

с другой стороны, из определения функций $\psi_k^{(i)}$ вытекает

$$-\frac{k}{(1-q)} [\psi_k^{(m+1)} - \psi_{k-1}^{(m+1)}] = -\frac{1}{q^{k+1}} \sum_{r=m}^{k-1} q^r \psi_r^{(m)}.$$

Следовательно, равенство (П.2) верно и для $i = m + 1$, а значит, и для всех i ($0 < i < k$).

ЛИТЕРАТУРА

1. Колесниченко Е. Г., Лосев С. А. Кинетика релаксационных процессов в движущихся средах // Химия плазмы.— М.: Атомиздат, 1979.— Вып. 6.
2. Колесниченко Е. Г. Кинетика химических реакций и релаксационных процессов в газовых потоках // Динамика разреженного газа. Тр. VI Всесоюз. конф.— Новосибирск, 1980.— Ч. 1.
3. Колесниченко Е. Г. О методе вывода гидродинамических уравнений для сложных систем // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1981.— № 3.
4. Герасимов Г. Я., Колесниченко Е. Г. О влиянии неравновесных эффектов на явления переноса в диссоциирующем газе // Письма в ЖТФ.— 1981.— Т. 7, № 16; Явления переноса в неравновесном диссоциирующем газе // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1983.— № 5.
5. Макашев Н. К. Свойства решения уравнения Больцмана при высоких энергиях поступательного движения молекул и их следствия // ДАН СССР.— 1981.— Т. 258, № 1.
6. Макашев Н. К. Особенности релаксации сильновозбужденных молекул и связанные с ними неравновесные эффекты в газодинамике // ДАН СССР.— 1982.— Т. 264, № 1.
7. Макашев Н. К. Неравновесные явления в газодинамике и сильновозбужденные молекулы // Учен. зап. ЦАГИ.— 1984.— Т. 15, № 2.
8. Макашев Н. К. О влиянии движения газа на кинетику реакций колебательно-возбужденных молекул // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1984.— № 6.
9. Осипов А. И., Ступоченко Е. В. Неравновесные распределения энергии по колебательным степеням свободы в газах // УФН.— 1963.— Т. 79, вып. 1.
10. Montroll E. W., Shuler K. E. Studies in nonequilibrium rate processes. 1. The relaxation of a system of harmonic oscillators // J. Chem. Phys.— 1957.— V. 26, N 3.
11. Никитин Е. Е. О вычислении скорости распада двухатомных молекул // ДАН СССР.— 1958.— Т. 119, № 3.
12. Nikitin E. E., Sokolov N. D. Theory of thermal second-order decomposition of molecules // J. Chem. Phys.— 1959.— V. 31, N 5.
13. Макашев Н. К., Провоторов В. П. Неравновесная диссоциация двухатомных молекул в пограничном слое // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1985.— № 1.

Поступила 26/VI 1986 г.

УДК 533.6.011.8

НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЕ ТЕЧЕНИЕ МНОГОАТОМНОГО ГАЗА В КАПИЛЛЯРЕ И ЭФФЕКТ ТЕРМОМОЛЕКУЛЯРНОЙ РАЗНОСТИ ДАВЛЕНИЙ

В. М. Жданов, В. А. Зазноба, И. В. Сафонова

(Москва)

В [1] рассматривалось решение задачи о неизомерическом течении разреженного многоатомного газа в плоском канале с использованием метода [2—4]. Одним из результатов [1] является выражение для термомолекулярной разности давлений (ТРД), возникающей в объемах на концах канала при фиксированном перепаде температур. Известно [5—13], что измерения эффекта ТРД в случае многоатомных газов могут служить независимым источником информации о характеристиках неупругого столкновения молекул, поскольку эффект зависит от поступательной части коэффициента теплопроводности (λ^u), которая, в свою очередь, включает явную зависимость от вращательных и колебательных чисел столкновений (Z_v, Z_k). Впервые на это указано в [5, 14], где теоретическое выражение для эффекта ТРД получалось на основе модели «пылевого газа» («dusty — gas» модель). В области малых чисел Кнудсена зависимость эффекта ТРД от λ^u следует также из строгого кинетического анализа вязкого и теплового скольжения в многоатомном газе [15, 16]. Обработка экспериментальных результатов на основе «dusty — gas» модели зависит, однако, от целого ряда параметров, относящихся как к самой модели (эмпирические константы), так и к выбору «средней» температуры газа в канале [6, 17]. С этим обстоятельством и связан, по-видимому,

сравнительно большой разброс результатов по определению Z_B для ряда многоатомных газов, получаемых разными авторами [18]. Второй причиной расхождения в результатах служит использование в некоторых работах нестрогих выражений для поступательного фактора Эйнена, в которых недостаточно корректно учтено одновременное влияние вращательных и колебательных степеней свободы молекул.

