

УДК 536.25

Моделирование двухслойных течений жидкости и газа с учетом испарения*

О.Н. Гончарова^{1,2}, Е.В. Резанова^{1,2}, Ю.В. Люлин^{2,3}, О.А. Кабов^{2,3}

¹Алтайский государственный университет, Барнаул

²Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск

³Национальный исследовательский Томский политехнический университет

E-mail: katerezanova@mail.ru

Проведено исследование особенностей двухслойных течений жидкости и газа и интенсивности испарения жидкости на границе раздела. Показано влияние расхода газа, продольных градиентов температуры и эффекта Соре на характер течения и процессы переноса. Представлены сравнительные результаты теоретических и экспериментальных данных, отражающих зависимость интенсивности испарения с границы раздела от расхода газа.

Ключевые слова: конвекция, термокапиллярная граница раздела, двухслойные течения, испарение, точное решение, эффект Соре, эффект Дюфура.

Исследование конвективных течений жидкости под действием потока газа предполагает построение математических моделей таких течений с учетом испарения на границе раздела и их апробацию с помощью физических экспериментов. Особый интерес вызывает задача построения точных решений для описания двухслойных течений жидкостей, заполняющих бесконечные каналы и имеющих границы раздела [1, 2]. Построенные в настоящей работе решения могут быть названы обобщением решения о конвекции в горизонтальном слое со свободной границей [3]. Один из первых примеров точных решений в задаче о двухслойных течениях с учетом массопереноса на границе раздела «жидкость–жидкость» был получен в работе [4]. Решения специального вида, описывающие течения с испарением и с учетом эффекта Дюфура в газовой фазе [5], построены в работе [6] для случая с заданным расходом газа.

Целью настоящей работы является аналитическое исследование двухслойных течений с учетом испарения на границе раздела, а также сравнение теоретических и экспериментальных результатов. Математическое моделирование течений жидкости и газа проводится с помощью точных решений уравнений Навье–Стокса в приближении Обербека–Буссинеска [7]. Изучаются особенности течений жидкости (HFЕ7100) и газа (азот) и интенсивность испарения: показано влияние расхода газа, продольных градиентов

* Математическое моделирование выполнено при поддержке РФФИ (проект № 14-08-00163), сравнение аналитических и экспериментальных результатов выполнено при поддержке РНФ (грант № 14-19-01755).

температуры и эффекта Соре на профили скорости и температуры, а также массу испаряющейся с границы раздела жидкости.

Пусть жидкость и смесь газа и пара заполняют бесконечные слои толщиной l и h соответственно, а система координат выбрана так, что вектор силы тяжести имеет вид $\mathbf{g} = (0, -g)$. В верхнем слое, представляющем собой смесь газа и паров жидкости, изучается процесс диффузии пара и учитываются эффекты термодиффузии и диффузионной теплопроводности (эффекты Соре и Дюфура) [5, 7]. Математическая модель представляет собой систему дифференциальных уравнений

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right), \quad (1)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + g(\beta T + \gamma C), \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (2)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \chi \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \delta \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right) \right), \quad (3)$$

$$u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} = D \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \right) \quad (4)$$

и граничных условий. Подчеркнутые снизу слагаемые и уравнение (4) используются при моделировании течения в верхнем слое. Здесь u, v — проекции вектора скорости на оси декартовой системы координат, p' — модифицированное давление (отклонение от гидростатического давления, $p' = p - \rho \mathbf{g} \cdot \mathbf{x}$, $\mathbf{x} = (x, y)$, p — давление), T — температура, C — концентрация пара, ρ — плотность, ν — коэффициент кинематической вязкости, χ — коэффициент теплопроводности, D — коэффициент диффузии пара в газе, β — коэффициент теплового расширения, γ — концентрационный коэффициент плотности, коэффициенты δ и α характеризуют соответственно эффекты Дюфура и Соре в газопаровом слое.

