

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЧАСТИЦ ЖЕЛЕЗНОЙ ПЫЛИ В ЗОНЕ НЕСГОРЕВШЕЙ СМЕСИ ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ ПЛАМЕНИ В ВЕРТИКАЛЬНОМ КАНАЛЕ

А. Рахбари¹, А. Хагхири², М. Бруман¹, М. Бидабади¹

¹Отделение машиностроения, Иранский университет науки и технологии, Лаборатория исследования горения, Тегеран, Иран

²Отделение машиностроения, Исламский университет Азад, Нейриз, Иран, Ali_haghiri62@yahoo.com

Метод гомотопического анализа использован для определения профилей концентрации и скорости частиц при распространении пламени по двухфазной среде, состоящей из пылевидных микрочастиц железа и воздуха. Показано, что концентрация частиц возрастает при приближении к ведущему фронту горения. Рост концентрации частиц над зоной горения оказывает заметное влияние на нижний предел воспламенения пылевидного облака горючей смеси. Полученные результаты находятся в хорошем согласии с опубликованными экспериментальными данными.

Ключевые слова: метод гомотопического анализа, распространение пламени, двухфазное горение; концентрация пыли, термофоретическая сила.

ВВЕДЕНИЕ

Взрывы пыли сопровождаются распространением пламени по пылевым облакам в воздухе с возрастающей степенью разделения твердого горючего. Их опасность известна уже 150 лет [1]. Для различных отраслей промышленности, которые генерируют, обрабатывают или производят горючие пыли, необходимо знать потенциальную опасность их взрыва [2]. По мере увеличения числа процессов, связанных с обработкой пыли, приобретает всё большую актуальность создание методов предотвращения ее взрывов. Несмотря на значительные усилия, предпринимаемые для исследования взрываемости пылей, основные механизмы распространения пламени в пылевом облаке и возникновение взрыва изучены недостаточно [2–6].

В работах [7–10] проведено экспериментальное изучение поведения частиц железа за зоной горения и перед ней. На основе полученных результатов рассчитаны профили скорости и счетной концентрации (в дальнейшем, просто концентрация) частиц. Подобные исследования выполнены также авторами [11].

Они описали механизм распространения пламени по облаку пыли ликоподия. Принято считать, что частицы ликоподия равного размера, но оказалось, что в действительности пылевое облако ликоподия состоит из индивидуальных и агломерированных частиц. Соответственно форме частиц пламя имеет двойную структуру, включающую диффузионные пламена отдельных частиц (точечное пламя) и диффузионные пламена, окружающие несколько частиц (независимое пламя).

Авторы работы [12] провели исследование взрываемости металлических и других элементарных пылей, при этом основное внимание они уделили измерению температуры взрыва. Эти данные полезны для понимания основ горения пылевого облака и оценки опасности взрыва в индустрии минералов и металлов.

В работе [13] аналитически исследовано распространение пламени в облаке равномерно распределенных легкоиспаряющихся частиц ликоподия. Принимая во внимание различие температур газовой фазы и частиц, авторы проанализировали механизм образования структуры пламени. В другой своей работе [14] они представили новую аналитическую модель, которая позволяет прогнозировать тепловые потери и влияние числа Льюиса на горение частиц ликоподия.

В нашей предшествующей работе [15] были аналитически исследованы распространение пламени и структура зоны горения обла-

М. Bidabadi¹, А. Haghiri¹, А. Rahbari¹, М. Broumand¹.

¹Department of Mechanical Engineering; Iran University of Science and Technology; Combustion Research Laboratory, Tehran, Iran.

²Department of Mechanical Engineering, Neyriz Branch, Islamic Azad University, Neyriz, Young Researchers Club, Iran.

ка органической пыли. Выяснено влияние чисел Льюиса и Дамкёлера, а также испарения органических частиц на процесс горения. В [16] изучалось влияние термического излучения из области пламени на несгоревшую зону и было показано, что это играет существенную роль в усилении испарения и повышении скорости горения по сравнению со случаем, когда термическое излучение не учитывается.

Один из важных эффектов при распространении пламени по горючей смеси частиц пыли и воздуха — это влияние градиента температуры на динамическое поведение частиц. Этот эффект нашел многочисленные приложения в области технологии аэрозолей. Несмотря на то, что для понимания природы данного явления проведены многочисленные экспериментальные и теоретические исследования, все еще требуется большая работа, чтобы можно было точно предсказывать термофорез для системы газ — частицы, а также форму частиц и их ориентацию в каком-либо режиме течения.

При наличии градиента температуры небольшие частицы движутся в направлении, противоположном градиенту, что и приводит к термофорезу. Влияние последнего на поведение частиц сажи особенно существенно в зоне сажеобразования, где градиент температуры очень большой. Важность термофореза в переносе частиц сажи показана в работе [17] для диффузионных пламен. Его влияние на сферические частицы аэрозоля интенсивно изучалось в [18–20] в широком диапазоне температур при различных режимах течения.

В настоящей работе представлен теоретический анализ механизма распространения пламени по пылевому облаку микрочастиц железа. При этом особый акцент сделан на влияние силы термофореза при малых значениях числа Кнудсена — вблизи континуального предела. Анализ выполнен на основе лагранжева подхода с учетом таких физических механизмов, контролирующих перенос частиц, как силы гравитации, термофореза, плавучести и аэродинамического сопротивления.

1. ЛАГРАНЖЕВЫ УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦ ЖЕЛЕЗА

В работе полагалось, что микрочастицы железа взвешены в воздухе, пламя инициируется электрической искрой и затем распространяется вверх по горючей смеси пыли в вертикальном канале (рис. 1). Координаты отсчитываются

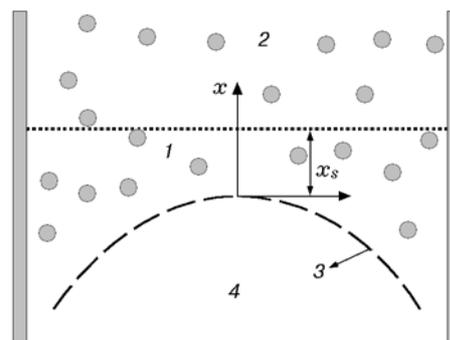


Рис. 1. Структура пламени горючей смеси микрочастиц железа и воздуха:

1 — зона прогрева, 2 — зона вторичного прогрева, 3 — фронт пламени, 4 — зона сгоревшего вещества

ваются от передней границы фронта пламени для того, чтобы измерять скорость частиц относительно него.