Поскольку измерения эффекта ТРД производятся, как правило, с использованием пакетов круглых цилиндрических капилляров, более надежный способ обработки результатов должен основываться на выражениях, получаемых на основе строгого решения кинетического уравнения для случая неизотермического течения газа в капилляре. В [11, 19] эта задача решалась на основе линеаризованного кинетического уравнения с модельным интегралом столкновений (модель 3-го порядка) с использованием численного либо вариационного метода. В настоящей работе для решения той же задачи применяется метод [2—4], который обобщается на случай течения многоатомного газа с двумя видами внутренних степеней свободы. Полученные аналитические выражения для кинетических коэффициентов матрицы Онзагера, описывающих перенос массы и тепла в капилляре, и соответствующее выражение для эффекта ТРД оказываются справедливыми для промежуточных чисел Кнудсена, близких к вязкому режиму течения со скольжением ($Kn \leq 0,25$). Сравнение теоретических и экспериментальных зависимостей эффекта в этом диапазоне чисел Кнудсена позволяет получить значения Z_B для ряда молекулярных газов при известных коэффициентах аккомодации на стенке. Если значения Z_B определены другими методами (например, по данным ультразвуковых измерений), такое сравнение может дать информацию о коэффициентах аккомодации молекул газа на стенке канала.

Вычисление кинетических коэффициентов. Рассмотрим медленное течение многоатомного газа в круглом цилиндрическом капилляре радиуса R под действием малых градиентов давления ($k = p_0^{-1} dp/dz$) и температуры ($\tau = T_0^{-1} dT/dz$). Будем считать, что в газе возбуждены как вращательные, так и колебательные степени свободы молекул.

Решение для функции распределения молекул можно искать в виде [1]

$$(1) \quad f_{ij}(\mathbf{v}, r, z, \varepsilon_i^B, \varepsilon_j^K) = f_{ij0} \left[1 + kz + \tau z \left(\beta v^2 - \frac{5}{2} + \varepsilon_i^B - \bar{\varepsilon}^B + \varepsilon_j^K - \bar{\varepsilon}^K \right) + \Phi_{ij}(\mathbf{v}, r, \varepsilon_i^B, \varepsilon_j^K) \right],$$

$$f_{ij0} = n_0 (\beta/\pi)^{3/2} Q_B^{-1} Q_K^{-1} \exp(-\beta v^2 - \varepsilon_i^B - \varepsilon_j^K), \quad \beta = m/2k_B T_0.$$

Здесь индекс 0 соответствует параметрам абсолютного максвелл-большинского распределения; $\varepsilon_i^B = E_i^B/k_B T_0$; $\varepsilon_j^K = E_j^K/k_B T_0$; E_i^B , E_j^K — внутренняя энергия молекулы, находящейся в i -м вращательном и j -м колебательном состояниях:

$$\bar{\varepsilon}^B = Q_B^{-1} \sum_i \varepsilon_i^B \exp(-\varepsilon_i^B), \quad \bar{\varepsilon}^K = Q_K^{-1} \sum_j \varepsilon_j^K \exp(-\varepsilon_j^K),$$

$$Q_B = \sum_i \exp(-\varepsilon_i^B), \quad Q_K = \sum_j \exp(-\varepsilon_j^K).$$

Неравновесная добавка к функции распределения $\Phi_{ij}(\mathbf{v}, r, \varepsilon_i^B, \varepsilon_j^K)$ удовлетворяет линеаризованному кинетическому уравнению, которое в случае цилиндрической геометрии задачи записывается как

$$(2) \quad v_r \frac{\partial \Phi_{ij}}{\partial r} + v_z k + v_z \tau \left(\beta v^2 - \frac{5}{2} + \varepsilon_i^B - \bar{\varepsilon}^B + \varepsilon_j^K - \bar{\varepsilon}^K \right) +$$

$$+ \frac{v_\varphi^2}{r} \frac{\partial \Phi_{ij}}{\partial v_r} - \frac{v_r v_\varphi}{r} \frac{\partial \Phi_{ij}}{\partial v_\varphi} - \sum_{i_1 i_1'} \sum_{j_1 j_1'} \int f_{1i_1 j_1} (\Phi_{i_1' j_1'} +$$

$$+ \Phi_{i_1 j_1'} - \Phi_{ij} - \Phi_{1i_1 i_1'}) g \sigma (ij i_1 j_1 / i' j' i_1' j_1', g, \chi, \varphi) d\Omega d\mathbf{v}_1.$$

Ниже используется система моментных уравнений, следующих из (2), получаемая в том же приближении, что и в [1—4] с обобщением на случай двух видов внутренних движений молекул (вращательных и колебательных мод). Умножение (2) на соответствующие полиномы, интегриро-

вание по скоростям и суммирование по l -, j -квантовым состояниям дает

$$(3) \quad \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \pi_{rz} + p_0 k = 0;$$

$$(4) \quad \frac{\partial}{\partial r} \left(m s_{zrr} + \frac{2}{5} q_z^\pi + p_0 u_z \right) + \frac{m}{r} (s_{zrr} - s_{z\varphi\varphi}) = - \frac{r_0}{\eta} \pi_{rz};$$

$$(5) \quad \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r (M_{zrrr} + M_{zr\varphi\varphi} + M_{zrzz}) + \frac{5n_0}{m\rho_0} (k + \tau) = \\ = - \frac{4p_0}{3m\eta} \left[1 + \frac{10}{3\pi} \left(\frac{c^B}{k_B} A_B + \frac{c^K}{k_B} A_K \right) \right] q_z^\pi + \frac{20p_0}{3\pi m\eta} (A_B q_z^B + A_K q_z^K);$$

