

УДК 532.526

ИНЖЕНЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛАМИНАРНО-ТУРБУЛЕНТНОГО ПЕРЕХОДА: ДОСТИЖЕНИЯ И ПРОБЛЕМЫ (ОБЗОР)

А. В. Бойко, С. В. Кириловский, А. А. Маслов, Т. В. Поплавская

Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН,
630090 Новосибирск, Россия

E-mails: boiko@itam.nsc.ru, kirilov@itam.nsc.ru, maslov@itam.nsc.ru, popla@itam.nsc.ru

Выполнен анализ существующих методов определения ламинарно-турбулентного перехода (ЛТП), в том числе методов, используемых в газодинамических пакетах, с точки зрения точности моделирования ЛТП.

Ключевые слова: пограничный слой, ламинарно-турбулентный переход, газодинамические пакеты, моделирование.

DOI: 10.15372/PMTF20150503

ВВЕДЕНИЕ

Поскольку турбулизация течения оказывает существенное влияние на аэро- и гидродинамические характеристики обтекаемых объектов, представляет интерес исследование ламинарно-турбулентного перехода (ЛТП) в пограничных слоях, струях, следах, течениях жидкостей и газов в каналах и трубах. Как известно, ни одна из существующих универсальных программ расчета нестационарных течений (ANSYS Fluent, ЛОГОС и т. д.) не рассчитывает ЛТП с помощью уравнений течения, поскольку подобные программы недостаточно точно воспроизводят эволюцию малых (по амплитуде и масштабам) возмущений в ламинарном сдвиговом течении, характерных для начальной стадии ЛТП. Проблемы адекватного моделирования ЛТП сходны с проблемами адекватного моделирования турбулентности, но значительно менее изучены, несмотря на то что им посвящено большое количество исследований (см., например, работу [1] и библиографию к ней). Со времени публикации работы [1] существенных изменений не произошло: как и ранее, для используемых в инженерных программах алгоритмов необходима параметризация ЛТП [2, 3]. Поэтому в данных программах имеется ряд эмпирических параметров, подбираемых для конкретных классов течений с учетом характера возмущений в набегающем потоке, геометрии течения и шероховатости обтекаемой поверхности. Поскольку ЛТП может происходить по различным сценариям в зависимости от перечисленных выше и других факторов, настройка соответствующей программы для решения новых задач требует проведения трудоемких и дорогостоящих экспериментов в аэродинамических и гидродинамических трубах и (или) натурных испытаний. Альтернативой таким экспериментам служит оценка положения

Работа выполнена при финансовой поддержке открытого акционерного общества “Авиадвигатель” (г. Пермь) (договор № 607-2014 от 24.02.14 г.).

© Бойко А. В., Кириловский С. В., Маслов А. А., Поплавская Т. В., 2015

ЛТП, полученная на основе других специальных (эталонных) моделей, воспроизводящих эволюцию возмущений в ламинарном сдвиговом течении, но, как правило, отсутствующих в инженерных газодинамических пакетах вследствие их сложности или представленных в виде отдельно подключаемого модуля. Этот подход используется в закрытых кодах ведущих аэрокосмических фирм. Наиболее известные среди этих моделей GTPT (Graphical Transition Prediction Toolkit) [4] и NOLOT (NONLocal Transition analysis) [5] разработаны в середине 1990-х гг.

Моделирование ЛТП в пограничном слое на основе газодинамических пакетов является существенно менее точным по сравнению с моделированием турбулентного потока, и, следовательно, решение этой проблемы является новым этапом газодинамического моделирования. В данной работе проводится детальный анализ современных методов определения ЛТП для выделения наиболее точных из них, а также исследуется соответствие используемых в этих пакетах методов определения ЛТП современному уровню проведения экспериментов.

1. СЦЕНАРИИ ПЕРЕХОДА К ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Выделяют естественный и обходной сценарии ЛТП (часто термин “сценарий” опускается). Принято считать, что основным фактором, влияющим на реализацию одного из этих сценариев, является степень турбулентности набегающего потока Tu . Ниже влияние степени турбулентности и других существенных факторов на ЛТП рассматривается более подробно.

1.1. Влияние степени турбулентности набегающего потока на ЛТП. Основной мерой неоднородности набегающего потока считается степень турбулентности Tu , определяемая как отношение среднеквадратичной амплитуды скоростей возмущений с масштабами, существенно меньшими характерных размеров обтекаемого потоком тела, к скорости набегающего потока. Обозначая компоненты скорости возмущения \mathbf{u} через u , v , w , а скорость набегающего потока — через U_∞ , в декартовых координатах x , y , z степень турбулентности можно выразить следующим образом:

$$Tu = \frac{\sqrt{\langle u^2 + v^2 + w^2 \rangle} / 3}{U_\infty} \cdot 100 \text{ \%}.$$

Естественный сценарий характерен в основном для аэродинамических приложений. Ему соответствуют возникновение и постепенное нарастание в пограничном слое неустойчивых, вызванных неоднородностью внешнего потока вихревых возмущений с малой амплитудой, на величину которых, вообще говоря, оказывают влияние также вибрации обтекаемого потоком тела, акустика, наличие тепловых потоков и т. п. В этом случае значительные искажения среднего потока наблюдаются только на поздней (непродолжительной) нелинейной стадии перехода.

Результаты летных измерений степени турбулентности набегающего потока на планере, т. е. при малых U_∞ , приведены на рис. 1. С увеличением U_∞ (например, скорости полета) в соответствии с приведенной выше формулой при прочих равных условиях значение Tu уменьшается. Например, в условиях крейсерского полета самолета ТУ-154 (900 км/ч) степень турбулентности набегающего потока на порядок меньше показанной на рис. 1 при $U_\infty = 25$ м/с и различной высоте H . При $Tu \leq 0,1$ % основными причинами возникновения возмущений в пограничном слое, как правило, являются акустика и вибрации, вызванные, например, работой двигателя самолета или вентилятора аэродинамической трубы, а также шероховатость поверхности. Это приводит к тому, что положение области ЛТП перестает зависеть от Tu [7, 8].

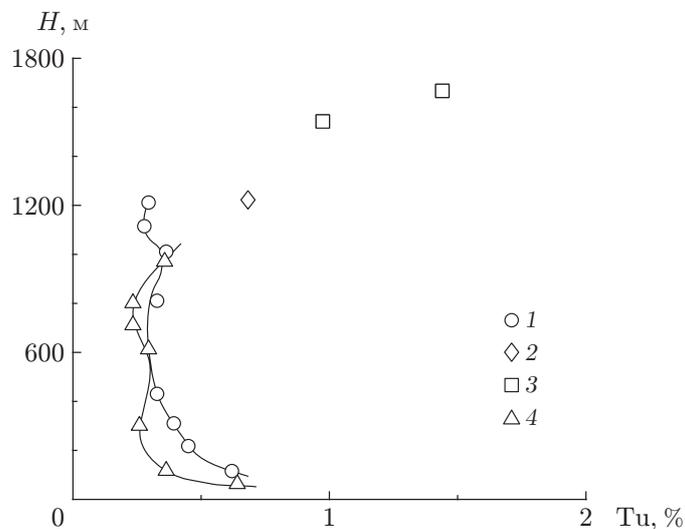


Рис. 1. Степень турбулентности набегающего потока, полученная при проведении летных измерений на планере ($U_\infty = 25$ м/с) [6]:

1 — вдали от облаков; 2 — вблизи облаков; 3 — в облаках; 4 — в отсутствие облаков и ветра

При $2\% < Tu < 6\%$ обычно реализуется обходной сценарий, а при еще большей степени турбулентности набегающего потока ЛТП происходит при минимальных числах Рейнольдса, при которых возможна развитая турбулентность. Степень турбулентности более 2% характерна прежде всего для течения между лопатками турбин, потока между лопастями вертолета, следа за фюзеляжем или крылом летательного аппарата и т. п. В этом случае процесс ЛТП в пограничном слое на обтекаемом таким потоком теле начинается с внезапного появления при малых числах Рейнольдса турбулентных пятен — пространственных образований в виде локализованных областей турбулентных пульсаций, сносимых по потоку и одновременно увеличивающихся, что приводит к полной турбулизации пограничного слоя ниже по течению. Поскольку в этом сценарии неустойчивость малых возмущений незначительна, он называется обходным.

1.2. Основные факторы, влияющие на переход к турбулентности. В рамках естественного и обходного сценариев ЛТП существует несколько факторов, определяющих характер перехода. Ниже они обсуждаются более подробно.