В лагранжевом подходе броуновское движение не учитывается и траектории индивидуальных частиц (координата и скорость как функции времени) определяются интегрированием системы обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\frac{dx_p}{dt} = U_{rel}, \quad m_p \frac{dU_{rel}}{dt} = F_d + F_g + F_b + F_t, \quad (1)$$

где x_p и m_p — координата и масса частицы соответственно; $U_{rel} = V_p - V_f$ — скорость частицы относительно передней границы фронта пламени, V_f — скорость распространения пламени, V_p — скорость частицы; F_d, F_g, F_b, F_t — силы гидродинамического сопротивления, гравитационная, выталкивающая и термофоретическая соответственно.

1.1. Сила гидродинамического сопротивления

Частица, движущаяся со скоростью, отличной от скорости окружающего ее газа, испытывает силу гидродинамического сопротивления. При низких значениях числа Рейнольдса сила сопротивления, действующая на жесткую сферу радиусом r_p , в приближении Стокса записывается в виде

$$F_d = 6\pi\mu r_p(V_f - V_p) = -6\pi\mu r_p U_{rel}. \quad (2)$$

Здесь μ — вязкость газа, V_f — скорость горения смеси микрочастиц железа.

1.2. Гравитационная и выталкивающая силы

Гравитационная и выталкивающая силы, действующие на сферическую частицу, даются выражением

$$F_g + F_b = -\frac{4}{3}\pi r_p^3(\rho_p - \rho_g)g. \quad (3)$$

Здесь ρ_p и ρ_g — плотности частицы и газа соответственно, g — ускорение силы тяжести. В уравнении (3) плотность газа обычно намного меньше плотности частицы. Гравитационная сила не зависит от средней траектории частицы.

При дальнейшем обсуждении рассматриваются два предельных случая, характеризующие природу взаимодействия частицы и газа:

1) в приближении сплошной среды для описания движения используются обычные уравнения гидродинамики;

2) в случае свободно-молекулярного течения необходимо учитывать столкновения отдельных молекул с частицами.

Разграничение между двумя этими режимами устанавливается путем сопоставления диаметра частицы с длиной свободного пробега в газе. Для этого обычно используют число Кнудсена:

$$\text{Kn} = \frac{2\lambda}{d_p}, \quad (4)$$

где d_p — диаметр частицы, λ — длина свободного пробега, задаваемая выражением

$$\lambda = \frac{\mu}{\varphi\rho_g\bar{c}}, \quad (5)$$

\bar{c} — средняя тепловая скорость молекул газа, вычисляемая по формуле

$$\bar{c} = \left(\frac{8RT}{\pi M}\right)^{\frac{1}{2}}, \quad (6)$$

R — универсальная газовая постоянная, T — температура газа, M — молекулярная масса газа. Значение безразмерного параметра φ зависит от кинетической модели, используемой для определения длины свободного пробега, в настоящей работе $\varphi = 0.491$ [21]. Большие значения числа Кнудсена ($\text{Kn} > 10$) соответствуют режиму свободно-молекулярного течения, в то время как малые значения ($\text{Kn} < 0.1$) — случаю сплошной среды.

1.3. Термофоретическая сила

Частицы, взвешенные в газе с градиентом температуры, испытывают силу, действующую в направлении уменьшения температуры. Движение частиц от «горячих» областей к «холодным» называется термофорезом. Принятое выражение для термофоретической силы, действующей на сферическую частицу, получено в [22]:

$$F_t = -3\pi\mu d_p\nu K_t \frac{\nabla T}{T_u}, \quad (7)$$

$$K_t = \frac{2C_s(k_g/k_p + C_t\text{Kn})}{(1 + 3C_m\text{Kn})(1 + 2k_g/k_p + 2C_t\text{Kn})}. \quad (8)$$

Здесь ∇T — градиент температуры в смеси частиц железа и воздуха; T_u — средняя температура газа, окружающего частицу, равная температуре несгоревшей смеси; ν — кинематическая вязкость газа; k_p , k_g — теплопроводность газа и железной частицы; C_t — коэффициент температурной ползучести; C_s — коэффициент температурного скачка; C_m — коэффициент скачка скорости. Значения $C_t = 2.2$, $C_s = 1.147$ и $C_m = 1.146$ рекомендованы в работе [23]. Авторы [22] сравнили эту корреляционную функцию с другими экспериментальными данными в широком диапазоне значений числа Кнудсена и установили, что она согласуется с ними в пределах 20 %.

В приближении сплошной среды (при малых значениях Kn) термофоретическая сила определяется по формуле

$$F_{t,contin} = -6\pi\mu^2 d_p \frac{C_s k_g}{k_p + 2k_g} \frac{\nabla T}{\rho_g T_u}. \quad (9)$$

В случае свободно-молекулярного течения уравнение (7) дает выражение, впервые полученное в [24]:

$$F_{t,molec} = -\frac{\pi}{2}\varphi\mu\bar{c}d_p^2 \frac{\nabla T}{T_u}. \quad (10)$$

Заметим, что в этом случае термофоретическая сила пропорциональна диаметру частицы в квадрате и не зависит от давления газа и теплопроводности частицы. Следует также отметить, что при горении микрочастиц $\text{Kn} < 0.1$ (приближение сплошной среды), поэтому термофоретическую силу можно рассчитывать по уравнению (9) и это значение использовать в уравнении (1).

2. АНАЛИТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Основная цель анализа распространения пламени по облаку пыли состоит в получении распределения концентрации частиц на передней границе зоны горения (т. е. в несгоревшей зоне). Этот параметр, несомненно, влияет на нижний предел воспламенения облаков горючих частиц [9]. Концентрация частиц непосредственно перед фронтом зоны горения может быть достаточно высокой, чтобы поддерживать распространение пламени, даже если средняя концентрация частиц невысока. Это может быть одной из основных причин того, что нижний предел воспламенения (коэффициент избытка горючего) у пылевого облака намного ниже, чем у газового [9]. Следует отметить, что скорость расширения газа в несгоревшей зоне не слишком велика. Но за ведущим фронтом зоны горения (т. е. в зоне реакции) плотность частиц быстро убывает. Это может быть вызвано расширением газа с ростом температуры и изменением скорости частиц [9, 10], хотя динамическое поведение частиц в зоне реакции не является предметом рассмотрения данной аналитической модели. Главная цель настоящего исследования — изучить профили концентрации и скорости частиц в зоне несгоревшего вещества. Авторы экспериментальных работ [8–10] отмечали важность этой зоны для определения предела воспламенения.

Для того чтобы получить профиль температуры в уравнении (9), использовался закон сохранения энергии:

$$\rho V_f c \frac{\partial T}{\partial x} = k_g \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + Q \rho_g \dot{\omega}_{chem}. \quad (11)$$

Здесь Q — тепло реакции, $\dot{\omega}_{chem}$ — скорость реакции, c — теплоемкость, определяемая выражением

$$c = c_p + \frac{4\pi r_p^3 c_{solid} \rho_p \tilde{n}_s}{3\rho_g}, \quad (12)$$

где c_p — теплоемкость газа, c_{solid} — теплоемкость частиц, \tilde{n}_s — средняя концентрация частиц. Введем следующие безразмерные параметры:

$$\theta = \frac{T - T_u}{T_f - T_u}, \quad (13)$$

$$\hat{x} = \frac{x}{D_{th}/V_f} = \frac{\rho_g V_f c}{k_g} x, \quad (14)$$

где D_{th} — коэффициент тепловой диффузии. Далее, разделив структуру пламени на четыре зоны: зона основного прогрева, зона вторичного прогрева, зона реакции и зона сгоревшего вещества (см. рис. 1), игнорируя реакционный член в зонах основного и вторичного прогрева и используя соответствующие граничные условия, получаем следующее выражение для профиля температуры:

$$\theta = \exp(-\hat{x}) = \exp\left(-\frac{\rho_g V_f c}{k_g} x\right). \quad (15)$$

Необходимо отметить, что в настоящем исследовании структура пламени, распространяющегося по облаку частиц железа, на самом деле состоит из трех частей: зона несгоревшего вещества, зона реакции и зона за пламенем. Данные экспериментов [9–11] показывают, что частицы в зоне несгоревшего вещества демонстрируют два типа динамического поведения из-за влияния со стороны зоны реакции. Вблизи фронта пламени скорость частиц и концентрация непостоянны, а при удалении от фронта они сохраняются постоянными. В соответствии с этим зона несгоревшего вещества разделена (только с математической точки зрения) на первичную и вторичную зоны прогрева. Это сделано для того, чтобы лучше исследовать различное динамическое поведение частиц, описанное выше.

Вышеприведенное уравнение означает, что на далеком ($x = +\infty$) от фронта состоянии $T = T_u$, а вблизи ведущего фронта, граничащего с зоной реакции ($x = 0$), имеем $T = T_f$. На границе первичной и вторичной зон

$$\hat{x} = \hat{x}_s \Rightarrow \theta = \theta_s. \quad (16)$$

Подставим (16) в уравнение для безразмерной температуры (15), тогда

$$x_s = -\frac{k_g}{\rho_g V_f c} \ln \theta_s, \quad (17)$$

где $\theta_s = (T_s - T_u)/(T_f - T_u)$. Здесь T_s — температура на границе между первичной и вторичной зонами, T_u — температура несгоревшей смеси.

Подстановка уравнений (2), (3) и (9) в уравнение (1) дает соотношение

$$m_p \frac{dU_{rel}}{dt} = -6\pi\mu r_p U_{rel} - \frac{4}{3} \pi r_p^3 (\rho_p - \rho_g) g -$$

$$- 12\pi\mu^2 r_p \frac{C_s k_g}{k_p + 2k_g} \frac{\nabla T}{\rho_g T_u}. \quad (18)$$

Комбинация уравнений (13) и (15) позволяет определить профиль температуры (T), после дифференцирования которого и подстановки T и ∇T в уравнение (18) получаем

$$m_p \frac{dU_{rel}}{dt} = -6\pi\mu r_p U_{rel} - \frac{4}{3} \pi r_p^3 (\rho_p - \rho_g) g + \\ + 12\pi\mu^2 r_p \frac{C_s V_f c}{k_p + 2k_g} \frac{T_f - T_u}{T_u} \exp\left(-\frac{\rho_g V_f c}{k_g} x\right). \quad (19)$$

Для того чтобы определить изменение профилей скорости и концентрации как функций расстояния от переднего фронта зоны горения, член dU_{rel}/dt в (19) заменим на $U_{rel}(dU_{rel}/dx)$. В результате имеем нелинейное уравнение

$$m_p U_{rel} \frac{dU_{rel}}{dx} + 6\pi\mu r_p U_{rel} = -\frac{4}{3} \pi r_p^3 (\rho_p - \rho_g) g + \\ + 12\pi\mu^2 r_p \frac{C_s V_f c}{k_p + 2k_g} \frac{T_f - T_u}{T_u} \exp\left(-\frac{\rho_g V_f c}{k_g} x\right). \quad (20)$$

Следует отметить, что роль термофоретической силы пренебрежимо мала на некотором большом расстоянии от фронта пламени (L_t), и поэтому частицы падают под действием гравитации с постоянной скоростью U_t . На этом характерном расстоянии баланс между силой аэродинамического сопротивления, выталкивающей силой и гравитационной силой дает в результате выражение

$$U_t = \frac{2}{9} \frac{gr_p^2}{\mu} (\rho_p - \rho_g), \quad (21)$$

соответственно граничное условие определяется так:

$$x \geq L_t: \quad U_{rel} = \tilde{U}_{rel} = -U_t - V_f. \quad (22)$$

Выбрав три безразмерные переменные, которые играют существенную роль в исследовании горения пыли, можно получить выражение для расчета L_t — расстояния, достаточно далекого от фронта пламени, на котором роль термофоретической силы пренебрежимо мала и потому частицы падают в гравитационном поле с постоянной скоростью:

$$L_t = \left(\frac{\tilde{N}_s}{\rho_p}\right)^{-0.3} \left(\frac{\rho_g V_f c}{k_g} D\right)^{0.4} \left(\frac{\rho_g |\tilde{U}_{rel}| d_p}{\mu}\right)^{3.2} x_s, \quad (23)$$

$$15 \leq V_f \leq 35 \text{ см/с}, \quad 0.1 \leq \theta_s \leq 0.4,$$

где \tilde{N}_s — концентрация частиц пыли на расстоянии, далеком от фронта зоны горения, D — диаметр камеры горения. Важно отметить, что показатели степени выбраны здесь из принципа максимального соответствия L_t экспериментальным данным [9].

