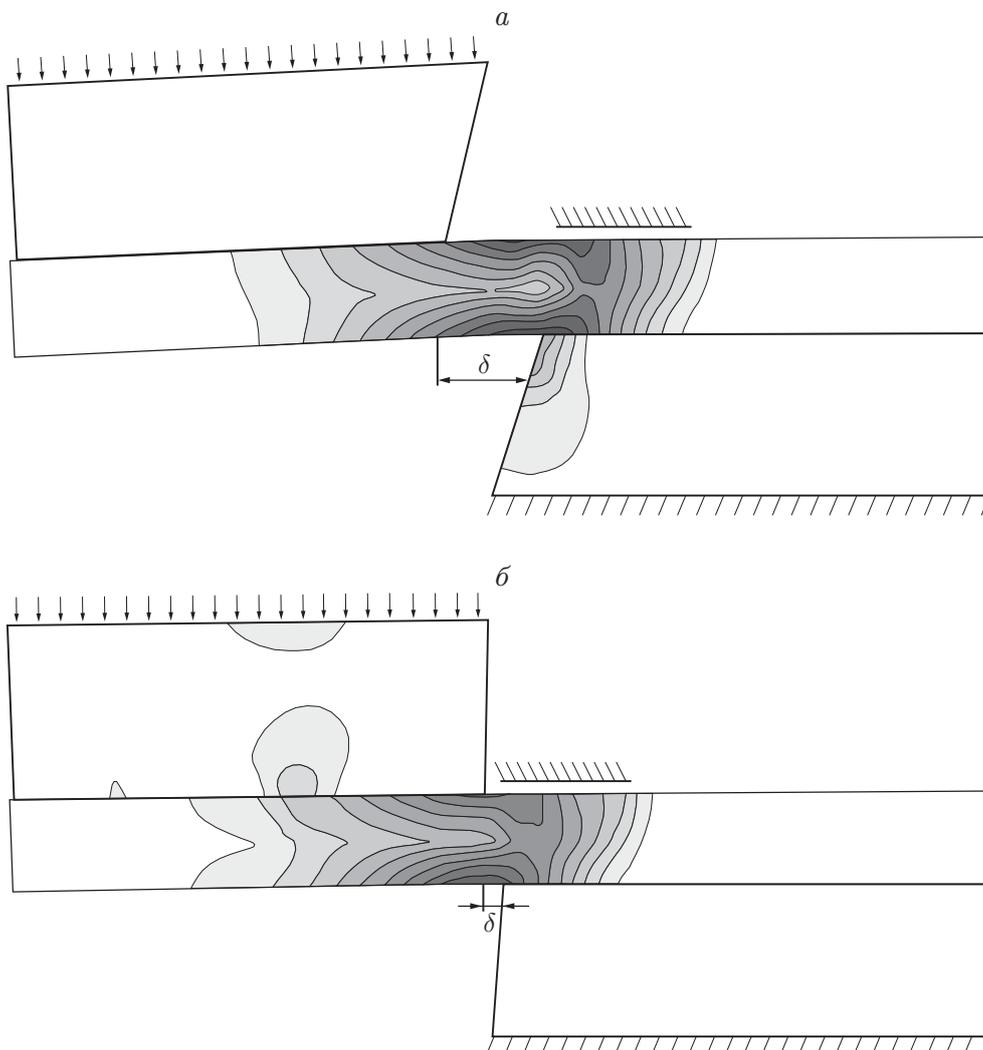


Рис. 5. Изолинии касательных напряжений в одиночной пластине:  
 а —  $\delta = 10$  мм; б —  $\delta = 2$  мм

в результате контактного нагружения. При анализе предпочтение отдавалось варианту, в котором напряженно-деформированное состояние в наибольшей степени соответствовало чистому сдвигу.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Тимошенко С. П. Курс теории упругости. Киев: Наук. думка, 1972.
2. Беленький И. М. Введение в аналитическую механику. М.: Высш. шк., 1964.
3. Норри Д., Фриз Ж. Введение в метод конечных элементов. М.: Мир, 1981.
4. Стренг Г., Фикс Дж. Теория метода конечных элементов. М.: Мир, 1977.
5. Иванов С. Н., Конобеев Ю. В., Старков О. В. др. Материаловедческие исследования твэлов, облученных в реакторе Обнинской АЭС, после 38-летней выдержки в хранилище // Атом. энергия. 2000. Т. 88, вып. 3. С. 183–188.

Поступила в редакцию 28/VII 2005 г.