Отрыв потока. Отрыв потока может реализовываться за различными турбулизаторами пограничного слоя (например, за выступами), а также при наличии большого положительного градиента давления. При отрыве ламинарного пограничного слоя ЛТП может происходить в слое сдвига оторвавшегося потока в результате мощного, так называемого невязкого, механизма неустойчивости. В этом случае вследствие интенсивного перемешивания, вызванного турбулентностью, слой сдвига может повторно присоединиться, что приводит к образованию отрывного пузыря на поверхности обтекаемого тела [9].

По влиянию на распределение давления вокруг аэродинамического профиля различают отрывные пузыри больших и малых размеров [9]. Наличие пузырей небольшого размера оказывает локальное воздействие на распределение давления, наличие больших пузырей может привести к существенному изменению распределения давления вокруг обтекаемого тела. Наличие больших пузырей вызывает увеличение сопротивления и отклонение потока в направлении схода [9], в то же время малые пузыри можно использовать в качестве турбулизаторов для обеспечения больших отрицательных градиентов давления ниже по потоку от точки присоединения.

Незначительные изменения числа Рейнольдса или угла атаки крыла могут приводить к резкому увеличению размеров пузыря [10]. Длина отрывного пузыря существенно зависит также от процесса ЛТП, происходящего внутри него. Поэтому протяженность отрывного пузыря, по-видимому, зависит от степени турбулентности набегающего потока.

Переход, вызванный отрывом потока, может происходить вблизи передней кромки аэродинамического профиля, если ее кривизна достаточно велика. В этом случае размер отрывного пузыря существенно зависит от степени турбулентности набегающего потока, геометрии кромки, угла атаки и в меньшей степени — от числа Рейнольдса [11]. В работе [12] установлено, что размер отрывного пузыря вблизи передней кромки оказывает значительное влияние на пограничный слой ниже по потоку: чем больше размер такого пузыря, тем больше толщина пограничного слоя и, следовательно, вероятность его повторного отрыва вследствие наличия положительного градиента давления.

Нестационарный переход за следом. Обходной сценарий перехода реализуется, например, при наличии набегающих из внешнего потока (например, с предкрылка или лопасти турбины, расположенных выше по потоку) турбулентных следов. Экспериментально установлено, что эти следы разрушают ламинарный пограничный слой: в области их попадания на поверхность обычно образуются турбулентные пятна. Имеющиеся данные не позволяют определить, чем обусловлен такой переход: повышенной степенью турбулентности в следе или взаимодействием внешнего потока, имеющего дефект скорости, с пограничным слоем. Поэтому такой режим перехода иногда выделяется в отдельный сценарий [13].

Результаты экспериментов свидетельствуют о том, что в областях между турбулентными пятнами пограничный слой медленно релаксирует к ламинарному состоянию, причем профили скорости в этой области являются очень наполненными, препятствуя возникновению неустойчивости [9]. Эта область пограничного слоя называется также областью “успокоения” (calmed region) [14]. Кроме того, при наличии положительного градиента давления такой поток менее подвержен отрыву, поскольку, в случае если пятна образуются с высокой частотой, времени для развития отрыва недостаточно [15].

Реламинаризация потока. Переход от турбулентного режима к ламинарному возможен, если поток существенно ускоряется. Такое поведение называется обратным переходом, или реламинаризацией. Ускорение на хвостовой части подветренной поверхности большинства профилей и на носовой части наветренной поверхности большинства турбин может быть достаточным для реализации обратного перехода [9]. Кроме того, возможна повторная турбулизация реламинаризованного пограничного слоя.

Шероховатость поверхности. Шероховатость поверхности может приводить к турбулизации потока в ее окрестности [2]. В данном случае, если число Рейнольдса шероховатости $Re_k > 150$, турбулентный клин генерируется непосредственно за этой поверхностью. Значение $Re_k = 150$ является числом Рейнольдса шероховатости по высоте элементов шероховатости, местной скорости и вязкости на этой высоте. В случае трехмерных потоков даже наличие элементов шероховатости меньшего размера может привести к турбулизации течения [16].

1.3. Определение длины области перехода к турбулентности с использованием различных моделей области перехода. ЛТП в пограничном слое является непрерывным процессом начиная с момента возбуждения возмущений и кончая моментом установления развитого турбулентного течения. Однако при решении инженерных задач используются точки начала и окончания перехода или соответствующие числа Рейнольдса перехода Re_c и Re_t , так как при моделировании области ЛТП в рамках осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье — Стокса (RANS) представляют интерес лишь осредненные значения параметров течения в области перехода к турбулентности.

Образование турбулентных пятен при обходном сценарии перехода приводит к чередованию ламинарных и турбулентных режимов в пограничном слое. Поэтому в первом приближении (пренебрегая взаимодействием ламинарных и турбулентных участков течения, а также исключая область вязкого подслоя) переходный профиль скорости можно считать линейной комбинацией полностью ламинарного и турбулентного профилей [17]. Наблюдаемое чередование режимов характеризуется коэффициентом перемежаемости γ , принимающим значения от нуля до единицы и представляющим собой отношение времени существования турбулентного режима к общему времени наблюдения в данной точке. Чтобы получить эффективную вязкость для уравнений Навье — Стокса в области перехода, нужно турбулентную вязкость, рассчитываемую в заданной модели турбулентности RANS, умножить на функцию $\gamma(x)$, где x — продольная координата.

Перемежаемость можно использовать также для описания естественного перехода, при котором турбулентные пятна возникают лишь на поздней, нелинейной стадии турбулизации течения или отсутствуют. В этом случае перемежаемость можно трактовать как положение точки перехода к турбулентности, испытывающее стохастические по времени низкочастотные колебания между двумя предельными положениями (см., например, [3]).

Моделирование длины области перехода алгебраической функцией перемежаемости. В настоящее время известно несколько эмпирических зависимостей, описывающих функции перемежаемости в области перехода для различных двумерных пристенных течений (см., например, [19–21]). В работе [17] — одной из первых работ такого типа — на основе анализа результатов измерений функции перемежаемости показано, что для двумерных потоков эта функция достаточно точно аппроксимируется выражением вида

$$\gamma(x) = 1 - e^{-\mu(x-x_c)^2}, \quad (1)$$

где x_c — координата начала области перехода (точка начала перехода); $\mu = -0,412/(x|_{\gamma=0,75} - x|_{\gamma=0,25})^2$. Учитывая, что μ не зависит от x , и определяя координату конца области перехода (точку полной турбулизации течения) в виде $x_t = x|_{\gamma=0,99}$, из (1) несложно получить выражение

$$\gamma(x) = 1 - 0,01^{(x-x_c)^2/l^2},$$

где $l = x_t - x_c$ — эффективная длина области перехода. Дальнейшее уточнение функции перемежаемости сводится к построению ее более точной зависимости от x_c , x_t и других определяющих параметров, а также к анализу зависимостей между этими параметрами.

Данный подход был реализован в пакете TURCOM [22], причем в качестве базовой модели турбулентности была выбрана модель SST, состоящая из двух уравнений переноса [23], а изменение перемежаемости вдоль потока моделировалось эмпирической зависимостью [17]. В работе [24] результаты, полученные с использованием такого подхода при моделировании потока на лопатке турбины низкого давления, хорошо согласуются с экспериментальными данными.

Основным недостатком существующих алгебраических функций перемежаемости является то, что их можно использовать только при моделировании двумерных течений. В тех случаях, когда в трехмерных течениях ЛТП происходит вследствие неустойчивости волн Толлмина — Шлихтинга, такая модель применима. Однако моделирование перемежаемости при переходе, обусловленном неустойчивостью поперечного течения, в настоящее время существенно затруднено [25].

Моделирование длины области перехода модельными уравнениями переноса. Многие уравнения, описывающие различные физические явления, можно представить в общей форме, что позволяет использовать единый подход при компьютерном моделировании этих явлений. Если зависимую переменную (скаляр или вектор) обозначить через φ , то общее

дифференциальное зависящее от времени уравнение, содержащее конвекционные и диффузионные члены, а также источники и стоки, имеет вид

$$\frac{\partial \tilde{\rho} \varphi}{\partial t} + \nabla \cdot (\tilde{\rho} \mathbf{u} \varphi) = \nabla \cdot (\Gamma \nabla \varphi) + S_\varphi,$$

где $\tilde{\rho}$ — весовая функция (аналог плотности); Γ — аналог коэффициента диффузии; S_φ — члены, описывающие производство и диссипацию значений функции φ . Поэтому альтернативой заданию функции перемежаемости в явном виде при расчетах в рамках моделей, основанных на уравнениях Рейнольдса, является определение этой функции из уравнения переноса общего вида с некоторыми эмпирическими параметрами. В таких моделях перемежаемости автоматически учитывается развитие потока вверх по течению, за счет использования диффузионного члена устраняются нереалистичные вариации перемежаемости по поперечной координате в трехмерных течениях (например, по размаху скользящего крыла), а также учитывается наличие так называемого турбулентного загрязнения передней кромки (схода турбулентного пограничного слоя с фюзеляжа на переднюю кромку скользящего крыла, обтекаемого ламинарным потоком).