Поскольку цель данного исследования — теоретический анализ основных аспектов динамического поведения частиц при распространении пламени по двухфазной среде, состоящей из микрочастиц железа и воздуха, для решения нелинейного уравнения движения (20) в работе использован метод гомотопического анализа (МГА) [25].

3. ОСНОВОПОЛАГАЮЩАЯ ИДЕЯ ГОМОТОПИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Чтобы продемонстрировать основную идею гомотопического анализа, рассмотрим дифференциальное уравнение

$$N[u(\tau)] = 0, \quad (24)$$

где N — нелинейный оператор, τ — независимая переменная, $u(\tau)$ — неизвестная функция. Путем обобщения традиционного гомотопического метода в [25] получено так называемое уравнение нулевого приближения:

$$(1-p)L[\varphi(\tau; p) - u_0(\tau)] = \\ = phH(\tau)N[\varphi(\tau; p)], \quad (25)$$

где $p \in [0, 1]$ — вложенный параметр, $h \neq 0$ — вспомогательный параметр, $H(\tau) \neq 0$ — вспомогательная функция, L — вспомогательный линейный оператор, $u_0(\tau)$ — начальное предположение о виде $u(\tau)$, $\varphi(\tau; p)$ — неизвестная функция. Следует отметить, что существует большая свобода выбора вспомогательных переменных в МГА. Очевидно, что при $p = 0$ и $p = 1$

$$\varphi(\tau; 0) = u_0(\tau), \quad \varphi(\tau; 1) = u(\tau) \quad (26)$$

соответственно. Поэтому при возрастании p от 0 до 1 решение $\varphi(\tau; p)$ изменяется от начального предположения $u_0(\tau)$ до конечного решения $u(\tau)$. Разложение $\varphi(\tau; p)$ в ряд Тэйлора по p дает выражение

$$\varphi(\tau; p) = u_0(\tau) + \sum_{m=1}^{+\infty} u_m(\tau) p^m, \quad (27)$$

где

$$u_m(\tau) = \frac{1}{m!} \left. \frac{\partial^m \varphi(\tau; p)}{\partial p^m} \right|_{p=0}. \quad (28)$$

Если вспомогательный линейный оператор L , начальное предположение, вспомогательный параметр h и вспомогательная функция $H(\tau)$ выбраны правильно, то ряд (27) сходится к

$$u(\tau) = u_0(\tau) + \sum_{m=1}^{+\infty} u_m(\tau) \quad (29)$$

при $p = 1$. Это должно быть одним из решений исходного нелинейного уравнения, как доказано в [25]. Так как $h = -1$ и $H(\tau) = 1$, уравнение (25) обращается в следующее:

$$(1 - p)L[\varphi(\tau; p) - u_0(\tau)] + pN[\varphi(\tau; p)] = 0, \quad (30)$$

обычно используемое в гомотопическом методе возмущений вместо решения, полученного непосредственно с использованием ряда Тэйлора [26, 27]. Согласно (28) определяющее уравнение может быть получено из уравнения нулевого приближения (25). Определим вектор \mathbf{u}_n следующим образом:

$$\mathbf{u}_n = \{u_0(\tau), u_1(\tau), \dots, u_n(\tau)\}. \quad (31)$$

Дифференцируя уравнение (25) m раз по p , полагая $p = 0$ и окончательно деля на $m!$, получаем уравнение m -го порядка деформации:

$$L[u_m(\tau) - \chi_m u_{m-1}(\tau)] = hH(\tau)R_m(\mathbf{u}_{m-1}), \quad (32)$$

где

$$R_m(\mathbf{u}_{m-1}) = \frac{1}{(m-1)!} \left. \frac{\partial^{m-1} N[\varphi(\tau; p)]}{\partial p^{m-1}} \right|_{p=0}, \quad (33)$$

$$\chi_m = \begin{cases} 0, & m \leq 1, \\ 1, & m > 1. \end{cases} \quad (34)$$

Следует подчеркнуть, что $u_m(\tau)$ при $m \geq 1$ определяется линейным уравнением (32) с линейными граничными условиями, соответствующими исходной задаче, которая может быть легко решена при помощи таких программных продуктов, как Maple, Mathematica и Matlab.

4. ПРИЛОЖЕНИЕ МГА К НЕЛИНЕЙНОМУ УРАВНЕНИЮ ДВИЖЕНИЯ

В последнее время метод гомотопического анализа интенсивно используется для решения многих нелинейных задач. В отличие от метода возмущений, МГА не требует каких-либо малых параметров. Кроме того, он обеспечивает наиболее простой подход к оценке области сходимости решения по сравнению с другими аналитическими методами.

