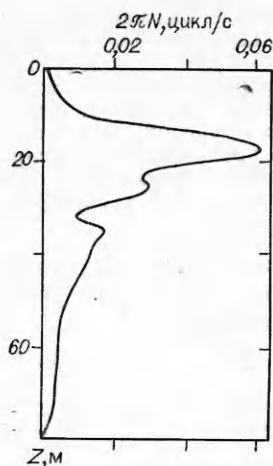
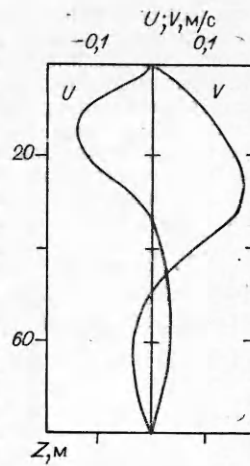


Р и с. 2



Р и с. 3



Р и с. 4

В качестве примера влияния сдвиговых течений на внутренние волны на рис. 2 представлены передние волновые фронты первой и второй мод внутренних волн в среде с двумерным сдвиговым течением (сплошная кривая). Распределения частоты Брента — Вэйсяля и компонент скорости течения брались по результатам измерений и приведены на рис. 3, 4. Для сравнения штриховой линией показаны соответствующие фронты для среды без течений.

Из рис. 1, 2 видно, что наличие течений приводит к существенному изменению положения волновых фронтов, а следовательно, и всего поля внутренних волн. Рассчитывать эти изменения можно при помощи приведенного достаточно точного и простого алгоритма.

ЛИТЕРАТУРА

1. Миропольский Ю. З. Динамика внутренних гравитационных волн в океане. — Л.: Гидрометеоздат, 1931.
2. Боровиков В. А., Левченко Е. С. Функция Грина уравнения внутренних волн в слое стратифицированной жидкости со средними сдвиговыми течениями // Волны и дифракция. — Тбилиси, 1985. — Т. 1.
3. Гончаров В. В. О некоторых особенностях внутренних волн в океане // Цунами и внутренние волны. — Севастополь, 1976.

Поступила 26/VI 1986 г.

УДК 532.546+622.276.65

О ВЫТЕСНЕНИИ НЕФТИ ГОРЯЧЕЙ ВОДОЙ И ПАРОМ

А. Ф. Зазовский

(Москва)

На основании развитого в [1—3] подхода находятся точные решения задач фронтального вытеснения нефти паром и пароводяными смесями [4] в крупномасштабном приближении (т. е. в пренебрежении капиллярными, диффузионными и неравновесными эффектами и теплопроводностью пласта в направлении вытеснения). В целях упрощения задачи предполагается, что вода и пар при их одновременном существовании в пористой среде обладают одинаковыми подвижностями. Тогда трехфазные течения, если они существуют, сводятся к двухфазным с водной фазой, представляющей собой смесь воды и пара. Показано, что структура тепловой волны определяется нелинейной зависимостью удельного теплосодержания обобщенной водной фазы от температуры и независимо от распределения насыщенности. Так, при нагнетании в пласт насыщенного пара температура в пласте меняется скачком, отвечающим фронту конденсации пара в холодную воду. При вытеснении перегретым паром распределение температуры двухступенчатое, с медленным фронтом охлаждения пара до температуры фазового перехода и более быстрым фронтом конденсации. Установлено, что зависимость вытесняющей способности теплоносителя от его удельного теплосодержания по-

сит экстремальный характер: она максимальна для горячей воды и убывает при переходе к холодной воде и пару. Поэтому построение решения в крупномасштабном приближении невозможно без учета внутренней структуры скачка, отвечающего фронту конденсации, для которого не выполняются условия эволюционности. Из условия существования непрерывной внутренней структуры, обусловленной размазыванием теплового фронта за счет теплопроводности, находятся дополнительные условия, устраняющие произвол при построении распределения насыщенности. Предлагаемый метод моделирования процессов вытеснения нефти паром, несмотря на его очевидную приближенность, воспроизводит характерные черты паротеплового воздействия на пласт.

1. Постановка задачи. Одномерный процесс вытеснения нефти паром в пренебрежении экстракцией углеводородов в газовую фазу описывается системой уравнений:

$$(1.1) \quad v_i = -k(f_i/\mu_i)\partial p/\partial x \quad (i = 1, 2, 3);$$

$$(1.2) \quad m \frac{\partial}{\partial t} (s_1\rho_1 + s_3\rho_3) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_1 v_1 + \rho_3 v_3) = 0,$$

$$(1.3) \quad m \frac{\partial}{\partial t} (s_2\rho_2) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_2 v_2) = 0, \quad m \frac{\partial}{\partial t} \sum_{i=1}^3 s_i \rho_i U_i + \frac{\partial}{\partial x} (c_4 T) + Q = 0;$$

$$Q = \frac{\partial}{\partial x} (q_c + q_T) + P,$$

$$q_c = \sum_{i=1}^3 \rho_i h_i v_i, \quad q_T = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}, \quad P = a(T - T_0);$$

$$(1.4) \quad \sum_{i=1}^3 s_i = 1, \quad \rho_1 = \text{const}, \quad \rho_2 = \text{const}, \quad \rho_3 = p/RT,$$

$$U_i = h_i - p/\rho_i, \quad \rho_1 h_1 = c_1 T, \quad \rho_2 h_2 = c_2 T, \quad \rho_1 h_3 = c_1 T + \kappa,$$

$$f_i = f_i(s_1, s_3, T) \quad (i = 1, 2, 3), \quad \mu_j = \mu_j(T) \quad (j = 1, 2), \quad \mu_3 = \mu_3(T, p).$$

Здесь x — координата; t — время; m — пористость; k — проницаемость среды; p — давление; T — температура; s_i — насыщенность; f_i — относительная проницаемость; μ_i — вязкость; ρ_i — плотность; v_i — скорость фильтрации; h_i , U_i — удельные теплосодержание и внутренняя энергия i -й фазы; индекс $i = 1$ относится к воде, $i = 2$ — к нефти и $i = 3$ — к пару; Q — интенсивность теплоотвода; R — удельная газовая постоянная для пара; κ — скрытая теплота парообразования; λ — коэффициент теплопроводности пласта; c_1 , c_2 и c_4 — объемные теплоемкости воды, нефти и породы; a — коэффициент теплообмена в расчете на единицу объема пласта; T_0 — температура окружающих пород.