Недостатком уравнений переноса перемежаемости является то, что они, как правило, сложнее уравнений переноса в моделях турбулентности. Кроме того, так же как и алгебраические модели, эти уравнения требуют либо введения координат начала и конца области ЛТП, либо использования дополнительных эмпирических зависимостей для нахождения этих координат. Поэтому точность моделирования ЛТП определяется задачами, использованными для получения этих зависимостей.

В начале XXI в. было предложено несколько уравнений переноса перемежаемости для различных случаев. Так, уравнение переноса перемежаемости из работы [18] описывает изменение γ вдоль потока, но не учитывает изменение γ в поперечном направлении. В то же время уравнение для γ в модели турбулентности $k-\varepsilon-\gamma$ [26] описывает поведение γ в поперечном направлении. Ранее эта модель совместно с моделью переноса напряжений Рейнольдса для малых чисел Рейнольдса использовалась в работах [18, 27] при расчете обходного перехода. В [28] выведено модельное уравнение переноса перемежаемости, учитывающее влияние турбулентности набегающего потока, и проведены расчеты для тестовых конфигураций поверхностей при различных градиентах давления и степенях турбулентности набегающего потока как для плоских пластин, так и для лопаток турбин. Результаты этих расчетов хорошо согласуются с экспериментальными данными. В работе [29] предложено модельное уравнение переноса перемежаемости для расчета ЛТП в отрывных течениях. Это уравнение протестировано для случая течения на плоской пластине с отрывом на цилиндрической передней кромке. На основе полученных результатов в работах [30, 31] построено модифицированное модельное уравнение переноса перемежаемости, позволяющее воспроизводить известные распределения перемежаемости вдоль двумерного потока с учетом различных факторов (естественный или обходной сценарий, отрыв и т. п.) и описывать изменение перемежаемости в поперечном направлении.

2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ОБЛАСТИ ПЕРЕХОДА К ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Для замыкания моделей, основанных на применении функции или уравнения переноса перемежаемости, необходимо определить параметры x_c и x_t . При теоретическом и численном моделировании ЛТП наиболее обоснованными с физической точки зрения методами оценки положения области перехода являются методы, основанные на теории аэродинамической устойчивости. Оценки x_c и x_t , получаемые с помощью этих методов, справедливы прежде всего для естественного сценария перехода. В этом случае определение положения области перехода должно включать три этапа:

- идентификацию малых начальных возмущений пограничного слоя, возбуждаемых различными внешними возмущениями;
- расчет линейного развития таких возмущений;
- определение и моделирование преобладающих нелинейных процессов, приводящих к разрушению основного ламинарного течения.

В настоящее время разработаны методы, позволяющие в ряде практически важных случаев вычислять или надежно оценивать начальные амплитуды возмущений пограничного слоя, и достаточно точные методы расчета линейного развития возмущений в пограничном слое. Адекватность описания процесса развития волн неустойчивости с помощью линейной теории устойчивости подтверждена экспериментально для большинства классических течений и важных для аэродинамических приложений диапазонов скоростей потока. Результаты расчетов границ (по волновым числам и числам Рейнольдса) области неустойчивости и коэффициентов нарастания двумерных волн Толлмина — Шлихтинга для пограничного слоя Блазиуса при различных числах Маха M_∞ приведены, например, в работе [32].

Расчет нелинейной стадии перехода представляет собой достаточно сложную задачу, однако этой стадией можно пренебречь, так как в двумерных течениях нелинейные процессы происходят в очень малой части области ЛТП, а на большей части пограничного слоя до точки перехода (90 ÷ 95 % его протяженности) развиваются малые (линейные) возмущения. Это позволяет использовать для определения положения области перехода линейную теорию устойчивости, пренебрегая нелинейными процессами.

Очевидно, что для определения положения области ЛТП на основе линейной теории аэрогидродинамической устойчивости необходимо применять критерий ЛТП. В настоящее время известно несколько таких критериев.

2.1. Критерий ЛТП, зависящий от напряжений Рейнольдса. В работе [33] принимается, что переход происходит в тот момент, когда напряжение Рейнольдса $\tau_R = \mu \partial U / \partial y$ (μ — молекулярная вязкость; U — продольная скорость основного течения в слое сдвига; y — нормальная к стенке координата) равно среднему напряжению трения, т. е.

$$\frac{\rho \langle uv \rangle}{\tau_R} = 1.$$

Здесь ρ — плотность; u, v — продольная и нормальная к стенке скорости малых двумерных (плоских) возмущений. Такой выбор обусловлен тем, что ламинарный профиль средней скорости претерпевает существенные искажения, если напряжение Рейнольдса становится равным среднему напряжению трения. Этот критерий можно изменить, выбрав величину пропорциональности, отличную от единицы.

В настоящее время неясно, каким образом можно использовать данный критерий для сжимаемого потока, поскольку помимо члена $\rho \langle uv \rangle$ в уравнениях Рейнольдса существуют другие члены, характеризующие передачу импульса. Даже если искажения профиля средней скорости можно описать этим единственным членом, существуют также члены, описывающие колебания теплового потока, которые, по-видимому, необходимо учитывать в качестве меры искажения среднего профиля температуры.

2.2. Критерий ЛТП, зависящий от тензора напряжений. Данный критерий, предложенный Р. Капланом (см. [34]), основан на использовании полного тензора напряжений. Принимается, что ЛТП происходит в том случае, если трансверсальная компонента главного напряжения исчезает, т. е.

$$\rho \langle uv \rangle + \mu \frac{\partial U}{\partial y} = \rho \sqrt{\langle u^2 \rangle \langle v^2 \rangle}.$$

Этот критерий, так же как и предыдущий, применим только для несжимаемых потоков.

2.3. Критерий ЛТП, зависящий от амплитуды возмущений. Амплитудный критерий основан на достижении некоторого порогового значения A_t амплитуды волны неустойчивости. Таким образом, полученные числа Рейнольдса перехода зависят от выбранной характеристики волны (например, от амплитуды продольной компоненты скорости волны на некотором расстоянии от стенки). Однако анализ теоретической кривой роста амплитуды волны показывает, что значение A_t не является критическим, так как варьирование A_t даже в большом диапазоне приводит лишь к незначительному изменению соответствующего числа Рейнольдса Re_t , являющегося числом Рейнольдса перехода. Данный критерий, в отличие от других рассмотренных критериев, достаточно универсален и применим для различных как несжимаемых, так и сжимаемых (по крайней мере, при $M_\infty \leq 4,5$ [34–37]) течений. Поэтому в настоящее время на практике используются только варианты амплитудного критерия.

3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ОБЛАСТИ ЕСТЕСТВЕННОГО ПЕРЕХОДА НА ОСНОВЕ АМПЛИТУДНОГО КРИТЕРИЯ ЛТП

Различные способы экспериментального определения x_c основаны на фиксировании существенных изменений структуры основного течения и его интегральных характеристик: отклонения профиля средней скорости от профиля скорости ламинарного течения, изменения полного давления (один из наиболее распространенных методов), коэффициентов трения и теплоотдачи, появления первых областей турбулентности и ненулевой перемежаемости на осциллограммах при термоанемометрических измерениях.

Способы определения x_t основаны на фиксировании прекращения изменения структуры течения и его интегральных характеристик: приближения профиля средней скорости к профилю скорости турбулентного течения, завершения изменений полного давления, коэффициентов трения и теплоотдачи, исчезновения ламинарных участков на осциллограммах [38].

3.1. e^N -метод. Согласно имеющимся экспериментальным данным и теоретическим оценкам влияние нелинейных процессов, происходящих в двумерных плоских и осесимметричных пограничных слоях, становится существенным, когда амплитуда продольной компоненты скорости возмущений u составляет приблизительно 1 % значения скорости набегающего потока U . Это условие позволяет провести оценку координаты x_c точки начала ЛТП. В случае относительно небольших размеров зоны нелинейных процессов можно допустить, что при линейном росте возмущений их амплитуда больше действительной критической амплитуды, и принять в качестве точки перехода x_t точку, в которой амплитуда возмущения с некоторой частотой (волна Толлмина — Шлихтинга), определяемой в процессе расчета, достигает $7 \div 8$ % значения скорости набегающего потока.

При наличии оценки начального амплитудно-частотного спектра возмущений использование данного подхода позволяет вычислять положения точек x_c и x_t с приемлемой точностью. Так как этот амплитудно-частотный спектр зависит от степеней и масштабов турбулентности, акустических возмущений в набегающем потоке, вибрации поверхности и ее шероховатости, то его можно определить с помощью специальных констант. Эти идеи лежат в основе так называемого e^N -метода, получившего широкое распространение [39, 40], поскольку он оказался эффективным для различных течений.