Поэтому линейный оператор выбирается на основании уравнения (20) следующим образом:

$$L[\varphi(x; p)] = \frac{\partial \varphi(x; p)}{\partial x} + \varphi(x; p) \quad (35)$$

при условии

$$L[c_1 e^{-x}] = 0, \quad (36)$$

где c_1 — константа. Нелинейный оператор определяется согласно уравнению (20):

$$N[\varphi(x; p)] = m_p \varphi(x; p) \frac{\partial \varphi(x; p)}{\partial x} + 6\pi \mu r_p \varphi(x; p) + \frac{4}{3} \pi r_p^3 (\rho_p - \rho_g) g - \quad (37)$$

$$- 12\pi \mu^2 r_p \frac{C_s V_f C}{k_p + 2k_g} \frac{T_f - T_u}{T_u} \exp\left(-\frac{\rho_g V_f c}{k_g} x\right).$$

Общее решение этого уравнения имеет вид

$$U(x) = U_0(x) + \sum_{m=1}^{\infty} U_m(x). \quad (38)$$

Начальная аппроксимация предполагается в форме

$$U_0(x) = \tilde{U}_{rel} \exp\left(\frac{x - L_t}{L_t}\right). \quad (39)$$

Как видно, она удовлетворяет граничным условиям (22), представленным следующим образом:

$$\varphi(L_t; p) = \tilde{U}_{rel}. \quad (40)$$

Вспомогательная функция $H(x)$ задается в виде

$$H(x) = \exp\left(\frac{\rho_g V_f c}{2k_g} x\right). \quad (41)$$

В результате получаем решение для $m = 1$:

$$\begin{aligned}
 U_1(x) = & \\
 = & \frac{hm_p\tilde{U}_{rel}^2}{2 + L_t(1 + G/2)} \exp \frac{x(2 + L_tG/2) - 2L_t}{L_t} + \\
 & + \frac{hA\tilde{U}_{rel}L_t}{1 + L_t(1 + G/2)} \exp \frac{x(1 + L_tG/2) - L_t}{L_t} - \\
 & - \frac{hB}{1 + G/2} \exp \frac{Gx}{2} - \frac{hD}{1 - G/2} \exp \left(-\frac{Gx}{2} \right) + \\
 & + c_1 \exp(-x). \quad (42)
 \end{aligned}$$

Здесь

$$\begin{aligned}
 c_1 = \exp \left[L_t \left(\frac{G}{2} + 1 \right) \right] \left\{ -\frac{hm_p\tilde{U}_{rel}^2}{2 + L_t(1 + G/2)} - \right. \\
 \left. - \frac{hA\tilde{U}_{rel}L_t}{1 + L_t(1 + G/2)} \exp \frac{x(1 + L_tG/2) - L_t}{L_t} + \right. \\
 \left. + \frac{hB}{1 + G/2} \exp \frac{Gx}{2} \right\} + \\
 + \frac{hD}{1 - G/2} \exp \left[L_t \left(1 - \frac{G}{2} \right) \right], \quad (43)
 \end{aligned}$$

постоянные параметры A , B , D и G определены следующим образом:

$$\begin{aligned}
 A = 6\pi\mu r_p, \quad B = -\frac{4}{3}\pi r_p^3(\rho_p - \rho_g)g, \\
 D = 12\pi\mu^2 r_p \frac{C_s k_g}{k_p + 2k_g} \frac{\rho_g V_f c}{k_g} \frac{T_f - T_u}{\rho_g T_u}, \quad (44) \\
 G = \frac{\rho_g V_f c}{k_g}.
 \end{aligned}$$

В конечном счете решение при $m \geq 2$ имеет вид

$$\begin{aligned}
 U_m(x) = \exp(-x) \left\{ \int_0^x \exp \eta \left(\frac{dU_{m-1}(\eta)}{d\eta} + \right. \right. \\
 \left. \left. + U_{m-1}(\eta) + h \exp \frac{G\eta}{2} R(U_{m-1}(\eta)) \right) d\eta + c \right\}, \quad (45)
 \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
 R(U_{m-1}(x)) = m_p \sum_{n=0}^{m-1} U_n(x) \frac{dU_{m-1-n}(x)}{dx} + \\
 + AU_{m-1}(x). \quad (46)
 \end{aligned}$$

Результаты, описанные выше, справедливы только для $0 \leq x \leq L_t$; при $x > L_t$ относительная скорость частиц остается постоянной и равной \tilde{U}_{rel} . Поскольку скорость частиц получена как функция расстояния от фронта зоны горения, можно определить изменение концентрации частиц.

5. ПРОФИЛЬ КОНЦЕНТРАЦИИ ЧАСТИЦ

Определим относительный объем конденсированной фазы (т. е. частиц):

$$\psi = \frac{n_s m_p}{\rho_p}; \quad \text{при } x = L_t: \quad \psi = \tilde{\psi}, \quad n_s = \tilde{n}_s, \quad (47)$$

где n_s , m_p , ρ_p — концентрация, масса и плотность частиц соответственно. Контрольный объем, показанный на рис. 2, использован для оценки концентрации частиц как функции расстояния от зоны горения. Поток массы частиц через поперечное сечение контрольного объема равен $\rho_p A U_{rel} \psi$. При высоте этого объема Δx изменение потока составляет

$$\frac{\partial \rho_p A U_{rel} \psi}{\partial x} \Delta x = \frac{\partial \rho_p U_{rel} \psi}{\partial x} A \Delta x. \quad (48)$$

Скорость накопления массы частиц в контрольном объеме равна $\frac{\partial(\rho_p \psi)}{\partial t} A \Delta x$. Поскольку в данной работе используются частицы железа, скорость убывания массы за счет испарения равна нулю; в то же время этой скоростью нельзя пренебрегать, если в пылевом облаке есть легкоиспаряющиеся частицы. Следовательно, закон сохранения массы во всем контрольном объеме принимает вид

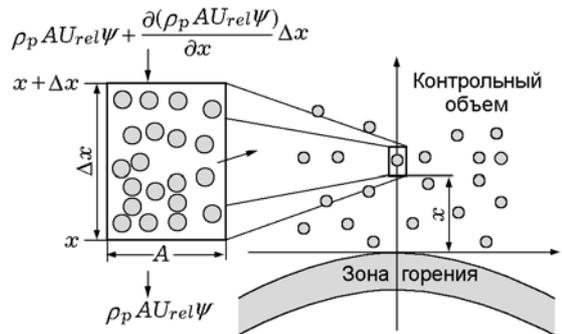


Рис. 2. Контрольный объем на фронте горения для определения концентрации частиц

$$\frac{\partial(\rho_p \psi)}{\partial t} A \Delta x = \frac{\partial \rho_p U_{rel} \psi}{\partial x} A \Delta x. \quad (49)$$

Течение перед зоной горения можно рассматривать как стационарное, поэтому

$$\frac{\partial \rho_p U_{rel} \psi}{\partial x} A \Delta x = 0 \Rightarrow \rho_p U_{rel} \psi = \text{const.} \quad (50)$$

