

(при фиксированном κ) получаем выражение

$$\operatorname{Re} N_{\pm} \approx 0,5\epsilon a \Omega^{-2} / (1 - \kappa) = 0,5 H \eta \alpha^2 \beta^{-1} \gamma^{-1} a^3 \rho_0 z^{-1} m^{-1} \Omega^{-2}.$$

Согласно (2.22), $\operatorname{Re} N_{\pm} > 0$ при $0,5\pi + 2\pi m < Y < 1,5\pi + 2\pi m$, $m = 0, 1, 2, \dots$. Уточняя значение величины D до второго порядка по M включительно ($(1 - \kappa) \sim M$), имеем $D \approx 2(1 + \kappa) \cos Y (\cos Y - 1) + 2M(1 - \kappa)(Y \sin Y - \sin^2 Y)$. Отсюда находим более точно промежутки значений Y , внутри которых $\operatorname{Re} N_{\pm} > 0$: $0,5\pi - \tau(0,5\pi - 1 + 2\pi m) + 2\pi m < Y < 1,5\pi + \tau(1,5\pi - 1 + 2\pi m) + 2\pi m$. Здесь $\tau = M(1 - \kappa)/(1 + \kappa)$. Выражение для этих промежутков справедливо при $2\pi m \tau \ll 1$, $m = 0, 1, \dots$

З а м е ч а н и е. При малых значениях δ_0 ужесточается требование на малость ϵ . Однако оно может быть ослаблено, если вместо функций (2.19), (2.20) рассмотреть отображение

$$(2.23) \quad \frac{\lambda_k \pm i\Omega}{2} + \sqrt{\frac{(\lambda_k + i\Omega)^2}{4} - \epsilon \frac{\varphi(\lambda)}{(\lambda \pm i\Omega) y_k(\lambda)}}$$

где k — значения, при которых $|\lambda_k + i\Omega| = 2\delta_0$. Неподвижные точки такого отображения также являются нулями функции $G(\lambda)$. С помощью (2.23) можно доказать, что для некоторых c , $\epsilon_0 > 0$ при $\epsilon < \epsilon_0$ инкремент самовозбуждения равномерно по $\delta_0 > 0$ оценивается сверху величиной $c\sqrt{\epsilon}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Губарев А. В., Ефремов Н. М., Лаптев С. А., Печенова О. И. Об акустическом флаттере сверхзвуковых решеток. — 1989. — (Препр./ИАЭ — 4839/1).
2. Губарев А. В., Лаптев С. А. Акустический флаттер сверхзвуковых решеток // ДАН СССР. — 1990. — Т. 312, № 2.

г. Троицк

Поступила 15/VIII 1989 г.,
в окончательном варианте — 24/XII 1990 г.

УДК 532.526

Ю. И. Бубликов, В. М. Фомичев

УСТОЙЧИВОСТЬ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ ГАЗА НА НАГРЕВАЕМОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПРИ СЛАБОМ ОТРИЦАТЕЛЬНОМ ГРАДИЕНТЕ ДАВЛЕНИЯ

Известно, что охлаждение поверхности приводит к повышению устойчивости ламинарного пограничного слоя газа и затягиванию перехода к турбулентному режиму течения, а ее нагревание — к понижению устойчивости и ускорению перехода. Первое свойство считается эффективным средством ламинаризации поверхности, например поверхности крыла летательного аппарата [1, 2].

Указанные свойства как экспериментально, так и теоретически установлены для постоянной температуры поверхности и отсутствия градиента давления. Сравнительно недавно обнаружено, что при наличии градиента температуры поверхности могут наблюдаться абсолютно противоположные эффекты — дестабилизация ламинарного пограничного слоя газа при охлаждении поверхности и стабилизация при нагревании [3—5].

Устойчивость ламинарных течений и их переход к турбулентным на криволинейных поверхностях в неизотермических условиях ранее не исследовались, за исключением работы [6], в которой в основном экспериментально изучался переход на профиле крыла НАСА 0012, помещенном под нулевым и небольшими углами атаки в аэродинамической трубе. Было установлено, что при нагревании носка профиля, составляю-

щего 10 % его длины, устойчивость течения повышается и точка перехода смещается вниз по течению приблизительно на 20 %.

Авторами настоящей работы было проведено теоретическое исследование влияния значительных отрицательных градиентов давления на устойчивость ламинарного пограничного слоя на равномерно нагреваемой поверхности. Получено значительное повышение устойчивости и уменьшение инкрементов нарастания, что качественно согласуется с экспериментальными данными [6].