В e^N -методе с использованием линейной теории устойчивости рассчитываются степени усиления $N_\omega(x)$ малых возмущений с различными частотами ω :

$$N_\omega(x) = \ln \frac{u}{u_0} = - \int_{x^1(\omega)}^x \alpha_i(x) dx.$$

Здесь $-\alpha_i = -\text{Im } \alpha$ — коэффициенты нарастания волн Толлмина — Шлихтинга; значение $x^1(\omega)$ соответствует первой (левой) ветви кривой нейтральной устойчивости. При этом в случае двумерных дозвуковых потоков учитывается тот факт, что наиболее быстро нарастающими, а значит, и наиболее существенными для перехода к турбулентности являются двумерные возмущения [41]. Пренебрежение трехмерными возмущениями возможно в случае сжимаемых течений, если число Маха $M_\infty < 0,9$.

В стандартной постановке расчеты проводятся в локальном приближении, поэтому предварительно вычисляются профили скорости основного течения в предполагаемой области перехода. Также можно использовать параболизированные уравнения устойчивости. Амплитуды возмущений, определяемые выражением

$$A = \frac{u}{u_0} = e^{N_\omega(x)}, \quad (2)$$

достигают максимума, когда волны доходят до второй (правой) ветви кривой нейтральной устойчивости. Значения A_c и A_t , соответствующие значениям числа Рейнольдса начала и конца перехода Re_c и Re_t , определяются по пороговым значениям показателя степени в аналогичном (2) уравнении для огибающей, соответствующей максимальным коэффициентам нарастания.

3.2. Способы определения N -фактора. Существует два основных способа расчета N -факторов, используемых как при точных, так и при приближенных расчетах ЛТП в двумерных и трехмерных течениях. При использовании метода отслеживания нарастания мод для получения огибающей рассчитываются амплитуды $A(x)$ для большого числа неустойчивых волн. При реализации этого метода для ускорения интегрирования вниз по потоку часто используется метод интерполяционных таблиц на основе базы данных о коэффициентах нарастания волн, полученных в рамках линейной теории устойчивости (для автомодельных течений Блазиуса, Фокнера — Скэн и Фокнера — Скэн — Кука) во всем актуальном диапазоне волновых чисел или частот. Другим методом, разработанным в [42] и широко используемым при численных расчетах N -факторов, является метод огибающей. В частности, этот метод применяется в известных программах XFOIL и MSES при анализе и проектировании двумерных профилей. В этих программах используется аппроксимация пространственных коэффициентов нарастания для профилей Фокнера — Скэн несжимаемого потока в пространстве $H-\omega-Re_\theta$. В методе огибающей применяются параметрические уравнения для критического числа Рейнольдса, рассчитанного по толщине потери импульса Re_{θ_c} и для угла наклона огибающей (определяемой по максимальному нарастанию возмущений во всем диапазоне частот ω для данного формпараметра пограничного слоя H).

Однако такой приближенный метод является справедливым, строго говоря, только для пограничных слоев, близких к автомодельным. Если этот метод применяется для сильнонеавтомодельных пограничных слоев, то при вычислении положения области перехода возникают погрешности, наиболее существенные в случае течений с нарастающей вниз по потоку величиной $H(x)$, например на верхней поверхности профиля при наличии отрывного пузыря. В настоящее время разработано несколько усовершенствованных приближенных методов огибающей [43–45], в которых эти проблемы решены.

3.3. Калибровка e^N -метода. Линейная теория устойчивости справедлива как для несжимаемых потоков, так и для сжимаемых (вплоть до гиперзвуковых) [46]. При $M_\infty \approx 1,5$ область ЛТП смещается вниз по потоку, при этом механизм ЛТП не меняется [47]. Вместе с тем, учитывая характер неустойчивостей, в случае сжимаемых течений, строго говоря, также необходимо учитывать нарастание трехмерных возмущений. Тем не менее при числах Маха $M_\infty \approx 0,8 \div 0,9$ коэффициенты нарастания двумерных и трехмерных волн

близки, а начальные амплитуды трехмерных возмущений малы, поэтому при использовании e^N -метода ими можно пренебречь.

Для калибровки e^N -метода не требуется проводить многочисленные параметрические эксперименты, например, варьируя углы атаки или стреловидности крыла. Калибровка выполняется по типам неустойчивостей и условиям окружающей среды, прежде всего по степени турбулентности набегающего потока [8, 48, 49, 51]. Для каждого возможного типа неустойчивости (как правило, одновременно реализуется не более двух типов: течение над вогнутой стенкой, существенно трехмерные потоки, гиперзвуковые течения) определяется зависимость порогового N -фактора от степени турбулентности. Таким образом, влияние параметров, определяющих начальную амплитуду и спектр волн неустойчивости, можно учесть путем подбора единого параметра N для классов течений со сходными условиями как на поверхностях тел, так и во внешнем потоке. Для многих условий и типов неустойчивостей, имеющих приложение в аэродинамике, такие зависимости уже установлены.

В двумерных до- и трансзвуковых потоках доминирует один и тот же тип неустойчивости — неустойчивость волн Толлмина — Шлихтинга. В работе [51] показано, что в предположении изотропности внешних возмущений величину порогового N -фактора, соответствующего точке начала перехода к турбулентности x_c , для широкого круга двумерных сдвиговых слоев включая пограничные слои на крыльях при различных углах атаки, а также отрывные течения и течения с отсосом пограничного слоя можно выразить интерполяционной формулой

$$N_c = 2,13 - 6,18 \lg Tu. \quad (3)$$

При получении оценки координаты x_t точки полной турбулизации течения можно использовать следующее значение N -фактора:

$$N_t = 5,00 - 6,18 \lg Tu. \quad (4)$$

Формулы (3), (4) обеспечивают приемлемую погрешность вычисления Tu в диапазоне $0,1 \div 2,0$ %. При $Tu \leq 0,1$ % необходимо учитывать вибрации модели и другие факторы, что в простых случаях достигается путем введения “эффективной” степени турбулентности Tu_{eff} [51]. Для типичных аэродинамических поверхностей с естественной шероховатостью в условиях работы малозумных аэродинамических труб $Tu_{eff} \approx 0,1 \div 0,2$ % при $M_\infty \leq 4,5$ [35, 36], что соответствует значению $N = 9 \div 11$.

4. ИНЖЕНЕРНЫЕ МОДЕЛИ ЛТП

Описанный e^N -метод считается эталонным физическим методом прогнозирования ЛТП в двумерных и трехмерных до- и трансзвуковых течениях, если степень турбулентности набегающего потока является достаточно малой (малозумные и малотурбулентные аэродинамические трубы, летные условия), а стенка — гладкой [2]. Этот метод является также одним из основных методов калибровки других моделей перехода при обтекании тел простой формы. Вместе с тем часто возникает необходимость использования таких моделей перехода совместно с моделями турбулентности, реализованными в пакетах прикладных программ.

При использовании e^N -метода в газодинамических пакетах основной проблемой является необходимость создания достаточно сложной дополнительной структуры пакета (рис. 2) [52, 53]. Анализ устойчивости проводится, как правило, на основе профилей скоростей, полученных с помощью программ расчета пограничного слоя, в которых распределение давления на обтекаемой поверхности определяется из уравнений Рейнольдса [54]. При этом типичные промышленные решатели не всегда обеспечивают точность расчета основного течения, достаточную для оценки устойчивости потока. Кроме того, в случае

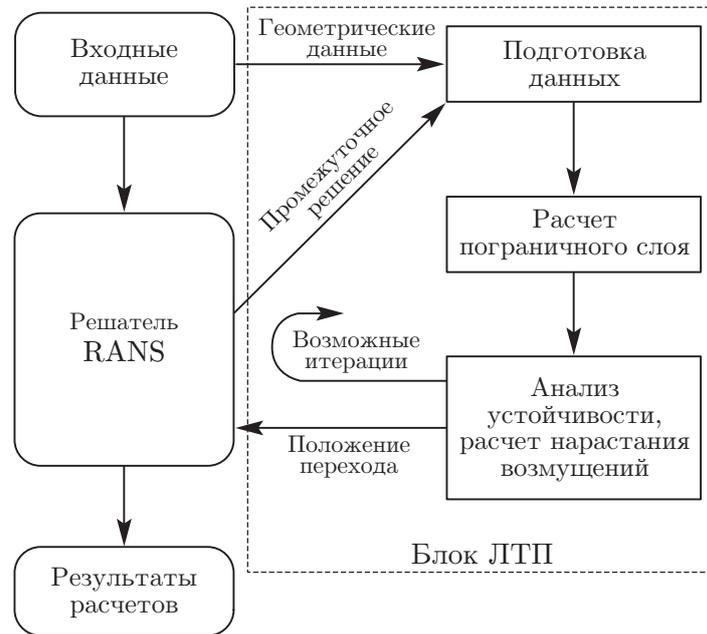


Рис. 2. Схема блока расчета ЛТП и его взаимодействия с решателем RANS [53]

трехмерных течений, когда направление обтекания не соответствует координатным линиям сетки, отслеживание роста возмущения амплитуды вдоль линий тока на границе пограничного слоя существенно затруднено.