$$(6) \quad \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r M_{rz}^B + p_0 \frac{c^B}{mk_B} \tau = \frac{4n_0}{3\pi\eta} \frac{c^B}{k_B} A_B q_z^\pi - \\ - \frac{n_0}{\eta} \left(\frac{\rho_0 D_\pi}{\eta} \right)^{-1} B_B q_z^B - \frac{n_0}{\eta} \frac{c^B}{k_B} \left(\frac{\rho_0 D_{BK}}{\eta} \right)^{-1} B_{BK} q_z^K;$$

$$(7) \quad \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r M_{rz}^K + p_0 \frac{c^K}{k_B m} \tau = \frac{4n_0}{3\pi\eta} \frac{c^K}{k_B} A_K q_z^\pi - \\ - \frac{n_0}{\eta} \frac{c^K}{k_B} \left(\frac{\rho_0 D_{BK}}{\eta} \right)^{-1} B_{BK} q_z^B - \frac{n_0}{\eta} \left(\frac{\rho_0 D_K}{\eta} \right)^{-1} B_K q_z^K;$$

$$(8) \quad \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r (4M_{zrrr} - M_{zr\varphi\varphi} - M_{zrzz}) - \frac{10}{r} M_{zr\varphi\varphi} = - \frac{15p_0}{2\eta} s_{zrr};$$

$$(9) \quad \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r (4M_{zr\varphi\varphi} - M_{zrrr} - M_{zrzz}) + \frac{10}{r} M_{zr\varphi\varphi} = - \frac{15p_0}{2\eta} s_{z\varphi\varphi};$$

$$(10) \quad s_{zrr} + s_{z\varphi\varphi} + s_{zzz} = 0.$$

Фигурирующие в этих уравнениях моменты функции распределения определены так же, как и в [1], но с учетом обобщения на случай двух мод. Правые части уравнений (3)–(7) совпадают с выражениями, полученными в приближении 21 момента в [20]. При этом удобно представить их в виде, когда в коэффициенты при соответствующих моментах явно входят коэффициент вязкости η и безразмерные параметры $\rho_0 D_\pi/\eta$, $\rho_0 D_K/\eta$, $\rho_0 D_{BK}/\eta$, где D_π , D_K , D_{BK} — коэффициенты диффузии внутренней энергии, выражения для которых приводятся в [21]. Коэффициенты A и B имеют вид

$$A_B = \frac{1}{Z_B} + \frac{c^B}{2k_B Z_{BK}}, \quad A_K = \frac{1}{Z_K} + \frac{c^K}{2k_B Z_{BK}}, \\ B_\pi = 1 + \frac{2}{\pi Z_B} \left(\frac{\rho_0 D_\pi}{\eta} \right), \quad B_K = 1 + \frac{2}{\pi Z_K} \left(\frac{\rho_0 D_K}{\eta} \right), \quad B_{BK} = 1 + \frac{1}{\pi Z_{BK}} \left(\frac{\rho_0 D_{BK}}{\eta} \right).$$

Здесь $Z_i = 4\tau_i/\pi\tau_\eta$ ($i = B, K, BK$); $\tau_\eta = \eta/p_0$; τ_B и τ_K отвечают характерным временам вращательной и колебательной релаксации, а τ_{BK} — характерному времени релаксации при столкновениях, сопровождающихся переходами как по вращательному, так и по колебательному спектру (см. [20]).

Решение уравнений (3)–(10), справедливое вдали от стенки, находится в предположении, что функция распределения имеет обычный гредовский вид (с учетом обобщения по внутренним степеням свободы молекул [15, 20]). В результате

$$u_z^{ac}(r) = u_z^{ac}(R) - \frac{1}{4\eta} (R^2 - r^2) \frac{dp}{dz}, \\ \pi_{rz}^{ac}(r) = - \frac{r}{2} \frac{dp}{dz}, \quad q_z^{\pi ac} = - \lambda^\pi \frac{dT}{dz} + \chi^\pi \frac{dp}{dz}, \\ q_z^{Bac} = - \lambda^B \frac{dT}{dz} + \chi^B \frac{dp}{dz}, \quad q_z^{Kac} = - \lambda^K \frac{dT}{dz} + \chi^K \frac{dp}{dz},$$

$$s_{zrr}^{ac} = s_{z\varphi\varphi}^{ac} = \frac{2}{5} \frac{\eta}{\rho_0 m} \frac{dp}{dz}, \quad s_{zzz}^{ac} = -2s_{zrr}^{ac}.$$

$$\text{Здесь } \lambda^\pi = \frac{15k_B}{4m} \eta \left\{ 1 - \frac{1}{\Delta} \left[\frac{10}{3\pi} b_1 b_2 - \frac{4c^B}{3\pi k_B} \left(\frac{\rho_0 D_B}{\eta} \right) b_3 \left(1 + \frac{5}{\pi} A_B \right) - \frac{4c^K}{3\pi k_B} \left(\frac{\rho_0 D_K}{\eta} \right) b_4 \left(1 + \frac{5}{\pi} A_K \right) \right] \right\};$$