Цель настоящей работы — показать, что даже при очень незначительных градиентах давления на достаточно сильно равномерно нагретой поверхности устойчивость течения повышается. Как будет видно из дальнейшего изложения, случай слабых градиентов давления отличается от ранее рассмотренного авторами некоторыми качественно новыми особенностями. Проведение этого исследования актуально также с точки зрения экспериментальной проверки эффекта стабилизации, поскольку, например, путем установки пластины под небольшим углом атаки в аэродинамической трубе достигаются необходимые для фиксации начала перехода и самого перехода большие значения чисел Рейнольдса.

Рассматривается плоский дозвуковой ламинарный пограничный слой газа на нагреваемой поверхности с отрицательным градиентом давления. Математическая модель представляет собой систему уравнений, состоящую из уравнения неразрывности, уравнения Навье — Стокса, записанного для двух проекций вектора скорости, и уравнения энергии в пренебрежении вязкой диссипацией:

$$(1) \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} = 0,$$

$$\rho \frac{Du}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right],$$

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(2 \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right],$$

$$\rho C_p \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right),$$

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y}.$$

Граничные условия:

$$u = 0, \quad T = T_w, \quad v = 0 \quad (y = 0),$$

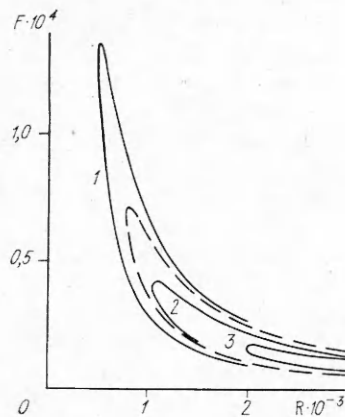
$$u \rightarrow u_e, \quad T \rightarrow T_e \quad (y \rightarrow \infty).$$

Здесь x, y — продольная и поперечная координаты; u, v — соответствующие им компоненты скорости; p — давление; ρ — плотность газа; C_p — его теплоемкость при постоянном давлении; T — абсолютная температура; μ и λ — коэффициенты вязкости и теплопроводности.

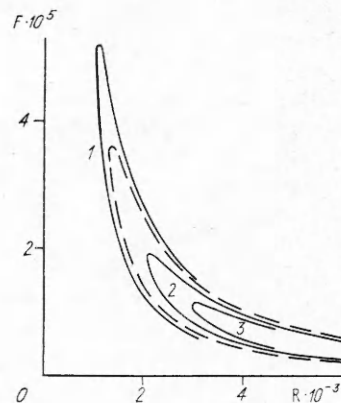
Линеаризуя систему (1), получим уравнения, описывающие развитие малых возмущений в пограничном слое. Используя очевидное предположение о малости длины волны собственного возмущения (волны Толлмина — Шлихтинга) по сравнению с характерной длиной изменения температуры, которая соизмерима с размером поверхности L , в предположении плоскопараллельного пограничного слоя [1, 2] представим возмущение функции тока в виде плоской волны $\varphi(y) \exp(i\alpha(x - ct))$ ($\varphi(y)$ — амплитуда функции тока, $\alpha = 2\pi/\lambda_0$ — волновое число, c — фазовая скорость волны). Исключая из линеаризованных уравнений возмущение давления, полученную систему можно записать в виде одного уравнения, которое громоздко и поэтому здесь не приводится. В переменных

$$\xi = x/L, \quad \eta = \left(\frac{u_e}{xv_e} \right)^{1/2} \int_0^y \frac{\rho}{\rho_e} dy$$

оно дано в [3, 5].



Р и с. 1



Р и с. 2

Таким образом, рассматриваемая проблема свелась к нахождению собственных значений линейной краевой задачи с однородными граничными условиями. Для ее решения необходимы коэффициенты, которые содержат распределения скорости, температуры, вязкости и их производных по толщине пограничного слоя. Они находятся из решения уравнений температурного пограничного слоя, которые в принятых переменных имеют автомодельный вид

$$(2) \quad (kf'')' + \frac{n+1}{2} ff'' + n(\psi - f'^2) = \Phi_1, \quad \left(\frac{k}{Pr} \psi'\right)' + \frac{n+1}{2} f\psi' = \Phi_2,$$

где $\Phi_1 = \xi \left(f' \frac{\partial f'}{\partial \xi} - f'' \frac{\partial f}{\partial \xi} \right)$; $\Phi_2 = \xi \left(f' \frac{\partial \psi}{\partial \xi} - \psi' \frac{\partial f}{\partial \xi} \right)$; Pr — число Прандтля; штрих означает дифференцирование по переменной η .