Тем не менее с использованием моделей RANS можно учесть переход. Во многих приложениях переход происходит в узкой области потока за счет наличия геометрических особенностей, градиентов давления и (или) отрыва потока. Даже относительно простые RANS-модели описывают эти эффекты с достаточной точностью. Поэтому проблема состоит лишь в создании инженерной модели перехода, реализуемой в рамках существующей структуры конкретного газодинамического пакета. Известно несколько способов построения таких моделей ЛТП. Простейшим из них является использование обычных моделей турбулентности. При этом в месте перехода, полученном, например, в эксперименте или с помощью ϵ^N -метода, ламинарная вязкость мгновенно становится турбулентной. В этом подходе не учитывается наличие переходной области. В случае потоков, в которых переходная область охватывает большую часть поля течения, это может привести к существенным ошибкам.

Предпринимались попытки использовать модифицированные “чистые” модели турбулентности для малых чисел Рейнольдса. Однако результаты исследований [27, 55] показали, что существующие модели турбулентности такого рода не могут надежно предсказать ни положение области перехода, ни ее протяженность, поскольку калибровка их демпфирующих функций основана на воспроизведении поведения вязкого подслоя, а не на собственно предсказании перехода от ламинарного течения к турбулентному. Поэтому в настоящее время принято считать, что применение моделей турбулентности без учета перемежаемости неперспективно. Кроме того, модели турбулентности для малых чисел Рейнольдса можно использовать только при обходном сценарии перехода, поэтому они неприменимы при проведении аэродинамических расчетов.

Альтернативным методом прогнозирования положения области перехода является использование эмпирических или феноменологических зависимостей, описывающих физическую модель ЛТП. В рамках этого метода можно описать любые сценарии перехода при

наличии соответствующих зависимостей. Такие модели сравнительно легко калибруются, причем для определенного класса задач это можно сделать достаточно точно. Кроме того, указанные модели можно обобщить на случаи двумерных и трехмерных течений.

4.1. Требования к инженерной модели перехода. Большинство существующих инженерных зависимостей, описывающих процесс ЛТП, связывают степень турбулентности набегающего потока Tu и локальный градиент давления с числами Рейнольдса по толщине потери импульса Re_θ , соответствующими началу или концу области перехода [9, 38, 56]. Эти модели основаны на большом количестве экспериментальных данных, полученных с использованием эталонного e^N -метода.

Тем не менее в большинстве современных инженерных газодинамических пакетов ЛТП не моделируется. Прежде всего это обусловлено тем, что в различных случаях переход может происходить по различным сценариям, описанным выше. Кроме того, численная реализация этого подхода в универсальных газодинамических пакетах существенно затруднена. В работе [31] приведены следующие основные требования к модели перехода, совместимой с программой газодинамических расчетов основного течения:

- обеспечение калиброванного прогноза начала перехода и длины области перехода;
- учет различных сценариев перехода;
- локальность формулировки (отсутствие алгоритмов поиска границы пограничного слоя и операций интегрирования поперек пограничного слоя);
- единственность решения;
- отсутствие влияния на лежащую в основе модель турбулентности при полностью турбулентном режиме обтекания;
- обеспечение сходимости, близкой к сходимости базовой модели турбулентности;
- независимость от системы координат;
- применимость в случае трехмерных пограничных слоев.

Основным недостатком большинства моделей такого рода является отсутствие локальной постановки. Как правило, в этих моделях необходимо использовать информацию об интегральной толщине пограничного слоя и состоянии потока вне пограничного слоя. В частности, для классических моделей перехода необходимо сравнить текущие значения числа Рейнольдса по толщине потери импульса Re_θ с переходным значением $Re_{\theta c}$, полученным с помощью модели, что является сложной задачей, поскольку четкое определение границы пограничного слоя отсутствует. Поэтому результат интегрирования профилей скорости для получения текущих значений толщины потери импульса θ зависит от реализации алгоритма определения этой границы.

Следует отметить, что в современных газодинамических пакетах используются неструктурированные сетки и массивное распараллеливание. Неструктурированные сетки не обеспечивают необходимую структуру для вычисления интегральных параметров пограничного слоя, в том числе значений θ , так как нормали к поверхности не совпадают с координатными линиями сетки. В многопроцессорных системах процедура расчета пограничного слоя может быть разделена между различными процессорами, что затрудняет распараллеливание алгоритма интегрирования. Поэтому использование критериев перехода на основе традиционных эмпирических зависимостей несовместимо с современными газодинамическими пакетами.

4.2. Определение положения ЛТП на основе локальных характеристик течения. В современных инженерных моделях определения положения ЛТП главная проблема нелокальности определения положения ЛТП решена [57]. Основной идеей предложенного подхода является использование вихревого числа Рейнольдса Re_V [58] для обеспечения связи между локальными характеристиками пограничного слоя и числом Рейнольдса на-

чала перехода, получаемым из эмпирических зависимостей:

$$\text{Re}_V = \frac{\rho y^2}{\mu} \left| \frac{\partial U}{\partial y} \right| = \frac{\rho y^2}{\mu} S$$

(y — расстояние от стенки; ρ — плотность; μ — молекулярная вязкость; S — абсолютная величина скорости деформации). Эффективность использования вихревого числа Рейнольдса Re_V заключается в том, что его максимальное значение внутри пограничного слоя можно однозначно связать с числом Рейнольдса по толщине потери импульса Re_θ . Например, для профиля Блазиуса и профилей Фокнера — Скэн эта связь имеет вид [57]

$$\text{Re}_\theta(x) \approx \max(\text{Re}_V)/2,193.$$

В работе [58] на основе экспериментальных данных показана связь между ростом возмущений и вихревым числом Рейнольдса Re_V . Эта связь имеет простую физическую интерпретацию, если считать, что величина $y^2 S$ определяет рост возмущений внутри пограничного слоя, а $\nu = \mu/\rho$ — их подавление. Поскольку значение $y^2 S$ растет с увеличением толщины пограничного слоя, а значение $\nu = \mu/\rho$ остается постоянным, переход будет иметь место при достижении критического значения Re_V .

В работе [57] предложено использовать вихревое число Рейнольдса Re_V совместно с модельными зависимостями для определения положения области перехода и перемежаемости в рамках стандартных уравнений переноса. Так как вихревое число Рейнольдса Re_V характеризует локальные свойства потока, то его использование позволяет устранить еще один недостаток моделей, основанных на эмпирических зависимостях, а именно их ограниченность двумерными потоками.

4.3. Современные модели перехода для универсальных газодинамических пакетов. В рамках RANS-подхода предложено несколько моделей, созданных для использования в газодинамических пакетах общего назначения [31, 59]. В модели $k-k_l-\omega$ [59] реализованы следующие основные идеи: 1) использование добавочного уравнения переноса, описывающего рост нетурбулентных продольных колебаний пограничного слоя [10]; 2) учет нарастания амплитуды колебаний, вызванных набеганием вихрей из внешнего потока [60]. Модель перехода $k-k_l-\omega$ [59] является феноменологической. В работе [61] эта модель обобщена на сжимаемые потоки и протестирована для полностью развитого течения в канале, а также для пограничных слоев на плоской пластине и аэродинамических профилей при различных степенях турбулентности набегающего потока.

В настоящее время для прогнозирования ЛТП часто применяется модель [30, 31, 62, 63], в которой для описания перехода используется два дополнительных уравнения переноса (для перемежаемости и числа Рейнольдса начала перехода по толщине потери импульса), причем для замыкания служат только эмпирические соотношения. По сути, второе уравнение переноса определяет координату точки начала перехода, необходимую для решения уравнения перемежаемости. Функция перемежаемости связана с моделью турбулентности с помощью члена, определяющего производство кинетической энергии турбулентности ниже по потоку от точки начала перехода.

Для того чтобы функция перемежаемости эффективно описывала переход в различных течениях, модель турбулентности, выбираемая для получения турбулентной вязкости μ_t , должна описывать полностью турбулентное течение в пограничных слоях начиная с передней кромки. В частности, модели турбулентности SST (Shear Stress Transport) Ментера [23] и Спаларта — Альмараса [64] удовлетворяют этому требованию. При моделировании ЛТП в качестве базовой модели для вычисления μ_t и других турбулентных величин обычно используется только первая из них. Вторая модель турбулентности совместно с рассматриваемой моделью перехода к турбулентности применяется сравнительно недавно [68].