Введем индекс i (нижний либо верхний), который при $i = 1$ отвечает за принадлежность слою, заполненному жидкостью, а при $i = 2$ — слою, заполненному смесью газа и пара. Будем искать решения u_i, v_i, p'_i, T_i, C уравнений (1)–(4) в виде

$$u_i = u_i(y), \quad v_i = 0, \quad p'_i = p'_i(x, y), \quad T_i = (a_1^i + a_2^i y)x + \mathcal{G}_i(y), \quad C = (b_1 + b_2 y)x + \varphi(y). \quad (5)$$

С учетом (5) получим следующие соотношения, определяющие решение системы уравнений (1)–(4):

$$u_i = \frac{y^4}{24} L_4^i + \frac{y^3}{6} L_3^i + \frac{y^2}{2} c_1^i + y c_2^i + c_3^i, \quad (6)$$

$$T_i = (a_1^i + a_2^i y)x + \frac{y^7}{1008} N_7^i + \frac{y^6}{720} N_6^i + \frac{y^5}{120} N_5^i + \frac{y^4}{24} N_4^i + \frac{y^3}{6} N_3^i + \frac{y^2}{2} N_2^i + y c_4^i + c_5^i, \quad (7)$$

$$C = (b_1 + b_2 y)x + \frac{y^7}{1008} S_7 + \frac{y^6}{720} S_6 + \frac{y^5}{120} S_5 + \frac{y^4}{24} S_4 + \frac{y^3}{6} S_3 + \frac{y^2}{2} S_2 + y c_6^i + c_7^i, \quad (8)$$

$$p'_i = \left[\frac{y^2}{2} d_3^i + y d_2^i + d_1^i \right] x + \frac{y^8}{8} K_8^i + \frac{y^7}{7} K_7^i + \frac{y^6}{6} K_6^i + \frac{y^5}{5} K_5^i + \frac{y^4}{4} K_4^i + \frac{y^3}{3} K_3^i + \frac{y^2}{2} K_2^i + y K_1^i + c_8^i. \quad (9)$$

Коэффициенты $L_4^i, L_3^i, N_j^i, S_j, K_m^i$ ($i = 1, 2, j = 2, 7, m = 1, 8$) выражаются через физические параметры задачи $g, \beta_i, \nu_i, \chi_i, \rho_i, D, \gamma$ и через коэффициенты в продольных градиентах температуры и концентрации a_j^i, b_i ($i, j = 1, 2$), а c_j^i ($i = 1, 2, j = 1, 8$) являются константами интегрирования и вычисляются далее с помощью граничных условий. Если при моделировании двухслойных течений с помощью решений вида (5) эффект Соре не учитывается, то в уравнении (4) и формулах (7)–(9) параметр α надо положить равным нулю.

Пусть на нижней ($y = -l$) и верхней ($y = h$) твердых непроницаемых границах области течения выполняются условия прилипания для скорости:

$$u_1|_{y=-l} = 0, \quad u_2|_{y=h} = 0, \quad (10)$$

и задано линейное распределение температуры

$$T_1|_{y=-l} = A_1 x + \mathcal{G}^-, \quad T_2|_{y=h} = A_2 x + \mathcal{G}^+, \quad (11)$$

где $A_1, A_2, \mathcal{G}^+, \mathcal{G}^- = \text{const}$. Концентрация пара на верхней непроницаемой границе $y = h$ равна нулю (т.е. имеет место полная абсорбция пара):

$$C|_{y=h} = 0. \quad (12)$$

Условие отсутствия потока пара также может быть реализовано для построения решений (5) [6]. На границе раздела $y = 0$, остающейся недеформированной, кинематическое условие выполняется автоматически ($\nu_1|_{y=0} = 0, \nu_2|_{y=0} = 0$, см. вид точного решения (5)), а динамические условия записываются следующим образом:

$$\rho_1 \nu_1 u_{1y} = \rho_2 \nu_2 u_{2y} + \sigma_T \left. \frac{\partial T_1}{\partial x} \right|_{y=0}, \quad p_1 = p_2, \quad (13)$$

здесь σ_T — температурный коэффициент поверхностного натяжения σ . При этом предполагается линейная зависимость поверхностного натяжения от температуры: $\sigma = \sigma_0 + \sigma_T (T - T_0)$, $\sigma_T = \text{const}$, $\sigma_T < 0$. Потребуем, чтобы на границе раздела $y = 0$ были выполнены условия непрерывности скорости и температуры

$$u_1|_{y=0} = u_2|_{y=0}, \quad T_1|_{y=0} = T_2|_{y=0}, \quad (14)$$

условие переноса тепла с учетом диффузионного потока массы пара в результате испарения [6, 7]

$$\kappa_1 \left. \frac{\partial T_1}{\partial y} \right|_{y=0} - \kappa_2 \left. \frac{\partial T_2}{\partial y} \right|_{y=0} - \delta \kappa_2 \left. \frac{\partial C}{\partial y} \right|_{y=0} = -\lambda M \quad (15)$$