Уравнения (1.1) выражают обобщенный закон фильтрации Дарси, (1.2) — баланс воды и пара, нефти и количества тепла в потоке. В уравнении притока тепла (1.3) учитываются потоки тепла за счет конвекции q_c и теплопроводности q_T , а также интенсивность теплообмена пласта с окружающими породами P по закону Ньютона. Соотношения (1.4) означают, что тепловое расширение жидкостей не учитывается, а пар считается идеальным газом. Величины λ , κ и T_0 считаются постоянными.

Далее для простоты будем пренебрегать различием внутренней энергии U_i и энтальпии h_i для каждой фазы, считая $U_i = h_i$ ($i = 1, 2, 3$). Для жидких фаз ($i = 1, 2$) это оправдано, так как $\Delta_i = (h_i - U_i)/h_i \ll 1$. Для пара $\Delta_3 \simeq 0,2-0,3$, однако в силу малой плотности пара соответствующий вклад в теплосодержание элемента объема пористой среды весьма мал.

Система (1.1)–(1.4) замыкается либо условиями фазового равновесия воды и пара, либо уравнениями кинетики испарения и конденсации. В первом случае имеем (T_* (p) — температура фазового перехода)

$$(1.5) \quad s_3 = 0 \quad (T < T_*), \quad s_1 = 0 \quad (T > T_*), \quad 0 \leq s_1 + s_3 \leq 1 \quad (T = T_*).$$

При втором способе замыкания массовая скорость фазового перехода Ω обычно считается пропорциональной разности между давлением насы-

щенного пара $p_*(T)$ и давлением p [5]. Принимая в качестве Ω скорость изменения массы воды в единице объема пористой среды, имеем

$$(1.6) \quad \frac{\partial}{\partial t} (m\rho_1 s_1) = \Omega(T, s_1, s_3) = \omega(s_1, s_3, T) [p_*(T) - p],$$

$$\omega > 0 \quad (s_3 > 0, \quad T \leq T_* \quad \text{или} \quad s_1 > 0, \quad T \geq T_*),$$

$$\omega = 0 \quad (s_1 = 0, \quad T > T_* \quad \text{или} \quad s_3 = 0, \quad T < T_*).$$

Здесь $\omega(s_1, s_3, T)$ — известная функция, а условия в виде равенств и неравенств учитывают, что скорость фазового перехода обращается в нуль в случае перегретого пара ($s_1 = 0, T > T_*$) и недогретой жидкости ($s_3 = 0, T < T_*$).

Будем пренебрегать влиянием изменения давления в пласте на фазовое состояние воды и вязкость пара, считая в (1.5) и (1.6) $p = p_*(T_*) = \text{const}$. Исключая p из (1.2), получим

$$(1.7) \quad v_i = UF_i, \quad F_i = \frac{f_i}{\mu_i} \left(\sum_{j=1}^3 \frac{f_j}{\mu_j} \right)^{-1} \quad (i = 1, 2, 3).$$

Задаче фронтального вытеснения отвечают решения приведенной выше системы уравнений при начальных и граничных условиях

$$(1.8) \quad s_1 = s_0, \quad s_3 = 0, \quad T = T_0 < T_* \quad (t = 0, \quad x > 0),$$

$$s_1 = s_1^0, \quad s_3 = s_3^0, \quad T = T^0 \geq T_*, \quad U = U^0 \quad (t > 0, \quad x = 0),$$

где s_0 — начальная водонасыщенность пласта; T^0 и U^0 — температура и скорость фильтрации закачиваемой смеси; s_1^0 и s_3^0 — объемные концентрации в ней воды и пара. При закачке в пласт перегретого пара $s_1^0 = 0, s_3^0 = 1, T^0 > T_*$, в случае насыщенного пара $s_1^0 = 0, s_3^0 = 1, T^0 = T_*$, при закачке смеси горячей воды и пара $s_1^0 + s_3^0 = 1, T^0 = T_*$, а при вытеснении горячей водой $s_1^0 = 1, s_3^0 = 0, T^0 \leq T_*$.

2. Двухфазное крупномасштабное приближение. Введем объемную концентрацию пара в фиктивной водной фазе c , вязкость и относительную проницаемость для водной фазы определим соотношениями $\mu_1^* = (1-c)\mu_1 + c\mu_3$ и $f_1^* = (1-c)f_1 + cf_3$, а насыщенность и ее долю в потоке будем обозначать соответственно через s и $F = F(s, T, c)$. Тогда

$$(2.1) \quad s_1 = (1-c)s, \quad s_2 = 1-s, \quad s_3 = cs, \quad F_1 = (1-c)F, \quad F_2 = 1-F,$$

$$F_3 = cF$$

и уравнения (1.2), (1.6) после перехода к безразмерным переменным с учетом (1.4), (1.7) и (2.1) принимают вид

$$(2.2) \quad \frac{\partial}{\partial \tau} (Ks) + \frac{\partial}{\partial X} (\Lambda KF) = 0, \quad \frac{\partial}{\partial \tau} (1-s) + \frac{\partial}{\partial X} [\Lambda(1-F)] = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau} [T'(As+b)] + \frac{\partial}{\partial X} [\Lambda T'(AF+h)] + a'T' = \varepsilon \frac{\partial^2 T}{\partial X^2};$$

$$(2.3) \quad \frac{\partial}{\partial \tau} [s(1-c)] = \frac{1}{v} \Omega(T, c, s) = \omega' [p'_*(T') - 1],$$

$$p'_*(T'_*) = 1, \quad \omega' > 0 \quad (c > 0, \quad T' \leq T'_* \quad \text{или} \quad c < 1, \quad T' \geq T'_*),$$

$$\omega' = 0 \quad (c = 1, \quad T' > T'_* \quad \text{или} \quad c = 0, \quad T' < T'_*);$$