Для рассматриваемой модели перехода необходимо задать зависимости для трех параметров: двух основных характеристик перехода — координаты точки его начала и длины области перехода в зависимости от числа Рейнольдса начала перехода по толщине потери импульса Re_{θ_c} , числа Рейнольдса конца перехода по толщине потери импульса Re_{θ_t} , связанного с Re_{θ_c} , и градиента давления. Исходная версия модели (уравнения переноса без каких-либо эмпирических зависимостей) называется моделью перехода γ - Re_{θ} , или моделью γ - $Re_{\theta t}$.

Исходная версия модели перехода [68], использующая закрытые калибровочные зависимости для моделирования ЛТП в двумерных присоединенных потоках при малой и большой степенях турбулентности, имеет номер CFX-V-1.0 и реализована в ANSYS Fluent как модель перехода SST (Transition SST). В этой модели переноса перемежаемости путем объединения модельных уравнений переноса из работ [18, 26] воспроизведено изменение перемежаемости вдоль потока [17] и достаточно точно описано изменение перемежаемости поперек потока.

Применение данной модели в рамках ANSYS Fluent 5.7–6.0 [66] показало, что модель дает существенно заниженные значения продольной составляющей вектора поверхностного трения в отрывных пузырях. Модификация модели γ - $Re_{\theta t}$ CFX-V-1.1 включала следующие изменения:

- улучшенную корреляцию координат точек начала перехода для естественного и обходного сценариев;

- включение закрытой зависимости, предотвращающей преждевременный переход вблизи точки отрыва (использовалась предложенная в [67] упрощенная модель, в которой имеется только зависимость координаты точки перехода от степени турбулентности внешнего потока Tu в области отрыва потока; эта модель удовлетворительно определяет положение области перехода как для прямых, так и для скользящих крыльев [68]);

- задание значений некоторых коэффициентов модели для более полного учета воздействия потока на положение точки начала перехода.

Данная модификация модели проверена в [66] для двумерных профилей, а также для более сложных конфигураций, таких как трехэлементный закрылок, трехмерное трансзвуковое крыло и течение вокруг вертолета с работающим винтом. Во всех случаях результаты расчетов хорошо согласуются с имеющимися экспериментальными данными.

По-видимому, шероховатость поверхности приводит к смещению x_c и x_t вверх по потоку, а также к изменению длины зоны ЛТП F_l . В модели γ - $Re_{\theta t}$ CFX-V-1.1 отсутствует механизм полного учета шероховатости, но при использовании базовой модели турбулентности SST имеется возможность связать шероховатость с x_t . В частности, в модели турбулентности SST, реализованной в ANSYS Fluent, учитывается высота элементов шероховатости путем задания высоты элементов эффективной песочной шероховатости K_s и коэффициента шероховатости C_s , оказывающего влияние на продольную компоненту скорости турбулентного пограничного слоя в логарифмической области. Значение C_s по умолчанию при использовании $(k-\varepsilon)$ -модели турбулентности ANSYS Fluent позволяет воспроизвести известные данные И. И. Никурадзе (см. [69]) о сопротивлении для труб с песочной шероховатостью.

При использовании модели γ - $Re_{\theta t}$ в ANSYS Fluent 14 в качестве дополнительного входного параметра можно задать геометрическую высоту элементов шероховатости K . Величина K используется в зависимостях, определяющих длину зоны ЛТП F_l и число Рейнольдса начала перехода к турбулентности Re_{θ_c} .

Ограничения модели состоят в том, что корреляции, выявленные при исследовании перехода, не являются инвариантными относительно галилеевских преобразований координат (т. е. не справедливы, например, в случае движущихся стенок), а также в том, что

в модель не включены корреляции для неустойчивости поперечного течения и сжимаемости. Поэтому при наличии поперечных перетоков в пограничном слое и больших скоростях возможность использования модели $\gamma\text{-Re}_{\theta t}$ необходимо проверять в каждом случае.

5. РАЗВИТИЕ И ПЕРСПЕКТИВЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ИНЖЕНЕРНЫХ МОДЕЛЕЙ

Как отмечено выше, в настоящее время широко используются две модели прогнозирования перехода: $k\text{-}k_l\text{-}\omega$ [61] и $\gamma\text{-Re}_{\theta t}$ [63], но феноменологическая модель $k\text{-}k_l\text{-}\omega$ не допускает модификаций, в то время как модель $\gamma\text{-Re}_{\theta t}$ допускает модификацию эмпирической зависимости для контроля $\text{Re}_{\theta c}$. Вместе с тем для калибровки этой модели использовано большое число эталонных данных, что позволяет применять ее без дополнительной модификации для широкого круга течений.

В настоящее время при решении задач гидродинамики и теплообмена используется большое количество универсальных гидродинамических пакетов. Ранее наличие закрытых калибровочных зависимостей ANSYS существенно ограничивало использование модели $\gamma\text{-Re}_{\theta t}$ в этих пакетах, однако информация о первых вариантах корреляций для версий CFX-V-1.0 и 1.1 имеется в работах [63, 70].

В последнее время созданы альтернативные зависимости [71–74]. В работе [71] представлен общий подход к определению этих зависимостей с использованием имеющихся данных об обтекании плоских пластин при нулевом градиенте давления и валидационных тестов в случае ненулевых градиентов давления. В [72] получены корреляции, соответствующие модели перехода $\gamma\text{-Re}_{\theta t}$ в [31]. В работе [73] представлена модифицированная модель перехода для обходного сценария при $M_\infty \approx 1$.

В работе [71] обсуждается реализация модели $\gamma\text{-Re}_{\theta t}$ в современном коммерческом газодинамическом пакете STAR-CCM+ версии 3.06, а также описаны и проанализированы формы отсутствующих зависимостей для естественного и обходного сценариев перехода. Предложена калибровка модели на основе открытой базы данных ERCOFTAC об ЛТП в пограничных слоях на плоских пластинах, расположенных под различными углами атаки в дозвуковом потоке. Приведен пример применения полученной модели в случае трехмерного многоэлементного крыла. Показано, что в этом случае результаты проведенных расчетов хорошо согласуются с результатами расчетов в [62].

В работе [75] обсуждается реализация модели $\gamma\text{-Re}_{\theta t}$ в коде DLR TAU, применяемом в аэрокосмической промышленности. Используются зависимости из работы [76], полученные на основе анализа данных об ЛТП на плоской пластине. Проведено сравнение данных, полученных по этой модели с использованием RANS и e^N -метода, также реализованного в коде TAU, для нескольких двумерных крыловых профилей. Кроме того, в [75] отмечено, что значения степени турбулентности и относительной вязкости на входе в расчетную область оказывают значительное влияние на положение области ЛТП в модели $\gamma\text{-Re}_{\theta t}$. Сделан вывод, что при адекватном учете вырождения турбулентности внешнего потока и подходящей оценке соотношения ламинарной и турбулентной вязкостей в эмпирической модели оба рассмотренных метода дают близкие результаты.

Работы [77, 78] посвящены определению и проверке зависимостей, необходимых для замыкания модели $\gamma\text{-Re}_{\theta t}$ в RANS-коде (ONERA), предназначенном для описания течений в турбинах. Для калибровки модели $\gamma\text{-Re}_{\theta t}$ использовались три двумерных теста (обтекание овального цилиндра и двух крыловых профилей) и один трехмерный (обтекание скользящего крыла).

В работе [68] модель $\gamma\text{-Re}_{\theta t}$ впервые использована совместно с базовой моделью турбулентности Спаларта — Альмараса в рамках пакета OverTURNS.

Таким образом, основной целью исследований последних лет является обоснование методики калибровки модели $\gamma\text{-Re}_{\theta t}$ на основе существующих экспериментальных данных

применительно к различным газодинамическим пакетам и базовым моделям турбулентности. Это позволит уточнять калибровки при появлении новых экспериментальных данных и обобщать модель γ - $Re_{\theta t}$ на другие классы течений. Вместе с тем увеличению области применимости модели препятствует недостаточное количество надежных данных о переходе к турбулентности для сжимаемых и трехмерных течений при различных режимах обтекания.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе выполнен подробный обзор современных методов прогнозирования положения ЛТП преимущественно в двумерных потоках при до- и трансзвуковых скоростях. В настоящее время модель γ - $Re_{\theta t}$ является наиболее признанной эмпирической моделью турбулентности, реализованной в универсальных газодинамических пакетах. Эта модель позволяет достаточно точно определять положение области ламинарно-турбулентного перехода в двумерных и трехмерных слабосжимаемых течениях с продольным градиентом давления и поперечной кривизной, в которых преобладает неустойчивость волн Толлмина — Шлихтинга, но не учитывает сжимаемость, влияние которой на положение области ЛТП является существенным в присоединенных пограничных слоях при $M_{\infty} \geq 1$. В дальнейших модификациях таких моделей необходимо учесть сжимаемость, а также неустойчивость поперечного течения, центробежную неустойчивость и т. п.