и уравнение баланса масс, которое с учетом эффекта термодиффузии имеет вид:

$$M = -D \rho_2 \left(\left. \frac{\partial C}{\partial y} \right|_{y=0} + \alpha \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} \right), \quad (16)$$

здесь λ — скрытая теплота испарения, а M — массовая скорость испарения жидкости с единицы площади поверхности в единицу времени, κ_i — коэффициенты теплопроводности. Концентрация насыщенного пара на границе раздела будет определяться с помощью соотношения

$$C|_{y=0} = C_* \left[1 + \varepsilon (T_2|_{y=0} - T_0) \right], \quad (17)$$

являющегося следствием уравнения Клапейрона–Клаузиуса [9] $P = P_0 \exp[(\lambda\mu/R)(1/T_0 - 1/T)]$ и уравнения Менделеева–Клапейрона для идеального газа $\rho_v RT = \mu P$, где (P_0, T_0) — некоторое исходное состояние, $\rho_v = C\rho_2$ [8]. Уравнение (17) получено в условиях малости параметра εT_* для умеренных перепадов температуры [6, 8] (подобный подход использовался в [4], см. также [10]). Здесь C_* — концентрация насыщенного пара при $T_2 = T_0$ (T_0 в работах [4, 6] соответствовала 20°C), $\varepsilon T_* = \lambda\mu/(RT_0^2)$, μ — молярная масса испаряющейся жидкости, R — универсальная газовая постоянная, T_* — характерное значение перепада температуры. Пусть расход газа в верхнем слое задан и определяется соотношением

$$Q = \int_0^h \rho_2 u_2(y) dy. \quad (18)$$

Алгоритм нахождения неизвестных коэффициентов c_j^i ($i = 1, 2, j = 1, 7$) определяется выбором граничного условия для концентрации, задаваемого на верхней границе канала. Из формулы (8) и условия (12) имеем

$$b_2 = -b_1/h, \quad \varphi(h) = 0. \quad (19)$$

Условия непрерывности скорости и температуры (14) на границе $y = 0$ (см. уравнения (6), (7)) влекут за собой равенства

$$c_3^1 = c_3^2, \quad c_5^1 = c_5^2, \quad a_1^1 = a_1^2 = A \quad (A = \text{const}). \quad (20)$$

Уравнение (17) для концентрации насыщенного пара определяет связь b_1 и продольного градиента температуры A на границе раздела следующим образом:

$$b_1 = C_* \varepsilon A, \quad c_7^2 = C_* + C_* \varepsilon (c_5^2 - T_0), \quad (21)$$

тогда $b_2 = -C_* \varepsilon A/h$. Вследствие линейного распределения температуры на твердых границах системы относительно продольной координаты (11) должны выполняться соотношения

$$a_2^1 = (A - A_1)/l, \quad a_2^2 = (A_2 - A)/h. \quad (22)$$

Из вида решения (5) ясно, что

$$\mathcal{G}_1(-l) = \mathcal{G}^-, \quad \mathcal{G}_2(h) = \mathcal{G}^+. \quad (23)$$

Поскольку уравнение баланса масс (16) диктует выполнение равенств

$$b_2 = -\alpha a_2^2, \quad M = -D\rho_2(c_6^2 + \alpha c_4^2) \quad (M = \text{const}), \quad (24)$$

имеет место равенство, связывающее продольные градиенты температуры на верхней границе и границе раздела:

$$b_2 = -\alpha(A_2 - A)/h = -C_* \varepsilon A/h. \quad (25)$$

Следовательно, $A_2 = A + C_* \varepsilon A/\alpha$. Из условия переноса тепла на границе раздела (15) следуют соотношения:

$$\kappa_1 a_2^1 - \kappa_2 a_2^2 - \delta \kappa_2 b_2 = 0, \quad \kappa_1 c_4^1 - \kappa_2 c_4^2 - \delta \kappa_2 c_6^2 = -\lambda M. \quad (26)$$