$$(2.4) \quad X = \frac{x}{L}, \quad \tau = \frac{U^0 t}{mL}, \quad \Lambda = \frac{U}{U^0}, \quad T' = \frac{T - T_0}{\Delta T}, \quad T'_* = \frac{T_* - T_0}{\Delta T}, \quad p'_* = \frac{p_*}{p},$$

$$\varepsilon = \frac{\lambda}{LU^0(c_1 - c_2)}, \quad v = \frac{U^0 \rho_1}{Lp\omega_*}, \quad a' = \frac{aL}{U^0(c_1 - c_2)}, \quad b = \frac{c_2 + c_4/m}{c_1 - c_2}$$

$$h = \frac{c_2}{c_1 - c_2}, \quad \kappa' = \frac{\kappa}{c_1 \Delta T}, \quad \omega' = \frac{\omega}{\omega_*}, \quad D(T') = \frac{c_1}{c_1 - c_2} \left[1 - \left(1 + \frac{\kappa'}{T'} \right) B \right],$$

$$B(T') = \frac{B_0}{T' + \Theta}, \quad B_0 = \frac{p}{R \rho_1 \Delta T}, \quad \Theta = \frac{T_0}{\Delta T}, \quad \omega_* = \omega(1/2, 1/2, T_*),$$

$$K(c, T) = 1 - (4 - B)c, \quad A(c, T) = 1 - Dc, \quad \Delta T = T^* - T_0,$$

K^{-1} — коэффициент теплового расширения водной фазы, учитывающий испарение воды, конденсацию пара и тепловое расширение пара; L — характерный размер пласта.

Далее там, где это не приводит к недоразумению, штрихи при безразмерных переменных опускаются. Тогда условия (1.8) переходят в следующие:

$$(2.5) \quad s = s_0, \quad c = 0, \quad T = 0 \quad (\tau = 0, X > 0),$$

$$s = 1, \quad c = c^0, \quad T = 1, \quad \Lambda = 1 \quad (\tau > 0, X = 0).$$

Уравнения (2.2), (2.3) содержат два малых параметра — ε и ν ; ε^{-1} — число Пекле, характеризующее отношение конвективного потока тепла к кондуктивному, а ν — отношение характерного времени испарения (конденсации) к характерному времени вытеснения mL/U^0 . Полагая $\varepsilon = \nu = 0$, получим задачу, отвечающую крупномасштабному приближению. При этом $\Omega = 0$ и соотношения (2.3) переходят в условия фазового равновесия

$$(2.6) \quad c = 0 \quad (T < T_*), \quad c = 1 \quad (T > T_*), \quad 0 \leq c \leq 1 \quad (T = T_*),$$

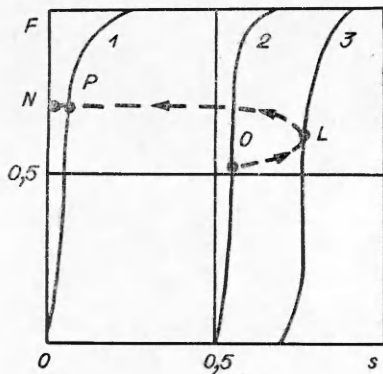
а функция распределения потоков становится функцией двух переменных — насыщенности s и безразмерного удельного теплосодержания водной фазы $H(T, c)$

$$(2.7) \quad F = F(s, H), \quad H(T, c) = \frac{T(A+h)}{K} = \frac{c_1 [T(1-c) + (T+\kappa)B(T)c]}{(c_1 - c_2) [1 - c + B(T)c]}.$$

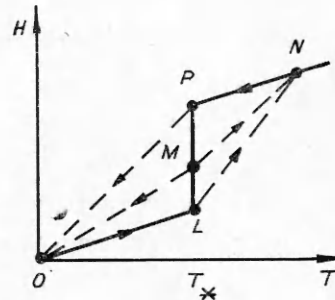
Согласно экспериментальным данным (см., например, [6]), для тяжелых высоковязких нефтей зависимость функции F от H немонотонна*: доля водной фазы в потоке падает при нагревании воды до температуры фазового перехода в основном за счет увеличения отношения вязкостей воды и нефти и резко возрастает при переходе воды в парообразное состояние из-за большой подвижности пара. Таким образом, $F'_H \leq 0$ при $T < T_*$ и $F'_H \geq 0$ при $T \geq T_*$. Типичный вид функции распределения потоков F при вытеснении нефти паром, горячей и холодной водой (линии 1—3) показан на рис. 1. Расчеты проведены по формуле (1.7) для относительных фазовых проницаемостей из [6] и условий вытеснения, близких к натурным: $p = 5$ МПа, $T_0 = 20^\circ\text{C}$, $T_* = 265^\circ\text{C}$, $\mu_1(T_0) = 1$ мПа·с, $\mu_1(T_*) = 0,1$ мПа·с, $\mu_3(T_*) = 0,01$ мПа·с, $\mu_2(T_0) = 200$ мПа·с, $\mu_2(T_*) = 4,4$ мПа·с. Принципиальным, однако, в данном случае является не столько конкретный вид кривых 1—3, сколько их взаимное расположение. Направление изменения удельного теплосодержания H показано условно стрелками вдоль линии $OLPN$. Функция $H(T, c)$ играет важную роль во всех дальнейших рассуждениях. В силу ее определения (2.7) и предположения о постоянстве теплоемкостей и скрытой теплоты парообразования она имеет вид кусочно-линейной линии $OLPN$ в плоскости (T, H) (рис. 2). Отрезки OL и PN параллельны, а вертикальный отрезок LP отвечает изменению концентрации пара в водной фазе c от 0 до 1.

При $c = 0$, $T < T_*$ из (2.4) находим $K = A = 1$, и система (2.2), (2.6) совпадает с полученной в [1] для неизотермического вытеснения нефти водой. При $c = 1$, $T > T_*$ имеем $K = B(T)$, $A = 1 - D(T)$, и

* Обстоятельство, указанное К. М. Федоровым. Им же выполнены построения на рис. 1.