Авторы выражают благодарность руководству открытого акционерного общества “Авиадвигатель” во главе с генеральным конструктором А. А. Иноземцевым и начальнику расчетно-экспериментального отдела отделения мотогондол Д. Б. Бекуруину за полезное обсуждение работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Numerical** simulation of unsteady flows and transition to turbulence / Ed. by O. Pironneau, W. Rodi, I. L. Ryhming, et al. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1992.
2. **Davis M. B., Reed H., Youngren H., et al.** Transition prediction method review summary for the rapid assessment tool for transition prediction: Tech. rep. / AFRL-VA-WP. N 2005-3130. Fort Worth, 2005.
3. **Boiko A. V.** Physics of transitional shear flows / A. V. Boiko, A. V. Dovgal, G. R. Grek, V. V. Kozlov. Berlin; Heidelberg: Springer-Verlag, 2011.
4. **Malik M. R.** Boundary-layer transition prediction toolkit. Hampton, 1997. (Paper / AIAA; N 97-1904).
5. **Hein S.** Nonlinear nonlocal transition analysis — Code development and results // Recent results in laminar-turbulent transition: Selected numerical and experimental contributions from the DFG priority programme “Transition” in Germany / Ed. by S. Wagner, M. Kloker, U. Rist. Berlin; Heidelberg: Springer-Verlag, 2004. P. 123–134.
6. **Zanin B. Y.** Transition at natural conditions and comparison with the results of wind tunnel studies // Proc. of the symp. Laminar-turbulent transition, Novosibirsk, July 9–13, 1984 / Ed. by V. V. Kozlov. Berlin; Heidelberg: Springer-Verlag, 1985. P. 541–546.
7. **Hall A. A.** Experiments on the transition of the laminar boundary layer on a flat plate: Reports and Memoranda 1843 / A. A. Hall, G. S. Hislop. L.: Aeronaut. Res. Committee, 1938.
8. **Schubauer G. B.** Laminar-boundary-layer oscillations and transition on a flat plate: Report 909 / G. B. Schubauer, H. K. Skramstad. Washington: NACA, 1948.
9. **Mayle R. E.** The role of laminar-turbulent transition in gas turbine engines // J. Turbomachinery. 1991. V. 113, N 4. P. 509–536.

10. **Mayle R. E., Schulz A.** The path to predicting bypass transition // *J. Turbomachinery*. 1997. V. 119, N 3. P. 405–411.
11. **Walraevens R. E., Cumpsty N. A.** Leading edge separation bubbles on turbomachine blades // *J. Turbomachinery*. 1995. V. 117, N 1. P. 115–125.
12. **Tain L., Cumpsty N. A.** Compressor blade leading edges in subsonic compressible flow // *J. Mech. Engng Sci.* 2000. V. 214, N 1. P. 221–242.
13. **Durbin P. A., Jacobs R. G., Wu X.** DNS of bypass transition // *Closure strategies for turbulent and transitional flows* / Ed. by B. E. Launder, N. D. Sandham. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2002. P. 449–463.
14. **Dong Y., Cumpsty N. A.** Compressor blade boundary layers. Pt 1. Test facility and measurements with no incident wakes // *J. Turbomachinery*. 1990. V. 112, N 2. P. 222–230.
15. **Howell R. J., Ramesh O. N., Hodson H. P., et al.** High lift and aft-loaded profiles for low-pressure turbines // *J. Turbomachinery*. 2001. V. 123, N 2. P. 181–188.
16. **Radeztsky R. H., Reibert M. S., Saric W. S.** Effect of isolated micron-sized roughness on transition in swept-wing flows // *AIAA J.* 1999. V. 37, N 11. P. 1370–1377.
17. **Dhawan S., Narasimha R.** Some properties of boundary layer flow during the transition from laminar to turbulent motion // *J. Fluid Mech.* 1958. V. 3, N 4. P. 418–436.
18. **Steelant J., Dick E.** Modelling of bypass transition with conditioned Navier — Stokes equations coupled to an intermittency transport equation // *Intern. J. Numer. Methods Fluids*. 1996. V. 23, N 3. P. 193–220.
19. **Narasimha R.** A note on certain turbulent spot and burst frequencies: Rep. / *Indian Inst. Sci.* N 78 FM 10. Bangalore, 1978.
20. **Чен, Тайсон.** Применение теории турбулентных пятен Эммонса к обтеканию затупленных тел // *Ракет. техника и космонавтика*. 1971. Т. 9, № 5. С. 63–68.
21. **Walker G. J.** Transitional flow on axial turbomachine blading // *AIAA J.* 1989. V. 27, N 5. P. 595–602.
22. **Huang P. G., Coakley T. J.** An implicit Navier — Stokes code for turbulent flow modeling. Hampton, 1992. (Paper / AIAA; N 92-0547).
23. **Menter F. R.** Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications // *AIAA J.* 1994. V. 32, N 8. P. 1598–1605.
24. **Huang P. G., Xiong G.** Transition and turbulence modeling of low pressure turbine flows. Hampton, 1998. (Paper / AIAA; N 98-0339).
25. **Grabe C., Krumbein A.** Extension of the γ - $Re_{\theta t}$ model for prediction of crossflow transition. Hampton, 2014. (Paper / AIAA; N 2014-1269).
26. **Cho J. R., Chung M. K.** A k - ε - γ equation turbulence model // *J. Fluid Mech.* 1992. V. 237. P. 301–322.
27. **Savill A. M.** Further progress in the turbulence modeling of by-pass transition // *Proc. of the 2nd Intern. symp. on engineering turbulence modeling and measurements, Florence (Italy), 31 May — 2 June 1993* / Ed. by W. Rodi, F. Martelli. Amsterdam: Elsevier, 1993. P. 583–592.
28. **Steelant J., Dick E.** Modeling of laminar-turbulent transition for high freestream turbulence // *J. Fluids Engng.* 2001. V. 123, N 1. P. 22–30.
29. **Vicedo J., Vilmin S., Dawes W. N., Savill A. M.** Intermittency transport modeling of separated flow transition // *J. Turbomachinery*. 2004. V. 126, N 3. P. 424–431.
30. **Langtry R. B., Menter F. R.** Transition modeling for general CFD applications in aeronautics. Hampton, 2005. (Paper / AIAA; N 2005-522).
31. **Menter F. R., Langtry R. B., Völker S.** Transition modelling for general purpose CFD codes // *Flow, Turbulence Combustion*. 2006. V. 77, N 1–4. P. 277–303.