Учитывая (22), (25), получим $A_1 = A + A(l/h)(\kappa_2/\kappa_1)(C_* \varepsilon/\alpha)(\alpha\delta - 1)$. Тем самым установлена связь между коэффициентами, определяющими продольные градиенты температуры A , A_1 и A_2 , которые требуется поддерживать на границах канала. Заметим, что

задание одного из продольных градиентов определяет значения двух других. Из динамических условий (13) следует связь между константами интегрирования c_j^i ($i = 1, 2$, $j = 1, 2$):

$$c_1^1 = c_1^2 \rho_2 v_2 / (\rho_1 v_1), \quad c_2^1 = c_2^2 \rho_2 v_2 / (\rho_1 v_1) + \sigma_T A / (\rho_1 v_1).$$

Вследствие (24) и (26) константы интегрирования c_6^2 , c_4^1 и c_4^2 удовлетворяют соотношению

$$c_6^2 = c_4^1 \kappa_1 / (\lambda D \rho_2 + \delta \kappa_2) - c_4^2 (\kappa_2 + \lambda D \rho_2 \alpha) / (\lambda D \rho_2 + \delta \kappa_2), \quad (27)$$

а c_7^2 может быть найдена с помощью условия для концентрации насыщенного пара (17), если известна c_5^1 (см. (21)). Система линейных алгебраических уравнений для вычисления неизвестных констант интегрирования c_1^1, c_2^2, c_3^2 продиктована условиями прилипания (10) на границах $y = -l$, $y = h$ и выражением, задающим расход газа в верхнем слое (18). Неизвестные c_4^1, c_4^2, c_5^1 вычисляются из системы линейных алгебраических уравнений, продиктованной граничными условиями для температуры и концентрации на твердых стенках канала (см. (23) и второе соотношение в (19)). Следует воспользоваться также равенствами (20) и (21) и формулой (27). После нахождения констант интегрирования c_4^1, c_4^2, c_5^1 и c_6^2 можно определить массовую скорость M испаряющейся с границы раздела жидкости (см., например, второе уравнение в (24)). Заметим, что учет эффекта Соре при использовании граничного условия для концентрации пара (12) позволяет моделировать двухслойные течения вида (5) с термокапиллярной границей раздела. Если эффект Соре не учитывается, будем иметь $A = 0$.

Аналитическое моделирование двухслойных течений системы типа “HFE7100-азот” проведено при следующих значениях физических параметров системы: $\sigma_T = -1,5 \cdot 10^{-5}$ Н/(м·К), $D = 2 \cdot 10^{-5}$ м²/сек (близкие значения приведены в работах [11, 12]), $\lambda = 1,11 \cdot 10^5$ Дж/кг, $\varepsilon = 0,04$ К⁻¹ (см. [12]), $\gamma = -0,62$ [4], $C_* = 1$ [12], $\alpha = 5 \cdot 10^{-3}$ и $\delta = 10^{-3}$. Остальные параметры приведены в табл. 1 и в работах [6, 11–14]. На рис. 1 представлены профили скорости с учетом эффекта Соре (рис. 1а) и без него (рис. 1с), на рис. 1b отображены профили температуры в сечении $x = 0$ (фактически составляющих $\mathcal{G}_i(y)$) при различных значениях расхода газа Q . В обоих случаях при большем значении Q наблюдается более интенсивное течение, но для меньшего значения Q имеют место некоторые количественные и качественные отличия, связанные с возникновением возвратного течения в жидкости в случае, когда эффект термодиффузии не учитывается. С ростом расхода газа Q ярче проявляется нелинейность в распределении температуры в жидкости, усиливающаяся в случае учета эффекта термодиффузии. Распределение температуры в канале (рис. 1b) носит схожий характер для случаев с учетом эффекта Соре и без него. Наблюдаются некоторые количественные и качественные расхождения, связанные с различными

Таблица 1
Физические параметры задачи

Физические параметры	HFE-7100	Азот
ρ , кг/м ³	$1,4 \cdot 10^3$	1,2
n , м ² /сек	$0,38 \cdot 10^{-6}$	$0,15 \cdot 10^{-4}$
B , К ⁻¹	$1,8 \cdot 10^{-3}$	$3,37 \cdot 10^{-3}$
χ , м ² /сек	$0,4 \cdot 10^{-7}$	$0,3 \cdot 10^{-4}$
κ , Вт/(м·К)	0,07	0,0251