Р и с. 1



Р и с. 2

уравнения (2.2), (2.6) описывают вытеснение нефти перегретым паром. Наконец, при $0 \leq c \leq 1$, $T = \bar{T}_*$ коэффициенты K и A — линейные функции s . Именно в этой области значений s и T реальное трехфазное течение моделируется фиктивным двухфазным.

В крупномасштабном приближении распределения s , c , T и безразмерного расхода Λ в потоке оказываются разрывными, что является следствием гиперболичности системы уравнений. При этом разрывное решение уже не определяется однозначно начальными и граничными условиями. Построим его как предел последовательности непрерывных решений полной системы уравнений, получаемый при $\epsilon, \nu \rightarrow 0$. Тогда скачки в крупномасштабном приближении будут соответствовать узким переходным зонам быстрого изменения переменных под действием капиллярных и неравновесных эффектов и теплопроводности. Условия существования таких переходных зон или внутренней структуры скачков, называемые также условиями их допустимости или устойчивости, выделяют единственное решение, отвечающее правильной физической асимптотике, из множества допустимых [7]. Пренебрежение капиллярными эффектами в исходных уравнениях обусловлено тем, что структура скачков насыщенности при $T = \text{const}$ и соответствующие условия устойчивости скачков известны [8].

3. Структура тепловой волны. Рассмотрим задачу о внутренней структуре разрыва температуры, отвечающего фронту конденсации пара. Пусть V — скорость скачка, а s^\pm , T^\pm , c^\pm , Λ^\pm — значения переменных за (—) и перед (+) скачком. Переходя к системе координат (связанной со скачком) $\eta = (X - V\tau)/\epsilon$, $\tau' = \tau/\epsilon$ и устремляя ϵ и ν к нулю, получаем для стационарного внутреннего решения, удовлетворяющего условиям срачивания с внешним решением, задачу

$$(3.1) \quad -V \frac{d}{d\eta} (Ks) + \frac{d}{d\eta} (\Lambda K F) = 0, \quad -V \frac{d}{d\eta} (1-s) + \frac{d}{d\eta} [\Lambda(1-F)] = 0,$$

$$-V \frac{d}{d\eta} [T(As+b)] + \frac{d}{d\eta} [\Lambda T(AF+h)] = \frac{d^2 T}{d\eta^2};$$

$$(3.2) \quad -V \frac{d}{d\eta} [s(1-c)] = \frac{\epsilon}{\nu} \Omega(T, c, s);$$

$$(3.3) \quad s = s^\pm, T = T^\pm, c = c^\pm, \Lambda = \Lambda^\pm \quad (\eta = \pm\infty).$$

Интегрируя уравнения (3.1) от $-\infty$ до η с учетом (3.3) и считая, что $dT(-\infty)/d\eta = 0$, находим

$$(3.4) \quad -V(Ks - K^- s^-) + \Lambda K F - \Lambda^- K^- F^- = 0, \\ V(s - s^-) + \Lambda(1-F) - \Lambda^-(1-F^-) = 0,$$

$$-V[T(As + b) - T^-(A^-s^- + b)] + \Lambda T(AF + h) - \Lambda^- T^-(A^-F^- + h) = dT/d\eta,$$

$$K^\pm = K(c^\pm, T^\pm), A^\pm = A(c^\pm, T^\pm), F^\pm = F(s^\pm, T^\pm, c^\pm).$$

Преобразуем первые два уравнения (3.4) к виду

$$(3.5) \quad V = \frac{\Lambda F - \Lambda^- K^- F^- / K}{s - K^- s^- / K}, \quad \Lambda = \Lambda^- - \left(1 - \frac{K^-}{K}\right) (\Lambda^- F^- - V s^-),$$

а затем исключим из третьего уравнения s , F и Λ . В результате получим

$$(3.6) \quad dT/d\eta = (T - T^-) \{ \Lambda^- [F^- K^- \Phi + (1 - F^-)h] - V [s^- K^- \Phi + (1 - s^-)h + b - h] \}, \quad \Phi(T, c) = [H(T, c) - H(T^-, c^-)] / (T - T^-).$$

Из (3.6) и очевидного требования $(T - T^-)dT/d\eta \geq 0$ следует, что для существования внутренней структуры скачка, сопровождающегося испарением или конденсацией, необходимо выполнение условия

$$(3.7) \quad \Lambda^- [K^- F^- \Phi + (1 - F^-)h] - V [K^- s^- \Phi + (1 - s^-)h + b - h] \geq 0$$

для всех значений T между T^- и T^+ ; равенство в (3.7) реализуется лишь при $T = T^\pm$. В противном случае распределение температуры в переходной зоне оказывается неоднозначным.

Используя условия на скачке, получаемые путем подстановки в (3.4) $s = s^+$, $T = T^+$, $c = c^+$, $\Lambda = \Lambda^+$ и $dT(-\infty)/d\eta = 0$, преобразуем (3.7) к виду $(F^-/s^- - h/b)(\Phi - \Phi^+) \geq 0$, где $\Phi^+ = (H^+ - H^-)/(T^+ - T^-)$. В силу специфического вида функции распределения потоков F (см. рис. 1) на решениях всегда $F^-/s^- > h/b$, и потому окончательно неравенство (3.7) принимает вид

$$(3.8) \quad (H - H^-)/(T - T^-) \geq (H^+ - H^-)/(T^+ - T^-).$$

Условию (3.8) можно дать наглядную графическую интерпретацию в плоскости (T, H) : для допустимости скачка отрезок прямой, соединяющий точки (T^\pm, H^\pm) кривой $H(T)$, не должен иметь с этой кривой других точек пересечения, он должен проходить над кривой $H(T)$ при $T^- > T^+$ и под ней при $T^- < T^+$.

