

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ ЛЕОНТОВИЧА ДЛЯ РАСЧЕТА ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ОТ НЕСТАЦИОНАРНОГО ГАММА-ИСТОЧНИКА

Л. П. Горбачев, А. Ю. Матрончик

(Москва)

1. Нестационарный источник гамма-квантов, находящийся на границе воздуха с проводящим полупространством, возбуждает в окружающем пространстве электромагнитное поле в радиочастотном диапазоне. Задача расчета основных параметров этого поля неоднократно рассматривалась (см. обзор [1]). Как известно [1—4], механизм радиационного образования электромагнитного излучения сводится к следующим основным процессам: гамма-кванты, неупруго рассеиваясь на молекулах среды (в данном случае воздуха), создают ток комптоновских электронов. Электроны, распространяясь в основном в радиальном направлении от источника, ионизируют воздух, и в нем появляются обратные токи проводимости. Образовавшаяся система электрических токов формирует нестационарное электромагнитное поле, параметры которого определяются характеристиками гамма-источника и окружающего пространства. В частности, существенное влияние на параметры радиоизлучения оказывают электрические характеристики подстилающей поверхности: относительная диэлектрическая проницаемость ϵ_0 и электропроводность σ_0 .

В [2], где разрабатывался численный метод решения рассматриваемой проблемы, проводимость подстилающей поверхности полагалась равной бесконечности ($\sigma_0 = \infty$). В этом случае тангенциальная компонента электрического поля на границе проводящего полупространства обращается в нуль и угловая зависимость в уравнениях Максвелла отделяется, что позволяет свести двумерную по пространству задачу к ряду одномерных нестационарных задач.

В [3, 4] предпринята попытка учесть реальные характеристики подстилающей поверхности ϵ_0 и $\sigma_0 = \text{const} \neq \infty$. В этих работах тангенциальные компоненты электромагнитного поля на границе раздела воздух — грунт задавались непрерывными и, следовательно, электромагнитное поле приходилось рассчитывать в воздухе и грунте, что привело к значительному усложнению задачи и большим затратам машинного времени. На основании результатов расчетов, проведенных в [3], можно сделать вывод, что учет конечной электропроводности грунта приводит к уменьшению амплитуды радиосигнала не более чем в 2 раза. Это также следует из простых физических соображений — при $\sigma_0 = \infty$ излучающий электрический ток в 2 раза больше (за счет отражения от идеально проводящей поверхности), чем ток в случае, когда подстилающая поверхность — диэлектрик.

Отсюда заключаем, что рассматриваемую задачу нужно решать более простым способом: путем разложения по малому параметру, зависящему от проводимости подстилающей поверхности σ_0 , причем в нулевом приближении решение должно совпадать с результатами [2]. Цель данной работы — разработка общей схемы численного решения нестационарной задачи о генерации радиоизлучения гамма-источником, находящимся на границе проводящего полупространства, и получение частного аналитического решения этой задачи для случая маломощного гамма-источника.

2. Пусть нестационарный источник гамма-квантов находится непосредственно на подстилающей поверхности и включается в момент времени $t = 0$. Выберем сферическую систему координат (r, φ, z) , начало которой поместим в центр источника, а полярную ось направим перпендикулярно подстилающей поверхности. Вместо абсолютного времени t введем местное время $\tau = t - r/c$, где c — скорость света. Так как задача обладает аксиальной симметрией, то систему уравнений Максвелла в воздухе запишем в виде

$$(2.1) \quad \begin{aligned} \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \vec{B}_\varphi) &= \frac{1}{c} \frac{\partial E_r}{\partial \tau} + \frac{4\pi}{c} [\sigma(r, \tau) E_r + j(r, \tau)], \\ -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r B_\varphi) + \frac{1}{c} \frac{\partial B_\varphi}{\partial \tau} &= \frac{1}{c} \frac{\partial E_\theta}{\partial \tau} + \frac{4\pi}{c} \sigma(r, \tau) E_\theta, \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r E_\theta) - \frac{1}{c} \frac{\partial E_\theta}{\partial \tau} - \frac{1}{r} \frac{\partial E_r}{\partial \theta} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial B_\varphi}{\partial \tau}, \end{aligned}$$

где $j(r, \tau)$ — ток комптоновских электронов; $\sigma(r, \tau)$ — проводимость ионизированного воздуха. Компоненты электромагнитного поля должны удовлетворять начальным условиям $E_r = E_\theta = B_\varphi = 0$ при $\tau < 0$. Вследствие того что гамма-источник окружен идеально проводящей сферой ра-

диуса r_0 , справедливо граничное условие $E_\theta(r = r_0, \tau, \theta) = 0$. Область генерации электромагнитного поля, где существует излучающий ток $j + \sigma E_r$, ограничена радиусом $r = a$ ($a > r_0$).