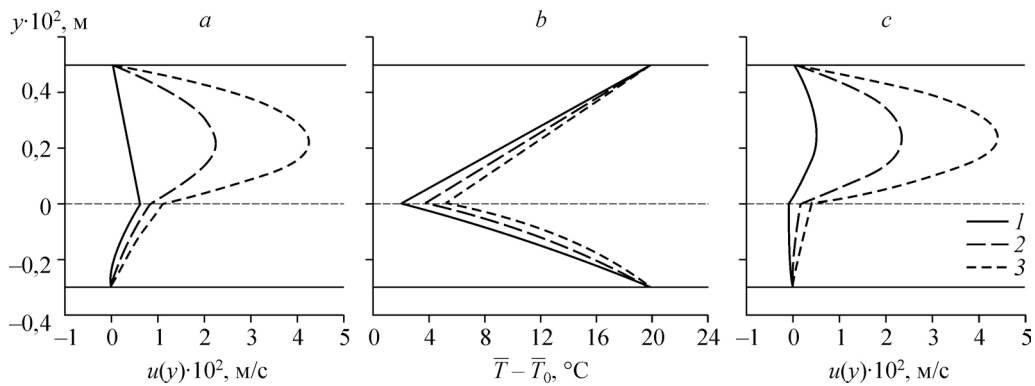


Рис. 1. Профили скорости (а), температуры с учетом эффекта Соре, представленной в градусах Цельсия (b), и скорости без учета эффекта Соре (с) при различных значениях расхода газа.
 а, b — $A_1 = -30$ К/м, $A = -10,93$ К/м, $A_2 = 76,49$ К/м, с — $A_1 = -30$ К/м, $A = 0$ К/м, $A_2 = 137$ К/м;
 $Q = 1,8 \cdot 10^{-5}$ (1), $9,6 \cdot 10^{-5}$ (2), $1,8 \cdot 10^{-4}$ (3) кг/(м·с), $h = 0,5 \cdot 10^{-2}$ м, $l = 0,3 \cdot 10^{-2}$ м.

значениями градиентов температуры, диктуемыми одним и тем же значением продольного градиента A_1 вдоль нижней твердой стенки канала.

В табл. 2 представлены значения массовой скорости M испаряющейся жидкости при различных значениях расхода газа Q , полученные экспериментально (второй столбец) и с использованием аналитических формул (третий столбец). Экспериментально установлено, что над поверхностью межфазной границы образуется концентрационный пограничный слой; пар, который формируется вблизи межфазной границы, уносится потоком газовой фазы, и при увеличении Q масса испарившейся жидкости также увеличивается [14]. Отметим, что представленные в табл. 2 теоретические данные получены для различных значений продольного градиента температуры A_1 , вполне реальных для эксперимента [14] (градиенты температуры A, A_i по модулю изменяются в диапазоне 3–80 К/м), а также для различных значений поперечного перепада температуры, определяемого значениями параметров $\mathcal{G}^+, \mathcal{G}^-$ на твердых стенках канала, или соответствующими им величинами $\bar{\mathcal{G}}^\pm$ (в градусах Цельсия), задаваемых в диапазоне температур от 40 до 80 °C ($\bar{\mathcal{G}}^- = 80$ °C, $\bar{\mathcal{G}}^+$ полагается равным 40 °C в случае, если $Q = 9,6 \cdot 10^{-4}$ и $3,6 \cdot 10^{-4}$ кг/(м·с), и равным 60 °C для $Q = 1,8 \cdot 10^{-4}, 9,6 \cdot 10^{-5}, 1,8 \cdot 10^{-5}$ кг/(м·с)) (см. (11)). Заметим, однако, что градиенты температуры в эксперименте не измерялись. Рост массы испарившейся жидкости при увеличении расхода Q происходит за счет увеличения градиента концентрации пара в газовой фазе. С увеличением средней температуры жидкости соответственно увеличивается массовый расход испарения, что хорошо согласуется с данными экспериментов [14]. Сравнительный анализ экспериментальных и аналитических результатов показывает, что зависимость расхода испарившейся жидкости от расхода газа хотя и имеют качественно одинаковый характер (рост M с ростом Q), но количественно могут отличаться. Разумеется, аналитические расчеты, проведенные для двумерного случая,

Таблица 2

Значения массовой скорости испаряющейся жидкости при различных значениях расхода газа