Таким образом, допустимы скачки, отвечающие фронту конденсации насыщенного пара, т. е. при $T^- = T_*^-$, $c^- > 0$, $T^+ < T_*^+$ и $c^+ = 0$. В плоскости (T, H) им отвечают переходы из точек отрезка LP в точку O (PO и MO на рис. 2). Фронт конденсации перегретого пара ($T > T_*^+ > T^+$) распадается на два скачка — медленный, отвечающий охлаждению пара до температуры фазового перехода, и быстрый, соответствующий фронту конденсации насыщенного пара в холодную воду. Заметим, что в силу линейности отрезка NP кривой $H(T)$ (см. рис. 2) медленный скачок является контактным разрывом, и потому характерный размер переходной зоны растет как $\tau^{1/2}$. Двухфронтной структуре тепловой волны на плоскости (T, H) отвечает ломаная NPO . Сходным образом устанавливается, что при закачке в нагретый пласт воды ($T \leq T_*^- < T^+$) фронт испарения совпадает со скачком температуры от $T^- = T_*^-$ до T^+ (переходы LN и MN на рис. 2). Поэтому при нагнетании в пласт холодной воды ($T^- < T_*^-$) за фронтом испарения возникает более медленный фронт нагретия воды до температуры фазового перехода, что иллюстрируется кривой OLN на рис. 2.

Полученный результат в однофазном приближении, по-видимому, впервые установлен в [9]. Выполненный анализ структуры тепловой волны аналогичен исследованию структуры скачка концентрации в задачах вытеснения нефти раствором активной примеси [2, 10, 11]. В данном случае теплопроводность играет роль диффузии примеси, а удельное тепло-

содержание водной фазы $H(T, c)$ — роль обратной функции для изотермы сорбции примеси.

Можно убедиться, однако, что условие (3.8) не устраняет полностью произвола в построении скачка, отвечающего фронту конденсации. Действительно, для определения девяти переменных на скачке $s^\pm, T^\pm, c^\pm, \Lambda^\pm$ и V имеем три уравнения интегрального баланса воды, нефти и количества тепла в потоке и два соотношения между T^\pm и c^\pm — следствия условий фазового равновесия. Еще три соотношения «приносятся» на скачок характеристиками системы (2.2). Последние при $T \neq T_*$ и $T = T_*$ имеют соответственно вид

$$(3.9) \quad \frac{dX}{d\tau} = \xi_1 = \Lambda F'_s, \quad \frac{ds}{d\tau} + \frac{\Lambda}{\xi_1 - \xi_2} \left[F'_T + \frac{K'}{KW} (1-F)(bF - hs) \right] \frac{dT}{d\eta} =$$

$$= -\frac{a'T}{W} \left[\frac{\Lambda F'_T}{\xi_1 - \xi_2} + \frac{K'_T}{K} (1-F)s \right],$$

$$\frac{dX}{d\tau} = \xi_2 = \Lambda \frac{F + h[K - h(1-K)]^{-1}}{s + b[K - h(1-K)]^{-1}}, \quad \frac{dT}{d\tau} = -\frac{a'T}{W},$$

$$\frac{dX}{d\tau} = \xi_3 = \infty, \quad \frac{d\Lambda}{dX} = -\frac{K'_T}{KW} \left[\Lambda(bF - hs) \frac{dT}{dX} - a'sT \right],$$

$$F'_s = \frac{\partial F}{\partial s}, \quad F'_T = \frac{\partial F}{\partial T}, \quad K'_T = \frac{dK}{dT}, \quad W = [K - h(1-K)]s + b;$$

$$(3.10) \quad \frac{dX}{d\tau} = \xi_1 = \Lambda F'_s, \quad \frac{ds}{d\tau} + \frac{\Lambda F'_c}{\xi_1 - \xi_2} \frac{dc}{d\tau} = \Psi \left[\frac{\Lambda F'_c}{\xi_1 - \xi_2} \frac{K}{sK'_c} - (1-F) \right],$$

$$\frac{dX}{d\tau} = \xi_2 = \Lambda \frac{F}{s}, \quad \frac{dc}{d\tau} = -\frac{\Psi K}{sK'_c},$$

$$\frac{dX}{d\tau} = \xi_3 = \infty, \quad \frac{d\Lambda}{dX} = -\Psi = \frac{a'(1-B)}{D - (1+h)(1-B)} = -a'T_* \frac{(c_1 - c_2)(1-B)}{\kappa B},$$

$$F'_c = \frac{\partial F}{\partial c}, \quad K'_c = \frac{dK}{dc}.$$

Пусть ξ_i^\pm — характеристические скорости за (—) и перед (+) скачком, распространяющимся со скоростью V . Из (3.9), (3.10) следует, что характеристика 3-го семейства, удовлетворяющая условию $dX/d\tau = \xi_3 > V$ и потому называемая «приходящей» на скачок, приносит на него значения Λ^- . Неравенства $\xi_2^+ < V < \xi_2^-$ для характеристических скоростей ξ_2^\pm обеспечиваются условием (3.8) (для скачков температуры без фазовых переходов имеем $V = \xi_2^\pm$), соответствующие им характеристики приносят на скачок значения T^+ и T^- (или c^-). Таким образом, для девяти неизвестных имеется восемь соотношений. Недостающее соотношение находится из условия существования внутренней структуры скачка.

4. Внутренняя структура фронта конденсации. Согласно неравенствам (3.8), имеем $T^+ = c^+ = 0$, $T^- = T_*$, $0 < c^- \leq 1$. Будем искать условие существования непрерывного решения $T(\eta)$, $c(\eta)$, $s(\eta)$ и $\Lambda(\eta)$ внутренней задачи (3.1), (3.2) или в преобразованном виде (3.2), (3.5), (3.6), удовлетворяющего условиям (3.3). Строго говоря, существование непрерывного распределения насыщенности $s(\eta)$ в отсутствие скачка капиллярного давления неочевидно и нуждается в обосновании, подобном проведенному в [3] для сходной задачи. В данном случае существование непрерывного распределения $s(\eta)$ устанавливается непосредственно как следствие непрерывности $T(\eta)$, $c(\eta)$ и непрерывной зависимости s от T и c , определяемой соотношениями (3.5). В [3] показано, что найденное таким образом непрерывное решение совпадает с получаемым предельным переходом при стремлении капиллярного давления к нулю.