Граничные условия:

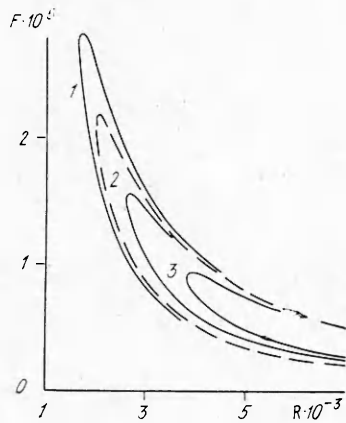
$$(3) \quad f = 0, f' = 0, \psi = t_w(\xi) \quad (\eta = 0), \\ f' = 1, \psi = 1 \quad (\eta = \infty).$$

Для рассматриваемых ниже пограничных слоев типа Фолкнера — Скэн, когда $u_e = u_0 x^n$, краевая задача (2), (3) приобретает автомодельный вид ($\Phi_1 = 0, \Phi_2 = 0$). Собственные значения линейной краевой задачи определялись численно на ЭВМ модифицированным методом ортогонализации, ее коэффициенты находились из численного решения задачи (2), (3) методом Келлера [3].

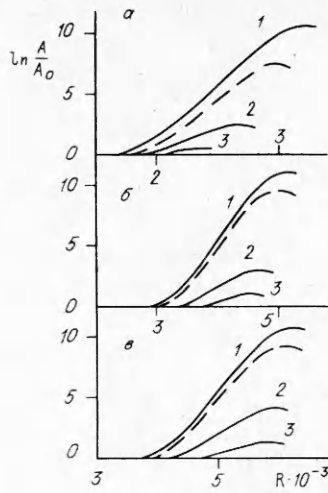
Результаты расчетов представлены на рис. 1—6. На рис. 1—3 (параметр градиента давления $n = 0,04; 0,07; 0,1$ соответственно) приведены кривые нейтральной устойчивости на плоскости безразмерной частоты $F = \omega \nu_e / u_e^2$ и числа Рейнольдса $R = (u_e x / \nu_e)^{1/2}$ для температурного фактора $\psi_w = T_w / T_e = 2, 3, 4$ (линии 1—3). Здесь, а также на рис. 4, 5 штриховая линия отвечает изотермическому пограничному слою. На всех рисунках при сравнительно небольших значениях ψ_w сначала наблюдаются уменьшение минимальных критических чисел Рейнольдса $R_{кр\ min}$ и расширение области неустойчивых частот, а затем их увеличение и сужение указанной области с дальнейшим ростом ψ_w . Так, для $n = 0,07$ при $\psi_w = 2$ $R_{кр\ min}$ лишь незначительно уменьшается, а при $\psi_w = 4$ увеличивается приблизительно в 2,4 раза, что отвечает росту участка ламинарного обтекания почти в 6 раз.

Еще более интересные выводы можно сделать из представленных на рис. 4 зависимостей интегральных инкрементов нарастания возмущений

$$\ln \frac{A}{A_0} = - \int_{x_0}^x \alpha dx \quad (A — амплитуда возмущений, A_0 — ее начальное значение, x_0 — значение координаты x , соответствующей левой ветви кри-$$



Р и с. 3



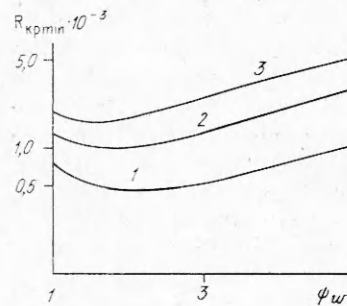
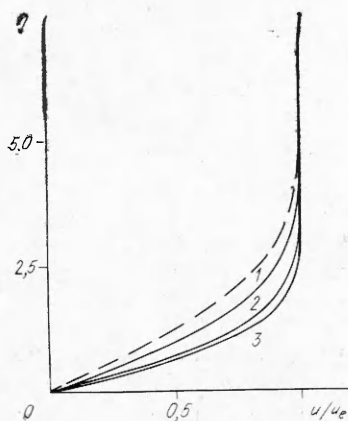
Р и с. 4

вой нейтральной устойчивости при заданной F , α_i — локальный инкремент нарастания, т. е. мнимая часть волнового числа α), где a отвечает $n = 0,04$, $F = 1,4 \cdot 10^{-5}$, $б$ — $n = 0,07$, $F = 7,3 \cdot 10^{-6}$, $в$ — $n = 0,1$, $F = 6 \cdot 10^{-6}$, кривые 1—3 — значения ψ_w , как на рис. 1—3.