Q , кг/(м·с)	M , кг/(м ² ·с) ([14])	M , кг/(м ² ·с) (теор.)
$9,6 \cdot 10^{-4}$	0,02873	0,02701
$3,6 \cdot 10^{-4}$	0,02425	0,01144
$1,8 \cdot 10^{-4}$	0,02151	0,01007
$9,6 \cdot 10^{-5}$	0,01929	0,009638
$1,8 \cdot 10^{-5}$	0,01444	0,009431

не учитывают все факторы, которые присутствуют в эксперименте. Удалось показать достаточно хорошее согласование теоретических результатов, полученных на основе точных решений для двухслойных течений (5), с экспериментальными данными для больших значений расхода Q .

Таким образом, в работе представлены результаты математического моделирования двухслойных течений на основе точных решений уравнений Навье–Стокса в приближении Обербека–Буссинеска с учетом испарения на границе раздела и эффектов Соре и Дюфура в верхнем слое системы. Приведены примеры профилей скорости и температуры для системы “HF7100-азот” при различных значениях расхода газа и разных значениях продольного градиента температуры на границах канала. Проведено сравнение аналитических и экспериментальных результатов по испарению жидкости с термокапиллярной границы раздела и выявлено их качественное, а в некоторых случаях и приближенное количественное совпадение.

Список литературы

1. Андреев В.К., Бекежанова В.Б. Устойчивость неизотермических жидкостей. Красноярск: Сибирский федеральный университет, 2010. 356 с.
2. Goncharova O.N., Kabov O.A. Mathematical and numerical modeling of convection in a horizontal layer under co-current gas flow // Int. J. of Heat and Mass Transfer. 2010. Vol. 53. P. 2795–2807.
3. Бирих Р.В. О термокапиллярной конвекции в горизонтальном слое жидкости // Прикладная механика и техническая физика. 1966. Т. 6, № 3. С. 69–72.
4. Шлюмис М.И., Якушин В.И. Конвекция в двухслойной бинарной системе с испарением // Уч. зап. Пермского гос. ун-та. Сер. Гидродинамика: сб. науч. тр. Пермь: ПГУ, 1972. № 4. С. 129–140.
5. Гебхарт Б., Джалурия Й., Махаджан Р., Саммакия Б. Свободноконвективные течения, тепло- и массообмен. Кн. 1. М.: Мир, 1991. 680 с.
6. Гончарова О.Н., Резанова Е.В. Пример точного решения стационарной задачи о двухслойных течениях с испарением на границе раздела // Прикладная механика и техническая физика. 2014. Т. 55, № 2. С. 68–79.
7. Андреев В.К., Гапоненко Ю.А., Гончарова О.Н., Пухначев В.В. Современные математические модели конвекции. М.: ФИЗМАЛИТ, 2008. 368 с.
8. Goncharova O.N., Hennenberg M., Rezanova E.V., Kabov O.A. Modeling of the convective fluid flows with evaporation in the two-layer systems // Interfacial Phenomena and Heat Transfer. 2013. Vol. 1, No. 3. P. 317–338.
9. Пригожин И. Химическая термодинамика. Новосибирск: Наука, 1966. 512 с.
10. Ghezzehei T.A., Trautz R.C., Finsterle S. et al. Modeling coupled evaporation and seepage in ventilated cavities // Vadose Zone J. 2004. Vol. 3, No. 3. P. 806–818.
11. Machrafi H., Sadoum N., Rednikov A., Dehaeck S., Dauby P.C., Colinet P. Evaporation rates and Benard-Marangoni supercriticality levels for liquid layers under an inert gas flow // Microgravity — Science and Technology. 2013. Vol. 25, No. 4. P. 251–265.
12. Tuma P.E. Using segregated HFES as heat transfer fluids — avoiding problems in system design // Chemical Processing. 2001. P. 47–50.
13. Краткий справочник физико-химических величин / Под ред. Равделя А.А., Пономаревой А.М. СПб.: Специальная литература, 1998. 232 с.
14. Lyulin Yu.V., Kabov O.A. Evaporative convection in a horizontal liquid layer under shear-stress // Int. J. Heat and Mass Transfer. 2014. Vol. 70. P. 599–609.

*Статья поступила в редакцию 6 октября 2014 г.,
после доработки — 10 ноября 2014 г.*