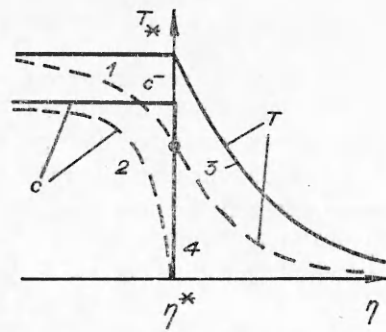


Рис. 3

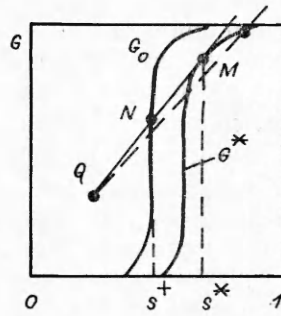


Рис. 4

Учитывая ограниченность диапазона изменения насыщенности s , положим для простоты в (3.2) $s = \text{const}$. Кроме того, будем считать, что при $c \rightarrow 0$ и $T < T_*$ скорость конденсации $\Omega = O(c^n)$, где $0 < n < 1$. Эти допущения мало что меняют по существу дела, но позволяют выявить основные особенности внутреннего решения, отвечающего реальной физической ситуации, при которой роль неравновесных эффектов мала по сравнению с влиянием теплопроводности.

Для построения внутреннего решения зафиксируем s^- и вычислим соответствующее значение V из условия $dT(+\infty)/d\eta = 0$, после чего остается проинтегрировать уравнения (3.2), (3.6) и вычислить $\Lambda(\eta)$ и $s(\eta)$ из конечных соотношений (3.5). Качественный вид решения $T(\eta)$, $c(\eta)$ системы (3.2), (3.6) устанавливается следующим образом. Правая часть уравнения (3.6) равна нулю при $T = T^\pm$ или $\eta = \pm\infty$ и в силу неравенства (3.7) отрицательна при $T^r < T < T^-$; поэтому $T(\eta)$ — монотонно убывающая функция, асимптотически стремящаяся к T^\pm при $\eta \rightarrow \pm\infty$. Скорость фазового перехода Ω , стоящая в правой части (3.2), в соответствии с ее определением (2.3) отрицательна при $T < T_* = T^-$ и обращается в нуль при $T = T_*$ и $c = 0$, причем в последнем случае как c^n ($0 < n < 1$). Поэтому при $c \rightarrow 0$ имеем $dc/d\eta \sim c^n$ или $c^{n+1} \sim \eta + \text{const}$, т. е. $c(\eta)$ должна обращаться в нуль при конечном значении $\eta = \eta^*$. Типичный вид распределений $T(\eta)$ и $c(\eta)$ показан на рис. 3 (кривые 1 и 2). При $\eta^* < \eta < \infty$ правая часть уравнения (3.6) не зависит от c и оно интегрируется в квадратурах; тогда имеем $\Lambda(\eta) \equiv \Lambda^+ = \text{const}$. При $-\infty < \eta < \eta^*$ объемный расход убывает от Λ^- до Λ^+ с ростом η .

Условия существования внутреннего решения сводятся к условиям непрерывности $s(\eta)$ при $-\infty < \eta < \infty$. Пусть $s^* = s(\eta^*)$ и $T^* = T(\eta^*)$. Подставляя в первое уравнение (3.5) $T = T^*$, $c = 0$, $K = 1$, $\Lambda = \Lambda^+$, получаем, что на плоскости (s, G) , где $G = \Lambda F$, насыщенность s^* отвечает верхней точке пересечения M кривой $G^*(s) = \Lambda^+ F(s, T^*, 0)$ с прямой, имеющей угловой коэффициент V и проходящей через точку $Q = (K^- s^-, K^- F^-)$ (рис. 4). При этом значения $s(\eta)$ в зоне фильтрации горячей воды и нефти ($\eta^* < \eta < \infty$) отвечают точкам отрезка MN той же самой прямой, заключенного между линиями $G_0(s) = \Lambda^+ F(s, 0, 0)$ и $G^*(s)$. Линия $G_0(s)$ получается из кривой 1 на рис. 1 путем изменения вертикального масштаба на множитель Λ^+ . Ясно, что отрезок MN не должен пересекать линию $G^*(s)$, в противном случае s как функция T терпит разрыв при $T = T^*$. Единственная возможность, при которой зависимость $s(T)$ оказывается непрерывной, состоит в касании отрезка MN и линии $G^*(s)$ в точке M . Заметим, что T^* зависит от s^- , и потому задача построения внешнего и внутреннего решений не расщепляется уже в главном члене. Таким образом, искомые дополнительные условия имеют вид

$$(4.1) \quad V = \Lambda^+ F'_s(s^*, T^*, 0) = \frac{\Lambda^+ F(s^*, T^*, 0) - \Lambda^- K^- F^-}{s^* - K^- s^-}.$$

Этот результат аналогичен установленному ранее [3] в задаче о вытеснении нефти раствором активной примеси при немонотонной зависимости функции распределения потоков от концентрации примеси. В данном случае функция распределения потоков немонотонно зависит от удельного теплосодержания водной фазы (см. рис. 1). Другими словами, наиболее выгодные условия вытеснения реализуются при воздействии на пласт горячей водой, при воздействии паром полнота вытеснения падает за счет снижения вязкости вытесняющей фазы, а при вытеснении холодной водой — за счет увеличения вязкости нефти. Однако, благодаря «размазыванию» теплового фронта под действием теплопроводности и неравновесности фазового перехода, при закачке в пласт пара в зоне вытеснения всегда возникает область фильтрации нефти и горячей воды. В итоге эффективность вытеснения оказывается выше, чем это может показаться по оценкам вытесняющей способности закачиваемого пара по кривой \mathcal{Z} на рис. 1. Описанная выше методика построения скачка, отвечающего фронту конденсации, учитывает это обстоятельство, хотя область фильтрации горячей воды и нефти отсутствует в структуре зоны вытеснения при построении решения в крупномасштабном приближении.