Для решения внешней электромагнитной задачи в данной работе предлагается использовать граничное условие Леонтовича, которое позволяет совершенно не рассматривать поле внутри проводящего полупространства. Согласно [5], это условие для фурье-компонент поля определяется при $\theta = \pi/2$ как

$$(2.2) \quad E_r(r, \omega) = \zeta(\omega) B_\varphi(r, \omega),$$

где $\zeta(\omega) = (\epsilon_0 - 4\pi i \sigma_0 / \omega)^{-1/2}$ — поверхностный импеданс, при этом должно выполняться ограничение $|\zeta(\omega)| \ll 1$. Отметим, что импеданс зависит от вида земной поверхности. Так как характерные частоты радиоизлучения относятся к области частот меньше $\omega_1 \approx 1$ МГц [3], то в соответствии с [6] в этом диапазоне электрические параметры подстилающей поверхности не зависят от ω и изменяются в пределах от $\epsilon_0 = 3$, $\sigma_0 = 10^3 \text{ с}^{-1}$ для сухой почвы до $\epsilon_0 = 75$, $\sigma_0 = 5 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$ для морской воды.

Для решения исходной системы уравнений (2.1) нельзя воспользоваться методом Фурье, и поэтому граничное условие (2.2) необходимо записать во временной форме. Как показано в [5], это можно сделать следующим образом:

$$(2.3) \quad E_r(r, \tau) = \int_0^\tau d\tau' \zeta(\tau - \tau') B_\varphi(r, \tau'),$$

причем

$$E_r, B_\varphi(r, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} E_r, B_\varphi(r, \omega) e^{i\omega\tau}.$$

Поверхностный импеданс во временной форме $\zeta(\tau)$ определяется по формуле

$$\zeta(\tau) = \frac{1}{2\pi \sqrt{\epsilon_0} \tau} \int_{-x_1}^{x_1} dx \sqrt{\frac{x}{x - ix_0}} e^{ix}, \quad x_0 = 4\pi \frac{\sigma_0}{\epsilon_0} \tau, \quad x = \omega\tau,$$

которая легко рассчитывается в двух случаях: $\sqrt{\epsilon_0} \gg 1$ и $\sqrt{\epsilon_0} \sim 1$. Если $\sqrt{\epsilon_0} \gg 1$, то, полагая $x_1 = \infty$, вычисляем интеграл с помощью теоремы о вычетах и получаем

$$\zeta_1(\tau/\tau_0) = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0} \tau_0} e^{-\tau/\tau_0} [I_0(\tau/\tau_0) - I_1(\tau/\tau_0)],$$

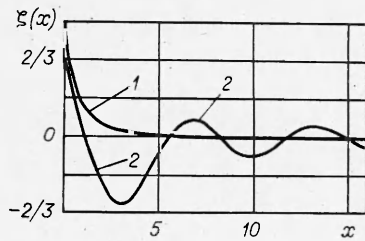
где $\tau_0 = \epsilon_0 / 2\pi\sigma_0$; I_0, I_1 — модифицированные функции Бесселя. Когда $\sqrt{\epsilon_0} \sim 1$ и $x_1 = \omega_1\tau \ll x_0$, то импеданс выражается через интегралы Френеля S и C :

$$\zeta_2(\omega_1\tau) = \frac{1}{(2\pi\tau)^{3/2} \sqrt{\sigma_0}} \left\{ \sqrt{\omega_1\tau} (\sin \omega_1\tau + \cos \omega_1\tau) - \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left[S \left(\sqrt{\frac{2\omega_1\tau}{\pi}} \right) + C \left(\sqrt{\frac{2\omega_1\tau}{\pi}} \right) \right] \right\}.$$