$$\chi^\pi = \frac{3\eta}{2\rho_0} \left\{ 1 - \frac{10}{3\pi\Delta} \left[b_1 b_2 - \frac{2c^B}{\pi k_B} A_B \left(\frac{\rho_0 D_B}{\eta} \right) b_3 - \frac{2c^K}{\pi k_B} A_K \left(\frac{\rho_0 D_K}{\eta} \right) b_4 \right] \right\};$$

$$\lambda^B = \eta \frac{c^B}{m} \left(\frac{\rho_0 D_B}{\eta} \right) \left\{ 1 + \frac{i}{\Delta} \left[\frac{5}{\pi} b_3 + \left(1 + \frac{10}{3\pi} b_1 \right) (b_5 - b_2) + \frac{20c^B}{3\pi^2 k_B} \left(\frac{\rho_0 D_B}{\eta} \right) A_B b_3 + \frac{20c^K}{3\pi^2 k_B} \left(\frac{\rho_0 D_K}{\eta} \right) A_K (b_6 + b_4) \right] \right\};$$

$$\chi^B = \frac{2}{\pi\Delta} \frac{\eta}{\rho_0} \frac{c^B}{k_B} \left(\frac{\rho_0 D_B}{\eta} \right) b_3;$$

$$\lambda^K = \eta \frac{c^K}{m\Delta} \left(\frac{\rho_0 D_K}{\eta} \right) \left[\left(1 + \frac{10}{3\pi} b_1 \right) b_7 - \frac{20c^B}{3\pi^2 k_B} \left(\frac{\rho_0 D_B}{\eta} \right) A_B b_6 + \frac{5}{\pi} b_4 \right];$$

$$\chi^K = \frac{2}{\pi\Delta} \frac{\eta}{\rho_0} \frac{c^K}{k_B} \left(\frac{\rho_0 D_K}{\eta} \right) b_4; \quad \Delta = \left(1 + \frac{10}{3\pi} b_1 \right) b_2 - \frac{20}{3\pi^2} \frac{c^B}{k_B} A_B \left(\frac{\rho_0 D_B}{\eta} \right) b_3 - \frac{20}{3\pi^2} \frac{c^K}{k_B} A_K \left(\frac{\rho_0 D_K}{\eta} \right) b_4; \quad b_1 = \frac{c^B}{k_B} A_B + \frac{c^K}{k_B} A_K;$$

$$b_2 = B_B B_K - a_B a_K B_{BK}^2; \quad b_3 = A_B B_K - a_K A_K B_{BK}; \quad b_4 = B_B A_K - a_B A_B B_{BK};$$

$$b_5 = B_K - a_K B_{BK}; \quad b_6 = A_B - A_K; \quad b_7 = B_B - a_B B_{BK};$$

$$a_B = \frac{c^B}{k_B} \frac{D_B}{D_{BK}}; \quad a_K = \frac{c^K}{k_B} \frac{D_K}{D_{BK}}.$$

Найдем усредненные по сечению канала выражения для теплового потока и гидродинамической скорости. Из решения (3) следует, что во всей области течения справедливо соотношение $\pi_{rz}(r) = -\frac{r}{2} \frac{dp}{dz}$, подставляя которое в (4), интегрируя полученное соотношение по r и усредняя по сечению капилляра, получаем

$$(11) \quad \frac{m}{2} (\langle s_{zrr} \rangle + \langle s_{z\varphi\varphi} \rangle) + \frac{2}{5} \langle q_z^\pi \rangle + p_0 \langle u_z \rangle = L_1,$$

$$L_1 = m s_{zrr}(R) + \frac{2}{5} q_z^\pi(R) + p_0 u_z(R) - \frac{p_0 R^2}{8\eta} \frac{dp}{dz}, \quad \langle Q \rangle = \frac{2}{R^2} \int_0^R Q(r) r dr.$$

Усредняя также уравнение (5)–(9) по сечению капилляра, имеем

$$(12) \quad -\frac{4p_0}{3m\eta} \left(1 + \frac{10}{3\pi} b_1 \right) \langle q_z^\pi \rangle + \frac{20p_0}{3\pi m\eta} A_B \langle q_z^B \rangle + \frac{20p_0}{3\pi m\eta} A_K \langle q_z^K \rangle = L_2,$$

$$\frac{4n_0}{3\pi\eta} \frac{c^B}{k_B} A_B \langle q_z^\pi \rangle - \frac{n_0}{\eta} \left(\frac{\rho_0 D_B}{\eta} \right)^{-1} B_B \langle q_z^B \rangle - \frac{n_0}{\eta} \frac{c^B}{k_B} \left(\frac{\rho_0 D_{BK}}{\eta} \right)^{-1} B_{BK} \langle q_z^K \rangle = L_3,$$

$$\frac{4n_0}{3\pi\eta} \frac{c^K}{k_B} A_K \langle q_z^\pi \rangle - \frac{n_0}{\eta} \frac{c^K}{k_B} \left(\frac{\rho_0 D_{BK}}{\eta} \right)^{-1} B_{BK} \langle q_z^B \rangle - \frac{n_0}{\eta} \left(\frac{\rho_0 D_K}{\eta} \right)^{-1} B_K \langle q_z^K \rangle = L_4,$$

$$-\frac{15p_0}{2\eta} (\langle s_{zrr} \rangle + \langle s_{z\varphi\varphi} \rangle) = L_5,$$