32. **Arnal D.** Laminar-turbulent transition problems in supersonic and hypersonic flows // Special course on aerothermodynamics of hypersonic vehicles. Neuilly-sur-Seine: AGARD, 1989. P. 8.1–8.45.
33. **Liepman H. W.** Investigation of boundary layer transition on concave walls: Rep. / NACA. NW-87. Washington, 1945.
34. **Mack L. M.** A numerical method for the prediction of high-speed boundary-layer transition using linear theory // Proc. of the conf. “Aerodynamic analyses requiring advanced computers”, Virginia, Mar. 4–6, 1975. Washington: NASA, 1975. Pt 1. P. 101–123.
35. **Malik M. R., Orszag S. A.** Comparison of methods for prediction of transition by stability analysis // AIAA J. 1980. V. 18, N 12. P. 1485–1489.
36. **Bushnell O. M., Malik M. R., Harvey W. O.** Transition prediction in external flows via linear stability theory // Proc. of the IUTAM symp. “Transsonicum III”, Göttingen, 24–27 May 1988 / Ed. by J. Zierep, H. Oertel (Jr). Berlin; Heidelberg: Springer-Verlag, 1989. P. 225–242.
37. **Arnal D., Archambaud J. P.** Laminar-turbulent transition control: NLF, LFC, HLFC // Proc. of the RTO-EN-AVT-151 — Advances in laminar-turbulent transition modelling, Genève (Belgium), 9–12 June 2008. Neuilly-sur-Seine Cedex: S. n., 2008. P. 15.1–15.22.
38. **Abu-Ghannam B. J., Shaw R.** Natural transition of boundary layers — The effects of turbulence, pressure gradient, and flow history // J. Mech. Engng Sci. 1980. V. 22, N 5. P. 213–228.
39. **Жаффе, Окамура, Смит.** Определение коэффициентов пространственного усиления и использование их для расчета перехода // Ракет. техника и космонавтика. 1970. Т. 8, № 2. С. 136–144.
40. **Michel R., Arnal D., Coustols E.** Stability calculations and transition criteria on two- and three-dimensional flows // Proc. of the IUTAM symp. “Laminar-turbulent transition”, Novosibirsk, July 9–13, 1984 / Ed. by V. V. Kozlov. Berlin; Heidelberg: Springer-Verlag, 1985. P. 455–461.
41. **Squire H. B.** On the stability for three-dimensional disturbances of viscous fluid flow between parallel walls // Proc. Roy. Soc. London. Ser. A. Math., Phys. Engng Sci. 1933. V. 142, N 847. P. 621–628.
42. **Дрила М., Джайлз М. Б.** Расчет вязко-невязкого взаимодействия в трансзвуковом потоке около профиля при низких числах Рейнольдса // Аэрокосм. техника. 1988. Т. 6. С. 23–33.
43. **Drela M.** Implicit implementation of the full e^n transition criterion. Hampton, 2003. (Paper / AIAA; N 2003-4066).
44. **Fisher D. F., Dougherty N. S. (Jr.)** In-flight transition measurement on a 10° cone at Mach numbers from 0.5 to 2.0. Washington, 1982. (Paper / NASA; N 1971).
45. **Sturdza P.** An aerodynamic design method for supersonic natural laminar flow aircraft: PhD Thesis. S. l.: Stanford Univ., 2003.
46. **Lyttle I. J., Reed H. L., Shipluk A. N., et al.** Numerical-experimental comparisons of second-mode behavior for blunted cones // AIAA J. 2005. V. 43, N 8. P. 1734–1743.
47. **Mack L. M.** Boundary-layer linear stability theory: Rep. / AGARD. N 709. Neuilly-sur-Seine, 1984. P. 3.1–3.81.
48. **Wells C. S. (Jr.)** Effects of free stream turbulence on boundary-layer transition // AIAA J. 1967. V. 5, N 1. P. 172–174.
49. **Spangler J. G., Wells C. S. (Jr.)** Effects of freestream disturbances on boundary-layer transition // AIAA J. 1968. V. 6, N 3. P. 543–545.
50. **Hall D. J., Gibbings J. C.** Influence of stream turbulence and pressure gradient upon boundary layer transition // J. Mech. Engng Sci. 1972. V. 4. P. 134–146.

51. **Van Ingen J. L.** Transition, pressure gradient, suction, separation and stability theory // AGARD-CP-224 Laminar-turbulent transition / Ed. by J. L. Van Ingen. Neuilly-sur-Seine: AGARD, 1977. P. 20.1–20.15.
52. **Бойко А. В., Нечепуренко Ю. М., Жучков Р. Н., Козелков А. С.** Блок расчета положения ламинарно-турбулентного перехода для пакета ЛОГОС // Теплофизика и аэромеханика. 2014. Т. 21, № 2. С. 201–220.
53. **Boiko A. V., Nechipurenko Y. M., Abalakin I. V., Bobkov V. G.** Numerical prediction of laminar-turbulent transition on an airfoil // Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling. 2014. V. 29, N 4. P. 205–218.
54. **Stock H. W., Haase W.** Navier — Stokes airfoil computations with e^N transition prediction including transitional flow regions // AIAA J. 2000. V. 38, N 11. P. 2059–2066.
55. **Westin K. J. A., Henkes R.** Application of turbulence models to bypass transition // J. Fluids Engng. 1997. V. 119, N 4. P. 859–866.
56. **Suzen Y. B., Huang P. G., Hultgren L. S., Ashpis D. E.** Predictions of separated and transitional boundary layers under low-pressure turbine airfoil conditions using an intermittency transport equation // J. Turbomachinery. 2003. V. 125, N 3. P. 455.
57. **Menter F. R., Esch T., Kubacki S.** Transition modelling based on local variables // Proc. of the 5th Intern. symp. on engineering turbulence modelling and measurements, Mallorca (Spain), 16–18 Sept. 2002 / Ed. by W. Rodi, N. Fueyo. Amsterdam: Elsevier, 2002. P. 555–564.
58. **Van Driest E. R., Blumer C. B.** Boundary layer transition: Free-stream turbulence and pressure gradient effects // AIAA J. 1963. V. 1, N 6. P. 1303–1306.
59. **Walters D. K., Leylek J. H.** A new model for boundary layer transition using a single-point RANS approach // J. Turbomachinery. 2004. V. 126, N 1. P. 193–202.
60. **Vino R. J.** A new model for free-stream turbulence effects on boundary layers // J. Turbomachinery. 1998. V. 120, N 3. P. 613–620.
61. **Walters D. K., Cokljat D.** A three-equation eddy-viscosity model for Reynolds-averaged Navier — Stokes simulations of transitional flow // J. Fluids Engng. 2008. V. 130, N 12. P. 121401-1–121401-14.
62. **Langtry R. B.** A correlation-based transition model using local variables for unstructured parallelized CFD codes: PhD diss. Stuttgart, 2006.
63. **Langtry R. B., Menter F. R.** Correlation-based transition modeling for unstructured parallelized computational fluid dynamics codes // AIAA J. 2009. V. 47, N 12. P. 2894–2906.
64. **Spalart P. R., Allmaras S. R.** A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. Hampton, 1992. (Paper / AIAA; N 92-0439).
65. **Medida S.** Correlation-based transition modeling for external aerodynamic flows: Phd thesis. Maryland: Univ. of Maryland, 2014.
66. **Молочников В. М., Михеев Н. И., Душина О. А.** Исследование применимости пакета FLUENT к моделированию дозвуковых отрывных течений // Теплофизика и аэромеханика. 2009. Т. 16, № 3. С. 387–394.
67. **Davis R. L., Carter J. E., Reshotko E.** Analysis of transitional separation bubbles on infinite swept wings // AIAA J. 1987. V. 25, N 3. P. 421–428.
68. **Simon W. T., Qiu S., Yuan K.** Measurements in a transitional boundary layer under low-pressure turbine airfoil conditions: CR 2000-209957. Washington: NASA, 2000.
69. **Шлихтинг Г.** Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974.
70. **Suluksna K., Juntasaro E.** Assessment of intermittency transport equations for modeling transition in boundary layers subjected to freestream turbulence // Intern. J. Heat Fluid Flow. 2008. V. 29, N 1. P. 48–61.

71. **Malan P., Suluksna K., Juntasaro E.** Calibrating the γ - Re_θ transition model for commercial CFD. Hampton, 2009. (Paper / AIAA; N 2009-1142).
72. **Suluksna K., Dechaumphai P., Juntasaro E.** Correlations for modeling transitional boundary layers under influences of freestream turbulence and pressure gradient // Intern. J. Heat Fluid Flow. 2009. V. 30, N 1. P. 66–75.
73. **Smirnov E., Smirnovsky A.** Turbine vane cascade heat transfer predictions using a modified version of the γ - \tilde{Re}_θ laminar-turbulent transition model // Proc. of the Intern. symp. on heat transfer in gas turbine systems, Antalya (Turkey), 9–14 Aug. 2009. N. Y.: Begell House, 2009. [Electron. resource]. Paper N 12-EFHT.
74. **Piotrowski W., Elsner W., Drobnik S.** Transition prediction on turbine blade profile with intermittency transport equation // J. Turbomachinery. 2010. V. 132, N 1. P. 011020-1–011020-10.
75. **Seyfert C., Krumbein A.** Comparison of a local correlation-based transition model with an e^N -method for transition prediction // New results in numerical and experimental fluid mechanics VIII: Contribut. to the 17th STAB/DGLR symp., Berlin (Germany), Nov. 9–10, 2010 / Ed. by A. Dillmann, G. Heller, H.-P. Kreplin, et al. Berlin; Heidelberg: Springer-Verlag, 2013. P. 541–548.
76. **Seyfert C., Krumbein A.** Evaluation of a correlation-based transition model and comparison with the e^N method // J. Aircraft. 2012. V. 49, N 6. P. 1765–1773.
77. **Content C., Houdeville R.** Application of the γ - Re_θ laminar-turbulent transition model in Navier — Stokes computations. Hampton, 2010. (Paper / AIAA; N 2010-4445).
78. **Benyahia A., Castillon L., Houdeville R.** Prediction of separation-induced transition on high lift low pressure turbine blade // Proc. ASME 2011 Turbo Expo: Turbine tech. conf. and exposit., Vancouver (Canada), June 6–10, 2011. N. Y.: Amer. Soc. Mech. Engrs, 2011. V. 5. P. 1835–1846.

Поступила в редакцию 24/XI 2014 г.