В соотношении (50) $\rho_p U_{rel} \psi = \text{const}$ выше зоны горения, поэтому при $x = L_t$ и $\tilde{\psi}, \tilde{n}_s = \text{const}$ имеем $\rho_p \tilde{U}_{rel} \tilde{\psi} = \text{const}$. И наконец, применяя выражение $\rho_p U_{rel} \psi = \rho_p \tilde{U}_{rel} \tilde{\psi}$ с граничными условиями из (47), можно получить отношение относительных объемов микрочастиц железа:

$$\frac{\psi}{\tilde{\psi}} = \frac{n_s}{\tilde{n}_s} = \frac{\tilde{U}_{rel}}{U_{rel}}, \quad (51)$$

$$\tilde{\psi} = \frac{\tilde{n}_s m_p}{\rho_p}, \quad \tilde{U}_{rel} = V_p \Big|_{x=L_t} - V_f. \quad (52)$$

6. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Зависимость L_t от средней концентрации частиц пыли при различных скоростях распространения пламени по смеси микрочастиц железа и воздуха показана на рис. 3. Как следует из рисунка, увеличение средней концентрации частиц пыли при постоянной скорости распространения пламени ведет к уменьшению L_t .

Зависимость L_t от скорости распространения пламени при различных средних концентрациях частиц приведена на рис. 4. Как видно, рост скорости распространения пламени при постоянной концентрации частиц почти

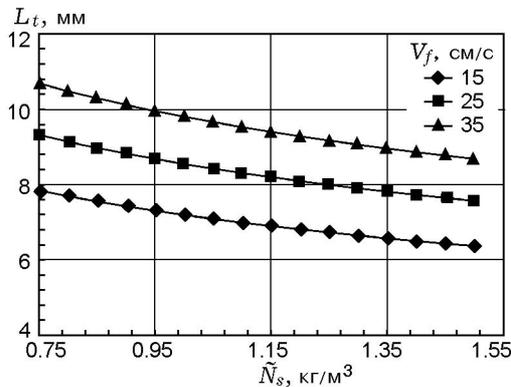


Рис. 3. Зависимость расстояния L_t от среднего значения концентрации частиц при различных скоростях распространения пламени

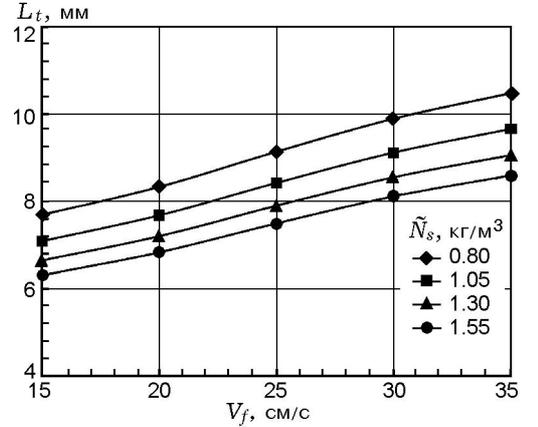


Рис. 4. Зависимость расстояния L_t от скорости пламени при различных средних значениях концентрации частиц

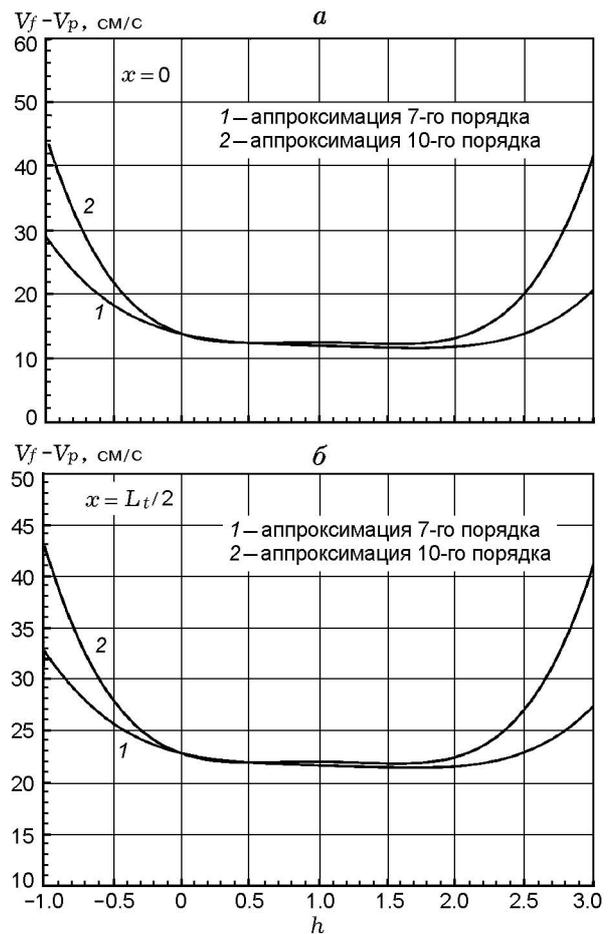


Рис. 5. Зависимость абсолютного значения относительной скорости при $x = 0$ (а) и $x = L_t/2$ (б) от вспомогательного параметра h при $\tilde{N}_s = 1.05 \text{ кг/м}^3, V_f = 25 \text{ см/с}$

линейно увеличивает расстояние L_t . В экспериментах [9] установлено, что $L_t = 10$ мм при $V_f = 25$ см/с и $\tilde{N}_s = 1.05$ кг/м³, а значение L_t (см. рис. 3, 4), полученное из уравнения (23) при этих условиях, равно 8.6 мм, что хорошо согласуется с данными экспериментов [9].

Для того чтобы определить надежный диапазон значений h , были получены распределения абсолютных значений относительной скорости $V_f - V_p$ при $x = 0$ и $x = L_t/2$ в зависимости от вспомогательного параметра h при $\tilde{N}_s = 1.05$ кг/м³, $V_f = 25$ см/с (рис. 5). Из сопоставления $V_f - V_p$ 7-го порядка аппроксимации с 10-м порядком аппроксимации видно, что результаты имеют хорошую сходимость, поэтому

порядки аппроксимации выше 10-го не учитывались. Согласно рис. 5 приемлемый диапазон вспомогательного параметра h для сходимости $U(x)$ (уравнение (38)) выбран между 0.3 и 1.8.