где

$$L_2 = \frac{2}{R} [M_{zrrr}(R) + M_{zr\varphi\varphi}(R) + M_{zrzz}(R)] + \frac{5p_0^2}{m\eta_0} (k + \tau);$$

$$L_3 = \frac{2}{R} M_{rz}^B(R) + p_0 \frac{c^B}{mk_B} \tau; \quad L_4 = \frac{2}{R} M_{rz}^K(R) + p_0 \frac{c^K}{mk_B} \tau;$$

$$L_5 = \frac{2}{R} [3M_{zrrr}(R) + 3M_{zr\Phi\Phi}(R) - 2M_{zrzz}(R)].$$

Решение (14), (12) приводит к результатам

$$(13) \quad \langle u_z \rangle = \frac{1}{p_0} L_1 + \frac{m\rho_0}{5p_0^2} \chi^\pi L_2 + \frac{m}{p_0} \frac{k_B}{c^B} \chi^B L_3 + \frac{m}{p_0} \frac{k_B}{c^K} \chi^K L_4 + \frac{m\eta}{15p_0^2} L_5,$$

$$\langle q_z \rangle = \langle q_z^\pi \rangle + \langle q_z^B \rangle + \langle q_z^K \rangle = -\frac{m^2 \lambda^\pi}{5k_B p_0} L_2 - \frac{m \lambda^B}{n_0 c^B} L_3 - \frac{m \lambda^K}{n_0 c^K} L_4.$$

Неизвестные величины L_i на стенке канала находятся с помощью приближенного метода Лоялки [1—4].

Введем безразмерные величины $J_m^* = J_m/mJ_0 = 2\beta^{1/2} \langle u_z \rangle$, $J_q^* = J_q/k_B T_0 J_0 = 2\beta^{1/2} p_0^{-1} \langle q_z \rangle$, где J_m и J_q — соответствующие усредненные потоки массы и тепла, отнесенные к единице площади сечения капилляра, а $J_0 = n_0/2\beta^{1/2}$. Тогда, согласно принципам термодинамики необратимых процессов [22], $J_m^* = -L_{mm}kR - L_{mq}\tau R$, $J_q^* = -L_{qm}kR - L_{qq}\tau R$. Общие выражения для коэффициентов L_{ik} следуют из (13) при использовании явных выражений для L_n ($n = 1-5$) и имеют вид

$$L_{mm} = \frac{\delta}{4} + (2 - \kappa) \left[\frac{1}{\sqrt{\pi}} + \frac{\sqrt{\pi}}{4} \frac{(2 - \kappa)}{\kappa} \right] + \frac{\kappa}{5} \left(1 + \frac{\rho_0}{\eta} \chi^\pi \right) \frac{1}{\delta} -$$

$$- \frac{\kappa}{\sqrt{\pi}} \left[\frac{4}{25} \left(\frac{\rho_0}{\eta} \chi^\pi + \frac{13}{6} \right) + \frac{12}{25} \left(\frac{\rho_0}{\eta} \chi^\pi \right)^2 + \frac{k_B}{c^B} \left(\frac{\rho_0}{\eta} \chi^B \right)^2 + \frac{k_B}{c^K} \left(\frac{\rho_0}{\eta} \chi^K \right)^2 \right] \frac{1}{\delta^2},$$

$$L_{mq} = L_{qm} = -\frac{(2 + \kappa) m \lambda^\pi}{10k_B \eta \delta} + \frac{\kappa m \rho_0}{\sqrt{\pi} \eta^2 k_B} \left[\frac{12}{25} \lambda^\pi \frac{\eta}{\rho_0} \left(\frac{\rho_0}{\eta} \chi^\pi + \frac{1}{6} \right) + \right.$$

$$\left. + \frac{k_B}{c^B} \lambda^B \chi^B + \frac{k_B}{c^K} \lambda^K \chi^K \right] \frac{1}{\delta^2},$$

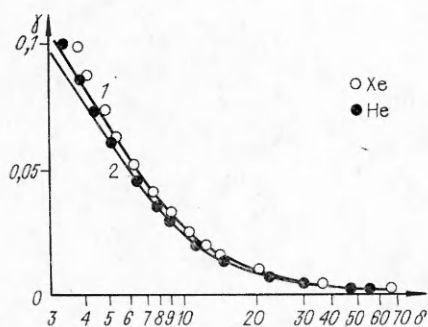
$$L_{qq} = \frac{\lambda m}{\eta k_B \delta} - \frac{\kappa m^2}{\sqrt{\pi} k_B^2 \eta^2} \left[\frac{12}{25} (\lambda^\pi)^2 + \frac{k_B}{c^B} (\lambda^B)^2 + \frac{k_B}{c^K} (\lambda^K)^2 \right] \frac{1}{\delta^2}.$$

Здесь $\delta = \beta^{1/2} p_0 R / \eta$ — обратное число Кнудсена; $\lambda = \lambda^\pi + \lambda^B + \lambda^K$. Заметим, что перекрестные коэффициенты L_{ik} удовлетворяют соотношению взаимности Онзагера ($L_{mq} = L_{qm}$).