Видно, что при сравнительно небольших ψ_w возмущения нарастают сильнее, чем в изотермических условиях. При больших значениях ψ_w , наоборот, инкременты нарастания возмущений могут быть существенно ниже изотермических. Так, для $n = 0,1$ и $\psi_w = 3$ уменьшение максимальных инкрементов нарастания происходит немногим более чем в 2 раза, а при $\psi_w = 4$ — почти в 7 раз. Этому соответствует уменьшение максимальной амплитуды возмущений приблизительно в 9 раз в первом случае и на три порядка во втором.

Полное объяснение такого немонотонного влияния степени неизотермичности на характеристики устойчивости является весьма затруднительным. Однако повышение устойчивости при больших значениях ψ_w , по-видимому, связано со значительно большей наполненностью профиля скорости в пристенной области по сравнению с изотермическими условиями. Это можно видеть из результатов расчетов, приведенных на рис. 5 для $n = 0,07$. Нумерация кривых отвечает тем же значениям ψ_w , что и на рис. 1—3.

Упомянутый выше характер влияния температурного фактора на устойчивость показан на рис. 6 зависимостями $R_{кр\ min}$ от ψ_w при $n = 0,04; 0,07; 0,1$ (линии 1—3); они немонотонны и имеют минимум, положение которого зависит от параметра градиента давления. Так, если



Р и с. 6

Р и с. 5

для $n = 0,1$ минимум есть при $\psi_w = 1,5$, то для $n = 0,04$ — при $\psi_w = 2$. При дальнейшем уменьшении положения его смещается в область еще больших значений ψ . Поскольку эксперименты в условиях существенной неизотермичности не проводились, это, по-видимому, является причиной того, что эффект стабилизации за счет равномерного нагревания поверхности ранее не был обнаружен.

Таким образом, даже слабый отрицательный градиент давления оказывает значительное влияние на характеристики устойчивости на нагреваемой поверхности. При достаточно сильном нагревании устойчивость пограничного слоя может быть значительно выше, чем в изотермических условиях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. — М.: Наука, 1984.
2. Качанов Ю. С., Козлов В. В., Левченко В. Я. Возникновение турбулентности в пограничном слое. — Новосибирск: Наука, 1982.
3. Струминский В. В., Лебедев Ю. Б., Фомичев В. М. Влияние градиента температуры вдоль поверхности на протяженность ламинарного пограничного слоя газа // ДАН СССР. — 1986. — Т. 299, № 4.
4. Лебедев Ю. Б., Фомичев В. М. Влияние протяженности обогреваемого участка поверхности на характеристики устойчивости ламинарного пограничного слоя газа // Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук. — 1988. — № 21, вып. 6.
5. Струминский В. В., Довгаль А. В., Лебедев Ю. Б. и др. Управление развитием возмущений в пограничном слое путем неравномерного нагрева поверхности // Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук. — 1988. — № 11, вып. 3.
6. Landrum D. B., Macha J. M. Influence of a heated leading edge on boundary layer growth, stability and transition. — N. Y., 1987. — (Pap./AIAA; N 1259).

г. Москва

Поступила 12/II 1991 г.

УДК 533.6.011

Е. Г. Зайцев

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НЕДОРАСШИРЕННЫХ ПРИСТЕНОЧНЫХ СТРУЙ, ИСТЕКАЮЩИХ ОКОЛО ДОННОГО СРЕЗА

Течения с донной областью, образующейся при взаимодействии между собой нескольких сверхзвуковых струй или одиночной струи со стенкой, давно привлекают внимание. Они, в частности, имеют место при истечении струй из связки сопел, расположенных по окружности донного среза, при истечении кольцевой струи, в газоструйных компрессорах при малых коэффициентах эжекции, при распространении струи около уступа. Большинство работ посвящено исследованию течений при распространении свободных струй [1—4], а изучению аналогичных течений при распространении пристеночных струй — немного [5]. Отметим, что данные по структуре пристеночных сверхзвуковых струй крайне скудны, а из-за большой сложности картины течения наиболее надежные результаты в настоящее время можно получить только экспериментальным путем [6, 7].

В настоящей работе рассматривается истечение двух плоскопараллельных пристеночных струй вблизи донного среза. Две струи истекали из щелевых сопел со звуковой скоростью, причем расстояние вдоль оси между соплами могло изменяться в широких пределах. Основное внимание уделено исследованию особенностей течения на начальном (газодинамическом) участке струй. Проведено сравнение с одиночной пристеночной струей.

1. Эксперименты проводились на специальной модельной установке, схема которой представлена на рис. 1. Струи выдувались через щелевые сопла вдоль горизонтальных стенок 1, 2. Пространство, в которое происходило истечение струй из сопел, ограничено по бокам двумя плоски-