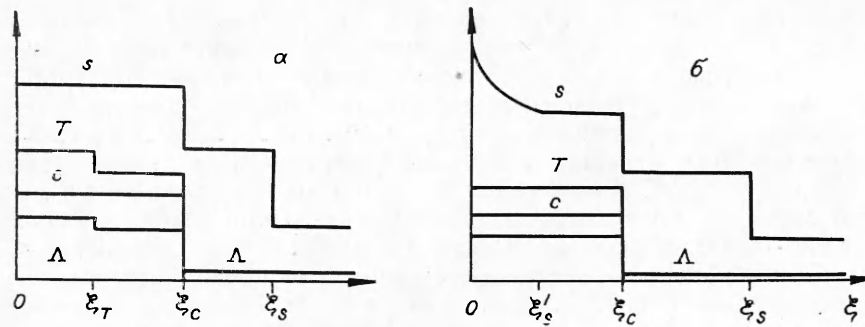
Оценим отношение ν/ε . Из (2.4) имеем $\nu/\varepsilon = (U^0)^2 \rho_1 (c_1 - c_2) / \lambda p \omega$. Согласно [5], ω , введенная в (1.6), порядка $6,3 \cdot 10^{-6}$ кг/(м³·Па·с). Тогда при $p = 10$ МПа максимальная скорость фазового перехода $\Omega = \omega p$ оценивается в 63 кг/(м³·с). Подставляя в выражение для ν/ε $\lambda = 2$ ккал/(м·ч·°С), $U^0 = 1$ м/сут, $\rho_1 = 10^3$ кг/м³, $c_1 - c_2 = 0,6$ ккал/см³, получаем $\nu/\varepsilon \simeq 0,0023$. Таким образом, теплопроводность оказывает определяющее по сравнению с неравновесными эффектами влияние на ход вытеснения.

При $\nu/\varepsilon = 0$ конденсация пара происходит мгновенно, и потому распределения $T(\eta)$ и $c(\eta)$ в переходной зоне принимают вид, показанный кривыми \mathcal{Z} и $\mathcal{4}$ на рис. 3, что непосредственно следует из уравнений (3.2), (3.6), если в них перейти к пределу при $\nu/\varepsilon \rightarrow 0$. В этом случае распределения $c(\eta)$ и $s(\eta)$ разрывны, разрыв соответствует внутреннему фронту конденсации пара в горячую воду при $T = T_*$. Значение T_* , входящее в условие (4.1), теперь заранее известно; оно совпадает с температурой фазового перехода T_* , так что для построения внешнего решения уже не требуется отыскания решения внутренней задачи. Можно убедиться, что при $\nu/\varepsilon \geq 0$ обе характеристики 1-го семейства являются уходящими с линии скачка и, следовательно, скачок не удовлетворяет условию эволюционности [12]. Анализ показывает, что в случае довытеснения нефти паром (т. е. при большой начальной водонасыщенности пласта s_0) возникает ситуация, когда s^+ должна быть больше s^* ; тогда любое решение внутренней задачи (3.1)–(3.3) при $\nu/\varepsilon > 0$ всегда непрерывно и вместо (4.1) для замыкания условий на скачке следует полагать $s^+ = s_0$.

5. Внешнее решение в отсутствие теплопотерь. При отсутствии теплообмена пласта с окружающими породами ($a' = 0$) задача (2.2)–(2.5) в крупномасштабном приближении ($\varepsilon = \nu = 0$) имеет автомодельное решение

$$(5.1) \quad s = s(\xi), T = T(\xi), c = c(\xi), \Lambda = \Lambda(\xi), \xi = X/\tau.$$

Типичный вид решения при закачке в пласт перегретого пара ($c^0 = 1$, $T_* < 1$) показан на рис. 5, а (графики $T(\xi)$, $c(\xi)$ и $\Lambda(\xi)$ для большей наглядности изображены в разных масштабах). В зоне вытеснения имеется три характерных фронта: охлаждения пара до температуры фазового перехода — $\xi = \xi_T$, конденсации пара — $\xi = \xi_c$, вытеснения холодной водой — $\xi = \xi_s$ ($\xi_T < \xi_c < \xi_s$). Характерно также постоянство s в зоне фильтрации перегретого ($0 < \xi < \xi_T$) и насыщенного ($\xi_T < \xi < \xi_c$) пара, т. е. за фронтом конденсации нефть неподвижна. Это обстоятельство есть следствие низкой вытесняющей способности пара в нагретом пласте и означает, что закачивать в пласт перегретый пар невыгодно. Действительно, условия вытеснения при этом не улучшаются, а объемное тепло-содержание закачиваемого пара уменьшается. При закачке в пласт на-



Р и с. 5

сыщенного пара решение имеет сходный вид, отсутствует лишь скачок T и Λ в зоне $0 < \xi < \xi_c$. При закачке в пласт смеси горячей воды и пара ($0 < c^0 < 1$) в структуре зоны вытеснения появляется область непрерывного изменения насыщенности (область подвижной нефти) $0 \leq \xi \leq \xi'_s$ (рис. 5, б). С увеличением концентрации воды в закачиваемой смеси ($1 - c^0$) эта область расширяется ($\xi'_s \rightarrow \xi_c$), при $c^0 \rightarrow 0$ решение переходит в известное решение задачи о вытеснении нефти горячей водой [1, 2].

Здесь дано только качественное описание структуры зоны вытеснения. Построение решения в обоих случаях (рис. 5, а, б) сводится к построению скачка, отвечающего фронту конденсации и удовлетворяющего наряду с законами сохранения условию (4.1). После определения параметров фронта конденсации решение достраивается обычным образом [2].

Отметим, что скачок концентрации пара c , отвечающий фронту конденсации, всегда полный ($c^+ = 0$) и другие скачки c при $T = \bar{T}_*$ невозможны. Этот результат остается справедливым и для задачи в исходной трехфазной постановке. В частности, в отсутствие теплопотерь зона вытеснения нефти паром при $c^0 = 1$ не содержит областей трехфазного течения воды, нефти и пара. Данное обстоятельство служит дополнительным оправданием использования псевдодвухфазной модели. Однако в силу зависимости решения от внутренней структуры фронта конденсации отсюда еще не следует, что решения в рамках обеих моделей совпадают.