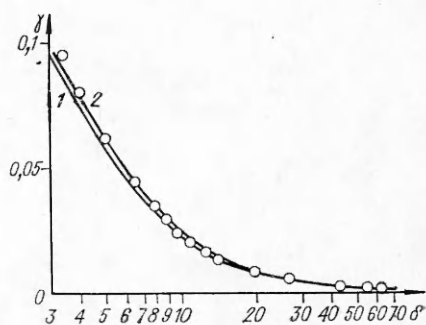
Эффект ТРД. Относительная величина термомолекулярной разности давлений Δp , возникающей на концах капилляра при фиксированной разности температур ΔT , определяется выражением $\gamma = \frac{\Delta p/p_0}{\Delta T/T_0} = -\frac{L_{mq}}{L_{mm}}$.

Для проведения непосредственного сравнения теоретических и экспериментальных результатов можно упростить полученные выше выражения для L_{mm} и L_{mq} с учетом различия в порядках характерных времен релаксации для вращательных и колебательных степеней свободы.

Заметим прежде всего, что вкладом колебательных степеней свободы в γ для большинства двухатомных газов (N_2 , O_2 , CO и т. д.) при комнатных температурах можно пренебречь из-за малой колебательной теплоемкости ($c^K/k_B \ll 1$). Вместе с тем для большинства двухатомных и многоатомных газов в широком диапазоне температур выполняется условие $1 \ll Z_B \ll Z_K$. Наряду с Z_K^{-1} , по-видимому, малы и значения Z_{BK}^{-1} , D_B/D_{BK} , D_K/D_{BK} , вклад которых определяется достаточно редкими столкновениями, сопровождающимися одновременными переходами как по вращательному, так и по колебательному спектру [20]. В этом случае даже при $c^K/k_B \sim 1$ в выражениях для L_{mm} и L_{mq} можно опустить члены, содержащие χ^K и пропорциональные указанным малым параметрам, и по той же причине



Р и с. 1



Р и с. 2

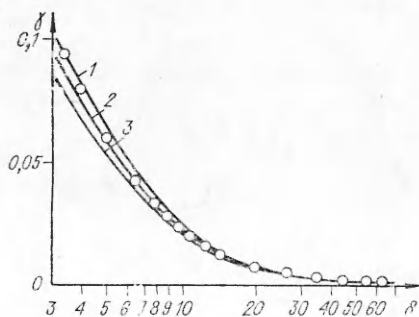
упростить выражения для λ^{II} , λ^{S} , χ^{II} , χ^{S} , которые совпадут с выражениями (14) и (15) работы [1], где рассматривался только один вид внутренних степеней свободы.

Таким образом, в широком диапазоне температур зависимость эффекта ТРД от внутреннего состояния молекул характеризуется его зависимостью от параметров $c^{\text{B}}/k_{\text{B}}$, Z_{B} , $\rho_0 D_{\text{B}}/\eta$, которые определяются лишь вращательными степенями свободы молекул.

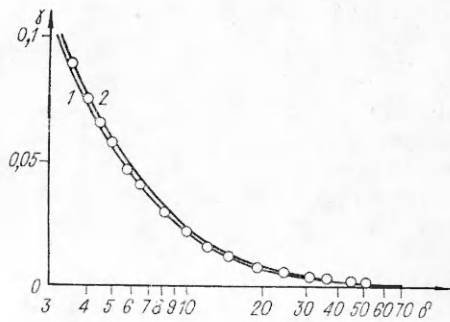
На рис. 1—5 сравниваются теоретические и экспериментальные значения γ в зависимости от обратного числа Кнудсена для $\delta \geq 3$ ($\text{Kn} \leq 0,33$). При этом использовались экспериментальные результаты* по эффекту ТРД, измеренному при течении газа в круглых цилиндрических капиллярах для малой разности температур в объемах ($\Delta T = 20\text{K}$ при $T_1 = 273,2\text{ K}$) [23].

Как видно из рис. 1, экспериментальные данные для одноатомных газов хорошо описываются теоретическими зависимостями до $\text{Kn} \leq 0,2$ при $\kappa = 1$ (линия 1) для Хе и $\kappa = 0,9$ (линия 2) для Не. Такие же значения коэффициента аккомодации тангенциального импульса следуют из измерений пуазейлевского потока в области вязкого режима со скольжением ($\kappa = 0,895 \pm 0,004$ для Не и $\kappa = 1,010 \pm 0,040$ для Хе [24]). Отклонение теоретических кривых от экспериментальных значений при $\text{Kn} \geq 0,2$ связано, очевидно, с областью применимости решения, полученного в настоящей работе.