Графики полученных временных зависимостей поверхностного импеданса представлены на рисунке, где кривая I соответствует

$$\zeta(x) = \sqrt{\epsilon_0} \tau_0 \zeta_1 \left(\frac{\tau}{\tau_0} \right), \quad x = \frac{\tau}{\tau_0}, \quad 2 - \zeta(x) = \left(\frac{2\pi}{\omega_1} \right)^{3/2} \sqrt{\sigma_0} \zeta_2(\omega_1\tau), \quad x = \omega_1\tau.$$

Теперь краевая задача (2.1), (2.3) с начальными и граничными условиями определена полностью. Решение этой задачи ищем в виде разложе-



ния по малому параметру $\zeta(\tau)/\omega_1 \ll 1$:

$$E_r, E_\theta, B_\varphi = E_r^0, E_\theta^0, B_\varphi^0 + E_r^1, E_\theta^1, B_\varphi^1 + \dots$$

В нулевом приближении граничное условие (2.3) имеет вид $E_r^0 = 0$ при $\theta = \pi/2$ и задача сводится к известной [2], в которой подстилающая поверхность считается идеально проводящей и ток комптоновских электронов записывается выражением

$$j = j(r, \tau) \begin{cases} 1, & 0 \leq \theta \leq \pi/2, \\ -1, & \pi/2 \leq \theta \leq \pi. \end{cases}$$

Тогда решение задачи ищется путем разложения комптоновского тока и искомых функций по полиномам Лежандра:

$$j = j(r, \tau) \sum_{l=1}^{\infty} C_l P_l(\cos \theta), \quad E_r^0 = \sum_{l=1}^{\infty} E_{rl}^0(r, \tau) P_l(\cos \theta),$$

$$E_\theta^0 = \frac{1}{r} \sum_{l=1}^{\infty} E_{\theta l}^0(r, \tau) P_l^1(\cos \theta), \quad B_\varphi^0 = \frac{1}{r} \sum_{l=1}^{\infty} B_{\varphi l}^0(r, \tau) P_l^1(\cos \theta),$$

где $P_l^1(\cos \theta)$ — присоединенный полином Лежандра; коэффициенты C_l выражаются через гамма-функции

$$C_l = [1 - (-1)^l] \frac{2l+1}{4} \sqrt{\pi} / \Gamma\left(\frac{2-l}{2}\right) \Gamma\left(\frac{3l+1}{4}\right).$$

Коэффициенты разложения $E_{rl}^0, E_{\theta l}^0, B_{\varphi l}^0$ рассчитываются путем численного интегрирования системы одномерных нестационарных уравнений (см. [2]).

После решения задачи в нулевом приближении легко рассчитать любое i -е приближение, используя известное решение для $(i-1)$ -го приближения, $i = 1, 2, \dots$. Граничное условие (2.3) в этом случае

$$E_r^i(r, \tau) = \int_0^\tau d\tau' \zeta(\tau - \tau') B_\varphi^{i-1}(r, \tau') \quad \text{при } \theta = \pi/2.$$

Вместо компоненты электромагнитного поля E_r^i вводим новую функцию $F_r^i(r, \tau, \theta) = E_r^i(r, \tau, \theta) - \int_0^\tau d\tau' \zeta(\tau - \tau') B_\varphi^{i-1}(r, \tau', \theta = \frac{\pi}{2})$. Тогда система уравнений Максвелла записывается в виде

$$\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta B_\varphi^i) = \frac{1}{c} \frac{\partial F_r^i}{\partial \tau} + \frac{4\pi}{c} [\sigma(r, \tau) F_r^i + j^i(r, \tau)],$$

$$-\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r B_\varphi^i) + \frac{1}{c} \frac{\partial B_\varphi^i}{\partial \tau} = \frac{1}{c} \frac{\partial E_\theta^i}{\partial \tau} + \frac{4\pi}{c} \sigma(r, \tau) E_\theta^i,$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r E_\theta^i) - \frac{1}{c} \frac{\partial E_\theta^i}{\partial \tau} - \frac{1}{r} \frac{\partial F_r^i}{\partial \theta} = -\frac{1}{c} \frac{\partial B_\varphi^i}{\partial \tau},$$

где $j^i(r, \tau) = \left[\sigma(r, \tau) + \frac{1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial \tau} \right] \int_0^\tau d\tau' \zeta(\tau - \tau') B_\varphi^{i-1}(r, \tau')$, $r \leq a$;

если $r > a$, то $j^i(r, \tau) = 0$.