В [4] рассмотрен процесс вытеснения нефти паром при наличии теплообмена пласта с окружающими породами. Показано, что решение соответствующей задачи может быть построено всюду, за исключением зоны прогрева пласта в явном виде. В зоне прогрева решение можно найти численно, методом характеристик. Преимущество предлагаемого метода перед традиционными заключается в предварительном выделении фронтов, что устраняет сложности численного интегрирования уравнений, имеющих разрывные решения.

Автор благодарен К. М. Федорову, по инициативе которого выполнена эта работа.

ЛИТЕРАТУРА

1. Брагинская Г. С., Ентов В. М. О неизотермическом вытеснении нефти раствором активной примеси // Изв. АН СССР. МЖГ. — 1980. — № 6.
2. Ентов В. М. Физико-химическая гидродинамика процессов в пористых средах (математические модели методов повышения нефтеотдачи пластов). — М., 1980. — (Препринт/ИПМ АН СССР; № 161).
3. Ентов В. М., Керимов З. А. О вытеснении нефти раствором активной примеси, немонотонно влияющей на функцию распределения потоков // Изв. АН СССР. МЖГ. — 1986. — № 1.
4. Зазовский А. Ф., Федоров К. М. О вытеснении нефти паром. — М., 1986. — (Препринт/ИПМ АН СССР; № 267).
5. Hougén O. A., Watson K. M. Chemical process principles. — N. Y.: Wiley, 1949. — V. 3.
6. Chu C., Trimble A. E. Numerical simulation of steam displacement-field performance applications // J. Petrol. Technol. — 1975. — V. 27, N 6.

7. Рождественский Б. Л., Яненко П. Н. Системы квазилинейных уравнений и их приложения к газовой динамике. — М.: Наука, 1978.
8. Баренблатт Г. И., Ентов В. М., Рыжик В. М. Движение жидкостей и газов в природных пластах. — М.: Недра, 1984.
9. Beckers H. L., Harmsen G. J. The effect of water injection on sustained combustion in a porous medium // Soc. Petrol. Eng. J.— 1970.— V. 10, N 2.
10. Алишаева О. М., Ентов В. М., Зазовский А. Ф. О структуре сопряженных скачков насыщенности и концентрации в задачах вытеснения нефти раствором активной примеси // ПМТФ.— 1982.— № 5.
11. Бедриковецкий П. Г., Лурье М. В. Устойчивость и допустимость разрывов в системах уравнений двухфазной фильтрации // ПММ.— 1983.— Т. 47, вып. 4.
12. Гельфанд И. М. Некоторые задачи теории квазилинейных уравнений // УМН.— 1959.— Т. 14, вып. 2.

Поступила 28/VII 1986 г.

УДК 532.595.2 + 532.595.7

УВЕЛИЧЕНИЕ ДАВЛЕНИЯ ГИДРОУДАРА В ТРУБОПРОВОДЕ ПРИ НАЛИЧИИ ЛОКАЛИЗОВАННОГО ОБЪЕМА ГАЗА

С. П. Актершев, А. В. Федоров
(Новосибирск)

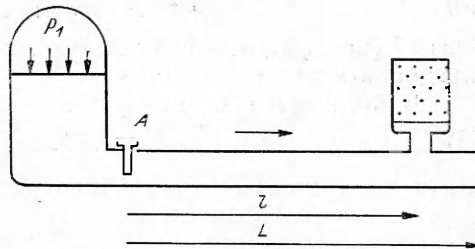
В самых различных областях применения трубопроводных систем часто встречаются ситуации, когда наряду с жидкостью в трубопроводе присутствуют локализованные объемы газа. Наличие газовых полостей может оказывать существенное влияние на характер различных нестационарных процессов в трубопроводе [1—8]. В зависимости от параметров системы и способа организации нестационарного течения газовые полости могут играть роль компенсаторов колебаний давления [2] и, напротив, увеличивать максимальное давление [3, 4]. Как известно [1], воздушный колок, установленный в нагнетательной линии сразу после насоса, уменьшает величину скачка давления, возникающего при пуске насоса. С другой стороны, при заполнении тупикового трубопровода жидкостью наличие газа может привести к гидроудару значительной величины [3]. Присутствие воздуха в конце напорной линии с закрытым клапаном также может быть причиной колебаний давления большой амплитуды при быстром включении насоса [4].

Процесс опрессовки заполненного вязкой жидкостью трубопровода с воздушной камерой (рис. 1) исследовался экспериментально в [5] для больших гидравлических сопротивлений в точке подсоединения камеры к трубопроводу. В начальный момент времени быстро открывается клапан А, соединяющий трубопровод под давлением \tilde{p}_0 с резервуаром постоянного давления $p_1 > \tilde{p}_0$. При этом воздушная камера предназначалась для демпфирования колебаний давления. Данные экспериментов сравнивались с результатами численных расчетов. Отмечено, что в некотором диапазоне объемов воздуха в камере максимумы давления получаются выше в 1,5—1,8 раза, чем в отсутствие воздуха. На основании проведенных численных расчетов определен максимально допустимый диаметр горловины камеры, обеспечивающий ее демпфирующее действие для заданного объема воздуха.

В настоящей работе также рассматривается задача об опрессовке трубопровода с газовой полостью, но для небольших величин гидравлического сопротивления, которое считается сосредоточенным в начальном сечении трубы (сопротивление клапана). Влияние объема газовой полости на максимальные давления в трубопроводе исследуется как численным методом, так и в рамках предложенной далее упрощенной математической модели процесса.

Постановка задачи. Течение жидкости в трубе описывается уравнениями гидравлики [1], которые в безразмерных переменных $p = \tilde{p}/\tilde{p}_1$, $u = \tilde{\rho}_0 \tilde{c} \tilde{u} / \tilde{p}_1$, $x = \tilde{x}/\tilde{L}$, $t = \tilde{c} \tilde{t} / \tilde{L}$ имеют вид

$$(1) \quad \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} + \alpha u |u| = 0, \quad \alpha = \lambda \tilde{L} \tilde{p}_1 / (2 \tilde{D} \tilde{\rho}_0 \tilde{c}^3).$$



Р и с. 1