На рис. 2 представлены экспериментальные значения γ в зависимости от δ для молекулярного азота. Здесь же нанесены теоретические кривые, рассчитанные по формулам настоящей работы для $Z_{\text{B}} = 3$ и 6 (линии 1, 2) и $D_{\text{B}} = D_{11}$ (D_{11} — коэффициент самодиффузии ($\rho_0 D_{11}/\eta = 1,32$)). Значения $\kappa = 0,92$ для N_2 бралось из [24]. Можно отметить удовлетворительное совпадение результатов в диапазоне $Z_{\text{B}} = 3-6$. Указанные



Р и с. 3



Р и с. 4

* Авторы благодарны А. Н. Кулеву за предоставление данных по измерению эффекта ТРД для ряда газов.

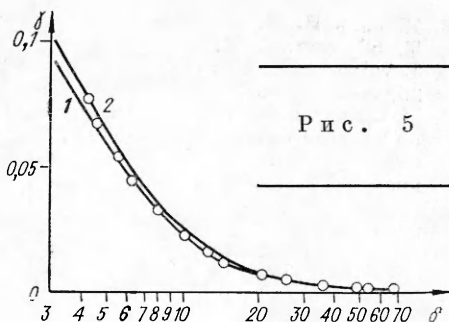
значения хорошо согласуются с данными ультразвуковых измерений ($Z_B = 4,3$ [25, 26], $5,8$ [27]). С учетом экспериментальной погрешности ($\sim 1,5\%$ [23]) наблюдающееся разрешение теоретических кривых при $Z_B \geq 3$ не дает возможности определять Z_B с большей точностью.

Рис. 3 на примере азота иллюстрирует возможность использования эффекта ТРД для определения κ при известных значениях Z_B ($Z_B = 4,3$). Видно, что разрешение кривых в зависимости от κ оказывается в этом случае более заметным (линии 1—3 для $\kappa = 1; 0,9; 0,8$).

На рис. 4 приводятся результаты сравнения для двуоксида углерода. По данным ультразвуковых измерений [28] для CO_2 значения Z_B лежат в диапазоне $\sim 1,3-2$. Показанные на рис. 4 теоретические зависимости построены для $Z_B = 1,5; 2$ (линии 1, 2). Как следует из [29], при $Z_B \leq 2,5$ необходимо учитывать, что $\bar{D}_v \neq \bar{D}_{11}$, поэтому при расчете γ отношение D_v/D_{11} вычислялось с помощью приближенной формулы [29] $D_v/D_{11} = 1 + 0,27Z_B^{-1} - 0,44Z_B^{-2} - 0,90Z_B^{-3}$.

Удовлетворительное совпадение теоретических и экспериментальных значений имеет место при $Z_B = 1,5$ для $\kappa = 1,0$ [24].

На рис. 5 представлены результаты для метана. Данные ультразвуковых измерений дают $Z_B = 10,0$ [27]. Теоретические кривые построены для $\kappa = 0,9; 1$ (линии 1, 2) при $Z_B = 10$. Сравнение показывает, что экспериментальные данные удовлетворительно согласуются с теоретической зависимостью при $\kappa = 0,9$.



ЛИТЕРАТУРА

1. Жданов В. М., Зазноба В. А. Неизотермическое течение разреженного многоатомного газа в канале // ПМТФ.— 1985.— № 3.
2. Жданов В. М., Зазноба В. А. Течение газа в плоском канале при промежуточных числах Кнудсена. Молекулярная газовая динамика и динамика разреженного газа // Материалы VII Всесоюз. конф. по молекулярной газовой динамике и динамике разреженного газа.— М., 1985.— Ч. 2.
3. Жданов В. М., Зазноба В. А. Неизотермическое течение газовой смеси в канале при промежуточных числах Кнудсена // ПММ.— 1981.— Т. 45, вып. 6.
4. Жданов В. М., Зазноба В. А. Неизотермическое течение разреженного газа в круглом цилиндрическом канале // Инж.-физ. журн.— 1983.— Т. 44, № 5.
5. Mason E. A. Molecular relaxation times from thermal transpiration measurements // J. Chem. Phys.— 1963.— V. 39, N 3.
6. Ganzl G., Sandler S. I. Determination of thermal transport properties from thermal transpiration measurements // J. Chem. Phys.— 1971.— V. 55, N 1.
7. Tao J. C., Ganzl G. C., Sandler S. I. Determination of thermal transport properties from thermal transpiration measurements II // J. Chem. Phys.— 1972.— V. 56, N 8.
8. Malinauskas A. P., Gooch J. W. Jr. et al. Rotational collision numbers of N_2 , O_2 , CO , and CO_2 from thermal transpiration measurements // J. Chem. Phys.— 1970.— V. 53, N 4.
9. Butherus T. F., Storvick T. S. Rotational collision numbers and the heat conductivity of nitrogen gas from thermal transpiration measurements to 1250K // J. Chem. Phys.— 1974.— V. 60, N 1.
10. Millat J. von., Opel G. Rotationsstosszahlen und Wärmeleitfähigkeitskoeffizienten aus Messungen der thermomolekularen Druckdifferenz-Stickstoff // Z. phys. Chemie.— 1984.— Bd 265, N 1.
11. Чермянинов И. В., Черняк В. Г., Кулев А. Н. Процессы тепло- и массопереноса многоатомного газа в цилиндрическом капилляре при произвольных числах Кнудсена // Инж.-физ. журн.— 1984.— Т. 47, № 1.
12. Healy R. N., Storvick T. S. Rotational collision numbers and euchen factors from thermal transpiration measurements // J. Chem. Phys.— 1969.— V. 50, N 3.
13. Gupta A. D., Storvick T. S. Analysis of the heat conductivity data for polar and non-polar gases using thermal transpiration measurements // J. Chem. Phys.— 1970.— V. 52, N 2.
14. Mason E. A., Evans R. B. III, Watson G. M. Gaseous diffusion in porous media. III. Thermal transpiration // J. Chem. Phys.— 1963.— V. 38, N 8.