Функция F_r^i удовлетворяет граничному условию $F_r^i = 0$ при $\theta = \pi/2$. Таким образом, постановка краевой задачи в i -м приближении аналогична постановке в нулевом приближении с заменой величин $j, E_r^0, E_\theta^0, B_\varphi^0$ на

величины $j^i, F_r^i, E_\theta^i, B_\varphi^i$ соответственно. Поэтому решение задачи в i -м приближении следует проводить по схеме, изложенной выше.

Рассмотренный общий метод численного решения задачи об электромагнитном излучении гамма-источника, находящегося на границе воздуха с проводящим полупространством, отличается от метода, использованного в [3]. Во-первых, в качестве нулевого приближения в предложенном методе берется известное решение [2], которое имеет хорошее соответствие с реальными результатами, особенно в случае, когда проводимость поверхности близка к идеальной. Во-вторых, двумерная по пространству задача сводится при использовании граничных условий Леонтовича к нескольким одномерным, и, в-третьих, данное решение задачи может быть легко обобщено на случай, когда импеданс подстилающего полупространства зависит от поверхностного распределения электрических параметров ϵ_0 и σ_0 .

3. Исследуемая задача решается аналитически в одном частном случае, для чего необходимо, чтобы токи проводимости были много меньше комптоновского тока. Это требование выполняется для маломощного гамма-источника [7].

В системе уравнений (2.1) положим $\sigma = 0$. Тогда для фурье-компонент электромагнитного поля $E_r, E_\theta, B_\varphi(r, \omega, \theta)$ имеем

$$\frac{1}{r \sin \zeta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta B_\varphi) = \frac{i\omega}{c} E_r + \frac{4\pi}{c} j(r, \omega),$$

$$-\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r B_\varphi) = \frac{i\omega}{c} (E_\theta - B_\varphi), \quad \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r E_\theta) - \frac{1}{r} \frac{\partial E_r}{\partial \theta} = \frac{i\omega}{c} (E_\theta - B_\varphi).$$

Граничные условия: $E_\theta = 0$ при $r = r_0$, $E_r = \zeta(\omega) B_\varphi$ для $\theta = \pi/2$, $E_r(\tau), E_\theta(\tau), B_\varphi(\tau) = 0$ при $\tau < 0$. Решение этой краевой задачи ищем в виде разложения по малому параметру $|\zeta(\omega)| \ll 1$. Расчет любого n -го приближения задачи ($n = 0, 1, \dots$) проводится по изложенной выше общей схеме. Для фурье-компоненты магнитного поля $B_{\varphi l}^n = B_l^n e^{ikh r}$ получаем уравнение ($k = \omega/c$)

$$(3.1) \quad r^2 \frac{d^2 B_l^n}{dr^2} + [(kr)^2 - l(l+1)] B_l^n = -\frac{4\pi}{c} C_l j^n(r, \omega) e^{-ikr},$$

причем

$$j^n(r, \omega) = \begin{cases} j(r, \omega), & n = 0, \\ ik \frac{c}{4\pi} \zeta(\omega) B_\varphi^{n-1} \left(r, \omega, \theta = \frac{\pi}{2} \right), & n = 1, 2, \dots, \quad r \leq a, \\ 0, & n = 1, 2, \dots, \quad r > a. \end{cases}$$

Функции B_l^n должны удовлетворять граничному условию $dB_l^n/dr = 0$ при $r = r_0$. Уравнение (3.1) имеет единственное решение, определенное с помощью решения однородного уравнения [8]:

$$(3.2) \quad B_l^n(r, \omega) = \frac{4\pi}{c} C_l r^{l+1} \left[\left(\frac{1}{kr} \frac{d}{dr} \right)^{l+1} e^{ikr} \right] \int_{r_1}^r dy \left\{ y^{l+1} \left[\left(\frac{1}{ky} \frac{d}{dy} \right)^{l+1} e^{iky} \right] \right\}^{-2} \times$$

$$\times \int_y^{r_2} dx j^n(x, \omega) e^{-ikx} x^{l+1} \left[\left(\frac{1}{kx} \frac{d}{dx} \right)^{l+1} e^{ikx} \right].$$