На рис. 6,а показана аппроксимация 10-го порядка распределения относительной скорости частиц вдоль оси x при $\tilde{N}_s = 1.05$ кг/м³, $V_f = 25$ см/с и $h = 1.0, 1.8$. На фронте горения относительная скорость $V_f - V_p$ составляет 12.5 см/с, затем она увеличивается до 37.7 см/с при $L_t = 8.6$ мм. На больших расстояниях от ведущего фронта значение $V_f - V_p$ остается постоянным. Отметим, что результат МГА хорошо согласуется с экспериментом [9].

Профиль скорости частиц 10-го порядка аппроксимации при $\tilde{N}_s = 1.05$ кг/м³, $V_f = 25$ см/с и $h = 1.0, 1.8$ иллюстрирует рис. 6,б, где для сопоставления приведены экспериментальные данные [9]. Видно, что с ростом расстояния от фронта горения скорость меняется от 12.4 см/с на фронте до -12.7 см/с на расстоянии $L_t = 8.6$ мм, после чего это значение сохраняется постоянным. Профиль скорости частиц, полученный методом гомотопного анализа, находится в хорошем соответствии с экспериментами [9].

Аппроксимация 10-го порядка относительного объема ($\psi/\tilde{\psi}$) частиц вдоль оси x при $\tilde{N}_s = 1.05$ кг/м³, $V_f = 25$ см/с показана на рис. 7 при $h = 1.0$ и 1.8. Как видно из рис. 6,а, отно-

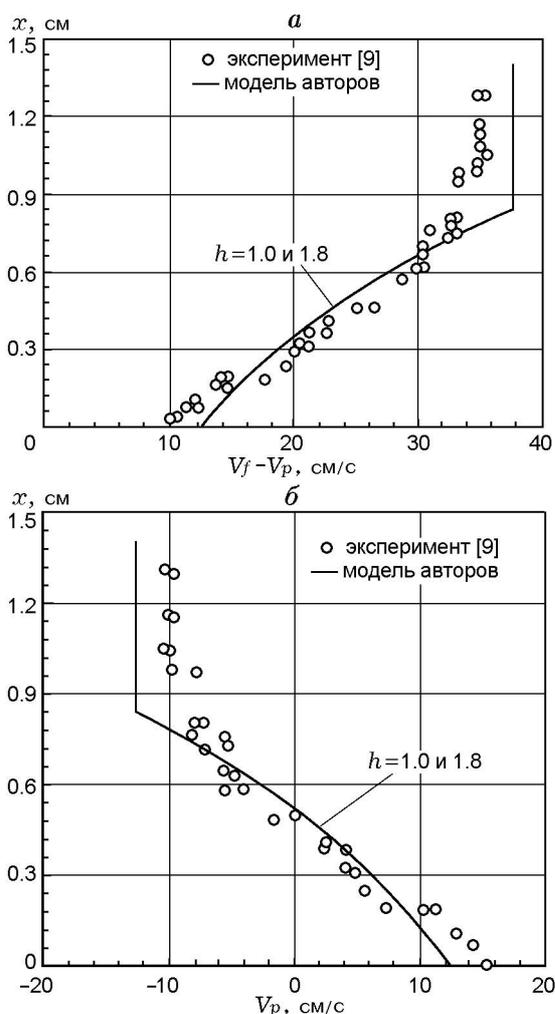


Рис. 6. Распределение относительной скорости (а) и скорости частиц поперек фронта горения (б) при $h = 1.0, 1.8$ и $\tilde{N}_s = 1.05$ кг/м³, $V_f = 25$ см/с; аппроксимация 10-го порядка

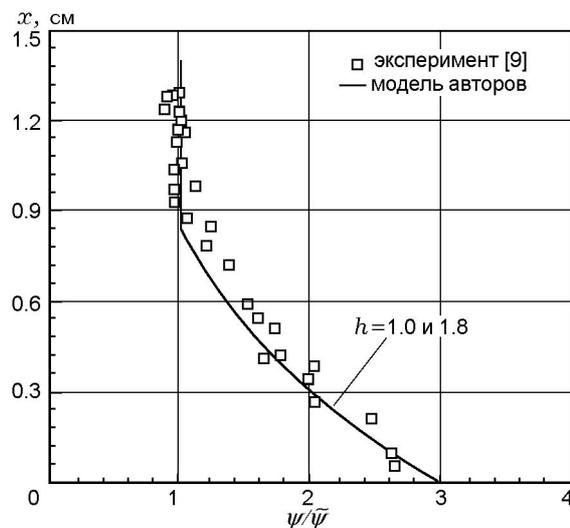


Рис. 7. Изменение относительного объема частиц поперек фронта горения при $h = 1.0, 1.8$ и $\tilde{N}_s = 1.05$ кг/м³, $V_f = 25$ см/с; аппроксимация 10-го порядка

сительная скорость несгоревших частиц железа уменьшается начиная с расстояния L_t в направлении к фронту горения и достигает минимума на фронте. Поэтому согласно уравнению (51) аккумуляция частиц на фронте пламени больше, чем на далеком от него расстоянии. Соответственно можно полагать, что изменение концентрации частиц существенно влияет на реакцию горения и предел воспламенения. Рис. 7 также показывает хорошее соответствие расчета по МГА экспериментальным данным [9].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе методом гомотопического анализа получены профили скорости и концентрации частиц при распространении пламени в облаке микрочастиц железа. Для заданных физических параметров решение на основе сходящегося ряда для относительной скорости $U(x)$ (уравнение (38)) хорошо согласуется с экспериментальными данными работы [9].

Показано, что скорость частиц максимальна на фронте пламени, затем убывает до минимального значения на расстоянии L_t и после этого частицы падают в поле силы тяжести с постоянной скоростью U_t (из-за ничтожного влияния термофоретической силы в этой зоне).

Концентрация частиц железа возрастает по мере движения от L_t к фронту горения и непосредственно перед ним оказывается выше, чем на большом от него расстоянии.