15. Жданов В. М. К кинетической теории многоатомного газа // ЖЭТФ.— 1967.— Т. 53, вып. 6(12).
16. Loyalka S. K. The slip problems for a simple gas // Z. Naturforsch.— 1971.— Bd 26A.— S. 964.
17. Malinauskas A. P. Thermal transpiration rotational relaxation numbers for nitrogen and carbon dioxide // J. Chem. Phys.— 1966.— V. 44, N 3.
18. Судник В. М. Обзор теоретических и экспериментальных работ по определению времени релаксации вращательной энергии в некоторых многоатомных газах // Исследование процессов тепло- и массопереноса в веществах различного агрегатного состояния.— Минск, 1977.
19. Loyalka S. K., Storvick T. S., Lo S. S. Thermal transpiration and mechanocaloric effect. IV. Flow of a polyatomic gas in a cylindrical tube // J. Chem. Phys.— 1982.— V. 76, N 8.
20. Алиевский М. Я. Релаксация, распространение звука и процессы переноса в молекулярных газах // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1970.— № 5.
21. Алиевский М. Я. Теплопроводность газа двухатомных колебательно-возбужденных молекул // ТВТ.— 1976.— Т. 14, № 3.
22. Гроот С. де, Мазур П. Неравновесная термодинамика.— М.: Мир, 1964.
23. Porodnov B. T., Kulev A. N., Tuchvetov F. T. Thermal transpiration in a circular capillary with a small temperature difference // J. Fluid Mech.— 1978.— V. 88, pt 4.
24. Porodnov B. T., Suetin P. E. et al. Experimental investigation of rarefied gas flow in different channels // J. Fluid Mech.— 1974.— V. 64, pt 3.
25. Carnevale E. H., Carey C., Larson G. Ultrasonic determination of rotational collision numbers and vibrational relaxational times of polyatomic gases at high temperatures // J. Chem. Phys.— 1967.— V. 47, N 8.
26. Жданов В. М. К расчету кинетических коэффициентов молекулярных газов по данным ультразвуковых измерений // ТВТ.— 1977.— Т. 15, № 2.
27. Prangma G. J., Alberga A. H., Beenakker J. J. M. Ultrasonic determination of the volume viscosity of N₂, CO, CH₄, and CD₄ between 77 and 300°K // Physica.— 1973.— V. 64, N 2.
28. Holmes R., Jones G. R., Lawrence R. Rotational relaxation in carbon dioxide and nitrous oxide // J. Chem. Phys.— 1964.— V. 41, N 9.
29. Sandler S. I. Thermal conductivity of polyatomic gases // Phys. Fluids.— 1968.— V. 11, N 12.

Поступила 24/III 1986 г.

УДК 532.529.5/6

ГАЗОДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИСПАРИТЕЛЬНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ С ЖИДКОСТЬЮ

А. Ф. Витиас, Ю. И. Сенцов

(Москва)

При больших плотностях излучения, когда тепловая модель поверхностного испарения становится неприменимой, испарение и движение образующегося пара можно рассматривать в рамках газодинамического описания течения среды [1]. Если для металлических жидкостей порог применимости тепловой модели соответствует интенсивности $I = 10^8 - 10^9$ Вт/см² [2], то для диэлектрических жидкостей он на 5—6 порядков меньше и обусловлен началом флуктуационного парообразования жидкости [3].

Газодинамическое описание испарительного режима взаимодействия светового излучения с веществом основывается на решении газодинамических уравнений, в которых фазовое превращение учитывается или в замене уравнения состояния жидкости уравнением состояния пара, когда фазовый переход происходит без границы раздела [4], или в противном случае посредством введения сильного газодинамического разрыва, заменяющего область фазового превращения [1]. Первый подход в отличие от второго соответствует большим интенсивностям лазерного излучения, при которых фазовая траектория среды проходит выше кривой фазового равновесия.

В [5] в рамках использования газодинамического разрыва рассмотрена задача о взаимодействии излучения ($\lambda = 10,6$ мкм) с водой и о течении образующегося пара в атмосфере окружающего воздуха. При этом использовалось условие Жуке — равенство скорости истечения местной скорости звука, которое в общем случае переменной интенсивности или большого противодавления неверно.

В данной работе численным методом Годунова в подвижных сетках [6] решается задача об испарении воды и движении образующегося пара в атмосфере окружающего воздуха при нестационарной зависимости падающего излучения. В отличие от [5] в модели получены из рассмотрения неадиабатического распада границы раздела жидкость — пар под действием излучения общие соотношения для газодинамических параметров пара над поверхностью жидкости, которые являются граничными условиями в задаче о течении пара в атмосфере окружающего воздуха.