Параметр r_1 выражается через r_0 из равенства $dB_l^n/dr(r = r_0) = 0$, а r_2 определяется из условия обращения в нуль $B_\varphi(\tau)$ при $\tau < 0$. Компоненты электромагнитного поля в n -м приближении записываются через функции $B_l^n(r, \omega)$ как

$$(3.3) \quad B_\varphi^r(r, \omega, \theta) = \frac{e^{ikr}}{r} \sum_{l=1}^{\infty} B_l^n(r, \omega) P_l^1(\cos \theta),$$

$$E_{\theta}^n(r, \omega, \theta) = i \frac{e^{ikr}}{kr} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{d}{dr} B_l^n(r, \omega) P_l^1(\cos \theta),$$

$$E_r^n(r, \omega, \theta) = -ik e^{ikr} \sum_{l=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{k^2} \frac{d^2}{dr^2}\right) B_l^n(r, \omega) P_l(\cos \theta) +$$

$$+ \zeta(\omega) B_{\varphi}^{n-1}(r, \omega, \theta = \pi/2),$$

где $B_{\varphi}^{-1} \equiv 0$.

Если электрический ток задать в виде ступенчатой функции [9]

$$j(r, \tau) = \begin{cases} \frac{\text{const}}{r^2}, & \tau > 0, \\ 0, & \tau \leq 0, \end{cases}$$

то в нулевом приближении ($\sigma_0 = \infty$) и для $l = 1$ выражения, рассчитанные по формулам (3.2), (3.3), совпадают с результатами [9], которые получены иным аналитическим методом.

Компоненты электромагнитного поля B_{φ}^0 и E_{θ}^0 могут быть легко рассчитаны для простой модели, когда $j(r, \tau) = j_0 \delta(\tau)/r^2$. Для $l = 1$ на подстилающей поверхности ($\theta = \pi/2$) имеем

$$B_{\varphi}^0(r, \tau) = 3\pi \frac{j_0}{rr_0} \left[\left(1 - \frac{r_0}{r}\right) \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \frac{c\tau}{r_0}\right) + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{\sqrt{3}} \left(1 + \frac{r_0}{r}\right) \sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \frac{c\tau}{r_0}\right) \right] \exp\left(-\frac{c\tau}{2r_0}\right),$$

$$E_{\theta}^0(r, \tau) = 3\pi \frac{j_0}{rr_0} \left(1 - \frac{r_0}{r}\right) \left[\cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \frac{c\tau}{r_0}\right) + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{\sqrt{3}} \left(1 + \frac{2r_0}{r}\right) \sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \frac{c\tau}{r_0}\right) \right] \exp\left(-\frac{c\tau}{2r_0}\right), \tau \geq 0, r \geq r_0 > 0.$$

Радиальная компонента $E_r^1(\theta = \pi/2)$ рассчитывается по формуле (2.3) с учетом того, что $\sqrt{\epsilon_0} \gg 1$ и $\tau_0 \ll r_0/c$, при этом интеграл вычисляется с помощью [10]:

$$E_r^1(r, \tau) = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0}} B_{\varphi}^0(r, \tau) [1 - e^{-\tau/\tau_0} I_0(\tau/\tau_0)].$$

Полученные в работе результаты могут быть использованы для составления программы численного расчета электромагнитного излучения и для уточнения параметров радиосигнала от маломощного гамма-источника.

ЛИТЕРАТУРА

1. Медведев Ю. А., Степанов Б. М., Федорович Г. В. Физика радиационного возбуждения электромагнитных полей. М.: Атомиздат, 1980.
2. Виленская Г. Г., Имшенник В. С. и др. Электромагнитное поле, возбуждаемое в воздухе нестационарным источником гамма-излучения, находящимся на идеально проводящей плоскости. — ПМТФ, 1975, № 3.
3. Арсенин В. Я., Думова А. А. и др. Об электромагнитном излучении от нестационарного источника гамма-квантов на поверхности с конечной электропроводностью. — ЖВММФ, 1981, т. 21, № 2.
4. Арсенин В. Я., Горбунов В. А. и др. О расчете электромагнитных полей от нестационарного источника гамма-квантов в самосогласованной модели. — ЖВММФ, 1982, т. 22, № 2.
5. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982.
6. Грудинская Г. П. Распространение радиоволн. М.: Высш. шк., 1975.
7. Барковский В. Н., Божоккин С. В. и др. Образование радиосигнала источником γ -излучения малой мощности в атмосфере. — Изв. вузов. Радиофизика, 1982, т. 25, № 9.

8. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: Наука, 1971.
9. Козлов Н. И. Точное решение одной задачи о распространении радиоимпульса в непроводящей среде.— В кн.: Численные методы решения задач математической физики. М.: Наука, 1966.
10. Прудников А. П., Брычков Ю. А., Маричев О. И. Интегралы и ряды. Специальные функции. М.: Наука, 1983.

Поступила 25/X 1984 г.

УДК 534.222.2

ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ, ВЫЗВАННОЕ УДАРНОЙ ВОЛНОЙ, РАСПРОСТРАНЯЮЩЕЙСЯ В КОНДЕНСИРОВАННОЙ СРЕДЕ

В. В. Сурков

(Москва)

Многими исследователями отмечалось возникновение электромагнитного поля при ударном сжатии твердых тел [1, 2]. Импульс тока во внешней цепи [1] и сигнал в приемной антенне [2] регистрировались с момента образования ударной волны (УВ) до выхода ее из образца. Наблюдались также электромагнитные возмущения земного поля в эпицентре землетрясений [3]. Это явление изучалось в [3—6] с целью прогноза землетрясений. Спектр сигнала приходится на область низких частот (до нескольких мегагерц), причем эффект наблюдается во всех веществах: металлах, диэлектриках, полупроводниках, пластине, песке и т. п., хотя в некоторых случаях явление имеет пороговый характер. Данный эффект объясняется движением различного рода дефектов структуры (точечных [1], дислокаций и трещин [5, 6]), а также электризацией породы в процессе разрушения [7—9].

В настоящей работе используется модель ударной поляризации вещества в УВ, аналогичная предложенной в [1]. Рассматривается почти сферическая УВ, причем учитывается зависимость степени поляризации от давления и уширения фронта УВ. Возникновение электромагнитного поля обусловлено поляризационными токами во фронте волны. Оценивается амплитуда сигнала на поверхности раздела двух сред (ближняя зона). Исследуется форма сигнала и особенности его спектра в зависимости от времени релаксации поляризации, характерного времени развития УВ, ее амплитуды и параметров среды.

Рассмотрим близкую к сферической УВ, распространяющуюся в слабопроводящем полупространстве. Считаем, что за фронтом УВ вещество поляризуется в радиальном направлении. Причем поляризация среды обладает слабой асимметрией, что может быть, например, связано с неоднородностью среды, неравномерным развитием трещиноватости, слабой несимметрией фронта УВ, влиянием силы тяжести и т. д. Не конкретизируя механизм поляризации среды, будем описывать ее выражением вида

$$(1) \quad P(r, \theta, t) P = P_0(r) (1 + \beta \cos \theta) (1 - e^{-(t-t_0)/\tau}) e^{-(t-t_0)/\tau_p} \eta(t - t_0),$$

где β — малый параметр, учитывающий асимметрию относительно некоторого направления; $t_0 = (r - a)/v$ — момент прихода УВ в данную точку r ; θ ; $v = \text{const}$; a — радиус, на котором формируется заряд на УВ; $\eta(t - t_0)$ — единичная функция; τ и τ_p — характерные времена нарастания и релаксации импульса поляризации. Влиянием движения вещества за фронтом УВ пренебрегаем. Амплитуда поляризации $P_0(r)$ в плоской УВ примерно пропорциональна давлению D на фронте, т. е. $P_0 = AD$ [1], где (например, для NaCl) $A \sim 3 \cdot 10^{-6}$ Кл/м² ГПа.

Учитывая, что пиковое давление в сферической УВ меняется с расстоянием по степенному закону, запишем

$$(2) \quad P_0(r) = AD_* (a/r)^n.$$

Здесь D_* — начальное давление на фронте УВ, показатель степени $n \approx 2$ для пластической волны, а для упругой $n \approx 1$. Длительность фронта УВ τ обратно пропорциональна амплитуде давления [10], поэтому можно принять $\tau = \tau_\phi (r/a)^n$. Характерное время $\tau_p \sim 10^{-3} - 10^{-6}$ с опре-