Следует отметить, что это увеличение концентрации частиц непосредственно перед фронтом пламени проявляется не только в облаке частиц железа, но и в любой другой двухфазной системе: в виде облака горючих частиц (металлических (алюминий, магний) или органической пыли (уголь и ликоподий)) либо в виде капель жидкого горючего, взвешенных в воздухе. В случае жидких капель и в случае частиц органической пыли необходимо учитывать испарение. Увеличение концентрации частиц непосредственно перед фронтом пламени — важное явление, которое определено влияет на нижний предел воспламенения облака горючей смеси, и его необходимо учитывать для предотвращения опасных взрывов в процессах, связанных с производством, обработкой или использованием горючих пылей.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Eckhoff R. K.** Dust Explosion in the Process Industries. — 2nd ed. — Oxford: Butterworth Heinemann, 1997.
2. **Cashdollar K. L.** Overview of dust explosibility characteristics // J. Loss Prev. Process Ind. — 2000. — V. 13. — P. 183–199.
3. **Amyotte P. R., Basu A., Khan F. I.** Dust explosion hazard of pulverized fuel carry-over // J. Hazard. Mater. — 2005. — V. 122. — P. 23–30.
4. **Goroshin S., Bidabadi M., Lee J. H. S.** Quenching distance of laminar flame in aluminium dust cloud // Combust. and Flame. — 1996. — V. 105. — P. 147–160.
5. **Wang S., Pu Y., Jia F., Gutkowski A., Jarosinski J.** An experimental study on flame propagation in cornstarch dust clouds // Combust. Sci. and Technol. — 2006. — V. 178. — P. 1957–1975.
6. **Joseph G.** CSB Hazard investigation team, combustible dusts: a serious industrial hazard // J. Hazard. Mater. — 2007. — V. 142. — P. 589–591.
7. **Sun J. H., Dobashi R., Hirano T.** Combustion behavior of iron particles suspended in air // Combust. Sci. and Technol. — 2000. — V. 150. — P. 99–114.
8. **Sun J. H., Dobashi R., Hirano T.** Temperature profile across the combustion zone propagating through an iron particle cloud // J. Loss Prev. Process Ind. — 2001. — V. 14. — P. 463–467.
9. **Sun J. H., Dobashi R., Hirano T.** Concentration profile of particles across a flame propagating through an iron particle cloud // Combust. and Flame. — 2003. — V. 134. — P. 381–387.
10. **Sun J. H., Dobashi R., Hirano T.** Velocity and number density profiles of particles across upward and downward flame propagating through iron particle clouds // J. Loss Prev. Process Ind. — 2006. — V. 19. — P. 135–141.
11. **Han O. S., Yashima M., Matsuda T., Matsui H., Miyake A., Ogawa T.** A study of flame propagation mechanisms in lycopodium dust clouds based on dust particles behaviour // J. Loss Prev. Process Ind. — 2001. — V. 14. — P. 153–160.
12. **Cashdollar K. L., Zlochower I. A.** Explosion temperatures and pressures of metals and other elemental dust clouds // J. Loss Prev. Process Ind. — 2007. — V. 20. — P. 337–348.
13. **Бидабди М., Рахбари А.** Моделирование горения частиц ликоподия с учетом различия температур газа и частиц // Физика горения и взрыва. — 2009. — Т. 45, № 3. — С. 49–57.
14. **Bidabadi M., Rahbari A.** Novel analytical model for predicting the combustion characteristics of premixed flame propagation in lycopodium dust particles // J. Mech. Sci. and Technol. — 2009. — V. 23. — P. 2417–2423.

15. **Bidabadi M., Haghiri A., Rahbari A.** The effect of Lewis and Damköhler numbers on the flame propagation through micro-organic dust particles // Intern. J. Therm. Sci. — 2010. — V. 49. — P. 534–542.
16. **Haghiri A., Bidabadi M.** Modeling of laminar flame propagation through organic dust cloud with thermal radiation effect // Intern. J. Therm. Sci. — 2010. — V. 49. — P. 1446–1456.
17. **Gomez A., Rosner D. E.** Thermophoretic effects on particles in counterflow laminar diffusion flames // Combust. Sci. and Technol. — 1993. — V. 89. — P. 335–362.
18. **Montassier N., Boulaud D., Renoux A.** Experimental study of thermophoretic particle deposition in laminar tube flow // J. Aerosol Sci. — 1991. — V. 22. — P. 677–687.
19. **Rosner D. E., Mackowski D. W., Garcia-Ybarra P.** Size and structure insensitivity of the thermophoretic of aggregated soot particles in gases // Combust. Sci. and Technol. — 1991. — V. 80. — P. 87–101.
20. **Fujita O., Ito K.** Observation of soot agglomeration process with aid of thermophoretic force in a microgravity jet diffusion flame // Exp. Therm. Fluid Sci. — 2002. — V. 26. — P. 305–311.
21. **Allen M. D., Raabe O. G.** Re-evaluation of Millikan's oil drop data for the motion of small particles in air // J. Aerosol Sci. — 1982. — V. 6. — P. 537–547.
22. **Talbo L., Cheng R. K., Schefer R. W., Willis D. R.** Thermophoresis of particles in a heated boundary layer // J. Fluid Mech. — 1980. — V. 101. — P. 737–758.
23. **Batchelor G. K., Shen C.** Thermophoretic deposition of particles in gas flowing over cold surfaces // J. Colloid Interface Sci. — 1985. — V. 107. — P. 21–37.
24. **Waldmann L., Schmitt K. H.** Thermophoresis and diffusiophoresis of aerosols // Aerosol Science / C. N. Davies (Ed.). — New York: Academic Press, 1966.
25. **Liao S. J.** Beyond perturbation: introduction to the homotopy analysis method. — Boca Raton: Chapman & Hall/CRC Press, 2003.
26. **He J. H.** Some asymptotic methods for strongly nonlinear equations // Intern. J. Mod. Phys. B. — 2006. — V. 20. — P. 1141–1199.
27. **He J. H.** Homotopy perturbation method for solving boundary value problems // Phys. Lett. A. — 2006. — V. 350. — P. 87–88.

*Поступила в редакцию 30/III 2010 г.,
в окончательном варианте — 30/XI 2010 г.*
